

به نام خدا

دکتر محمدعلی بدری

دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم تحقیقات تهران

پروژه ۴ درس محاسبات عددی

کارشناسی مهندسی هوافضا

نیمسال ۲-۱۴۰۲-۱۴۰۱

معادله دیفرانسیل زیر را به روش اختلاف محدود حل کنید:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + 1 \quad 0 \leq x \leq 1 \quad 0 \leq y \leq 1 \quad 0 \leq t$$

شرایط مرزی:

$$u(t, 0, y) = U_L = 100 \quad u(t, 1, y) = U_R = 20 \quad u(t, x, 0) = U_D = 50 \quad u(t, x, 1) = U_U = 0$$

شرط اولیه:

$$u(t = 0, x, y) = 0$$

روشن است که این معادله نسبت به زمان سهموی و نسبت به مکان بیضوی است لذا از نوع مسائل IBVP است. برای حل آن مراحل زیر را طی کنید:

- با توجه به دامنه تغییرات x و y ابتدا شبکه محاسباتی یکنواخت ایجاد کنید که در راستای محور x ها دارای M فاصله مساوی و در راستای محور y ها دارای N فاصله مساوی باشد ولی با توجه به یکنواخت بودن شبکه محاسباتی $M = N$ باشد. فواصل افقی و عمودی شبکه از رابطه $\Delta x = \Delta y = 1/M$ محاسبه می‌شود. تعداد فواصل M را برابر ۱۲۸ در نظر بگیرید. شماره اولین گره افقی $i = 0$ و آخرین گره افقی $i = M$ است. به همین ترتیب شماره اولین گره در راستای محور y با $j = 0$ و آخرین گره قائم با $j = N$ نشان داده شود.
- معادله دیفرانسیل را نسبت به مکان به روش اختلاف محدود از درجه ۲ گسسته‌سازی کنید. برای گسسته‌سازی مکانی الف) یک بار به روش اویلر
ب) بار دیگر با روش رانک کوتای مرتبه دوم (RK2)
ج) بار سوم به روش رانک کوتای مرتبه چهارم (RK4) استفاده کنید. در همه حالات گام زمانی را $\Delta t = 0.01$ در نظر بگیرید.
- چون مساله از نوع گذرا است، معیار پایا شدن حل این است که نرم بی‌نهایت تغییرات کمیت u کمتر از 10^{-3} باشد.
- راهنمایی: برای نمایش شبکه محاسباتی و کانتور توزیع $u(x, y)$ در میدان محاسباتی در نرم‌افزار Tecplot360 مطابق نمونه کد فرترن ارائه شده اقدام کنید. (نحوه دانلود و نصب نرم‌افزار فوق در گروه تلگرامی به صورت فایل pdf ارسال شده است). نتایج حل را در یک فایل به ازای هر ۱۰ گام زمانی ذخیره کنید (می‌توان در صورت نیاز تعداد گام‌های ذخیره سازی را به اختیار تغییر داد). سپس فایلی از انیمیشن از تغییرات کمیت u با گذر زمان با استفاده از Tecplot360 بسازید.

```
OPEN(12, FILE="x-y-u-Transient.dat")
WRITE(12, *) 'title="U test" '
WRITE(12, *) 'variables=x,y,u'
WRITE(12, *) 'zone t="plane 1" '
WRITE(12, 14) 1+M, 1+N
14 FORMAT('i=', i7, 5x, 'j=', i7, 5x, 'f=point')
do j=0, N
do i=0, M
WRITE(12, *) x(i, j), y(i, j), u(i, j)
end do
end do
```

موفق باشید. بدری