فصل سوم

روش شناسی تحقیق

۳-۱ مقدمه

سازمان ها در طول حیات تجاری و اقتصادی خود باید تصمیم گیری های متعددی انجام دهند. این تصمیمات ضامن بقا وپیشرفت یا عامل شکست آنها می باشد. هر چه فرآیند تصمیم گیری پیچیده تر باشد، نیاز به بکارگیری روشهای علمی بیشتر احساس می شود. یکی از بهترین روشهای تصمیم گیری، مدلسازی ریاضی است. مدلسازی ریاضی به معنی ترجمه واقعیتهای حاکم بر یک سیستم به زبان ریاضی است. با این کار می توان به جواب بهینه دست یافت و بهترین تصمیم را اتخاذ کرد. مدلسازی بیش از آنکه علم باشد، هنر است و مدلساز هرچه با مسائل و مدل های بیشتری مواجه شود هنرمندتر خواهد شد. مدلسازی ریاضی روشی است برای دسته بندی و مرتب سازی اطلاعات به گونه ای که فرد را قادر می سازد بینش مناسبی از سیستم مورد نظر بدست آورد. در مدلسازی ریاضی، تمام اطلاعات جمع آوری شده به زبان ریاضی (در قالب توابع، معادلات و نامعادلات ریاضی) ترجمه می شوند. (رشیدی کمیجان، علیرضا، ۱۳۹۴)

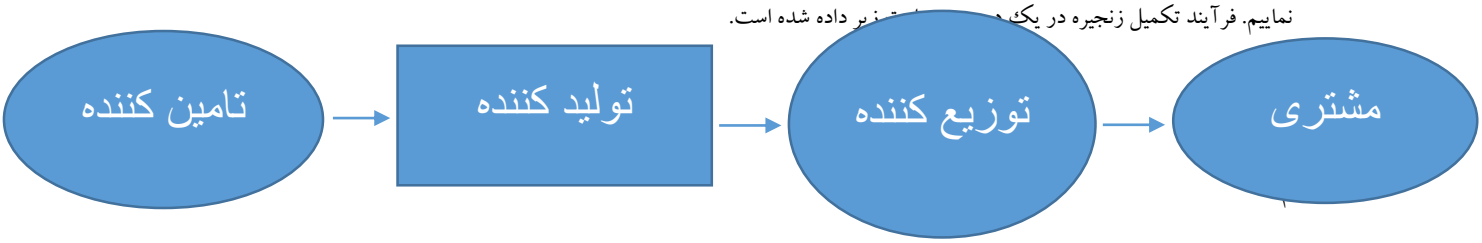
در این فصل یک مدل ریاضی برای یک زنجیره تامین شامل تامین کنندگان مواد اولیه، سازنده محصولات، توزیع کنندگان و مشتریان نهایی ارائه می دهیم سپس روشهای برآورد تقاضا و روشهای حل مسائل بهینه سازی را تشریح می کنیم.

۳-۲ فرآیند مدلسازی

برای ساختن یک مدل ریاضی، مراحلی باید طی شود که به شرح آن می پردازیم

۳-۲-۱ مطالعه سیستمی

در این پایان نامه فرض بر این است که یک کارخانه تولیدی می خواهد محصولاتی را تولید کند که در فرآیند این تولید از تامین کننده مواد اولیه را خریداری ودر کارخانه محصولات را تولید نموده و توسط توزیع کننده به مشتریان ارائه می دهند، می خواهیم فرآیند را از تامین کننده به مشتری مدل بندی نماییم. فرآیند تکمیل زنجیره در یک [illegible] زیر داده شده است.



سئله را برای S تامین کننده، D توزیع کننده و C مشتری در T دوره فرموله می کنیم.

۳-۲-۲ مفروضات مدل

با در نظر گرفتن مفروضات زیر مدل مسئله را ارائه می نماییم.

الف) تقاضای مشتریان برای هرمحصول احتمالی است. براساس تجربیات گذشته یک فاصله اطمینان (1-a) درصدی برای تقاضا هر یک از مشتریان تعیین می شود.

ب) اقلام مرجوعی در محصولات تولیدی وجود دارد و هزینه حمل اقلام مرجوعی از مشتری به کارخانه مد نظر قرار میگیرد.

ج) برخی از اقلام مرجوعی قابل دوباره کاری هستند، اقلامی که قابل دوباره کاری نیستند، با فروش آنها بصورت ضایعات برای کارخانه درآمد ایجاد می کنند.

ه) محصولات تولیدی به صورت بسته بندی توزیع می شوند.

و) تولید کننده، مواد اولیه مورد نیاز خود را می تواند از هر تامین کننده دریافت کند.

ز) تولید کننده می تواند، محصولات تولیدی خود را به هریک از توزیع کنندگان بدهد.

ح) هریک از توزیع کنندگان می توانند هریک از محصولات را برای هرکدام از مشتریان، ارسال کنند.

ط) محصولات قابل نگهداری در انبار کارخانه است.

ی) محصولات توسط توزیع کننده میتواند به بسته های کوچکتر بسته بندی شود، همچنین توزیع کننده دارای انبار نگهداری است.

ک) براساس تجربیات گذشته، درصد محصولات مرجوعی، همچنین درصد محصولات معیوب که قابل دوباره کاری هستند، مشخص است.

ل)مواد اولیه از هر تامین کننده به هر یک از مراکز تولید میتواند ارسال گردد.

م)هر مرکز تولید میتواند کالا های تولیدی خود را به هر یک از توزیع کنندگان ارسال نماید

۳-۲-۲ پارامترهای مدل

ورودی مسئله که دارای مقادیر معلوم هستند را به عنوان پارامتر در نظر گرفته و در جدول(۳-۱-الف) و (۳-۱-ب) بیان کرده ایم.

۳-۱-الف. جدول پارامترهای مسئله

ردیف	شرح پارامتر	نماد
۱	**هزینه ثابت قرارداد تامین کننده s**	F_s
۲	**هزینه ثابت کارخانه f**	F_f
۳	**هزینه ثابت باز کردن انبار برای توزیع کننده d**	F_d
٤	**هزینه ثابت نگهداری اقلام مرجوعی کارخانه f**	FB_f
٥	**میانگین تقاضای مشتری c از محصول p در دوره های قبل**	$\bar{x}_{cp}$
٦	**انحراف معیار تقاضای مشتری c از محصول p در دوره های قبل**	s_{cp}
۷	**قیمت هر واحد از محصول p**	P_p
۸	**وزن محصول p**	W_p
۹	**قیمت ضایعاتی محصول p**	PI_p
۱۰	**مجموع ساعات لازم برای تولید محصول p**	MH_p
۱۱	**فاصله تامین کننده s تا کارخانه f**	D_{sf}
۱۲	**فاصله کارخانه f تا توزیع کننده d**	D_{fd}
۱۳	**فاصله توزیع کننده d تا مشتری c**	D_{dc}
١٤	**ظرفیت تامین کننده s**	CAP_s
١٥	**ظرفیت ذخیره مواد خام درکارخانه f**	$CAPM_f$
١٦	**ظرفیت ساعات تولید کارخانه f**	$CAPH_f$

۳-۱-ب. جدول پارامترهای مسئله

ردیف	شرح پارامتر	نماد
۱۷	**ظرفیت ذخیره کارخانه f**	$CAPFS_f$
۱۸	**ظرفیت توزیع کننده d**	CAP_d
۱۹	**هزینه هر واحد مواد اولیه تامین کننده s**	$MATCO_s$
۲۰	**هزینه تولید هرساعت برای کارخانه f**	MC_f
۲۱	**هزینه هرساعت دوباره کاری برای کارخانه f**	$MCRW_f$
۲۲	**ساعات دوباره کاری هر واحد از محصول مرجوعی p در کارخانه f**	$MHRW_{pf}$
۲۳	**هزینه هرساعت ظرفیت تولید استفاده نشده کارخانه f**	$NUCC_f$
۲٤	**هزینه کمبود هر واحد محصول p**	$SCPU_p$
۲۵	**هزینه نگهداری هر واحد محصول p در کارخانه f**	HF_{fp}
۲٦	**هزینه نگهداری هر واحد محصول p برای توزیع کننده d**	HD_{dp}
۲۷	**اندازه دسته تامین کننده s**	B_s
۲۸	**اندازه دسته از کارخانه f برای برای محصول p**	B_{fp}
۲۹	**اندازه دسته از توزیع کننده d برای محصول p**	B_{dp}
۳۰	**درصد محصول p مرجوعی کارخانه f**	α_{pf}
۳۱	**درصد محصول p مرجوعی کارخانه f که قابل ترمیم است**	β_{pf}
۳۲	**هزینه حمل از تامین کننده s به کارخانه f در هر کیلومتر**	T_{sf}
۳۳	**هزینه حمل از کارخانه f به توزیع کننده d در هر کیلومتر**	T_{fd}
۳٤	**هزینه حمل از توزیع کننده d به مشتری c در هر کیلومتر**	T_{dc}

۳-۲-۳ متغیرهای تصمیم

متغیرهایی که در مدل ریاضی بصورت مجهول بیان می شوند متغیرتصمیم هستند. هنگام حل مسئله مقادیر آنها طوری تعیین می گردند که ضمن برآورده ساختن قیود مسئله، هدف را نیز بهینه نماید. در مدل پیشنهادی این پایان نامه متغیرهای تصمیم در جدول ۳-۲ ارائه شده است.

۳-۲. جدول متغیرهای تصمیم

ردیف	عنوان	**متغیر**
۱	**تامین کننده s قرارداد داشته باشد ۱**	L_s
۲	**توزیع کننده d فعال باشد ۱**	L_d
۳	**لینک انتقال میان تامین کننده s و کارخانه f برقرار باشد ۱**	LI_{sf}
۴	**لینک انتقال میان توزیع کننده d و کارخانه f برقرار باشد ۱**	LI_{fd}
۵	**لینک انتقال میان توزیع کننده d و مشتری c برقرار باشد ۱**	LI_{dc}
۶	**تعداد دسته های تولید شده محصول p توسط کارخانه f**	Q_{fp}
۷	**تعداد دسته ها ی مواد از تامین کننده s به کارخانه f**	Q_{sf}
۸	**تعداد دسته های محصول p ارسال شده از کارخانه f به توزیع کننده d**	Q_{fdp}
۹	**تعداد دسته های ذخیره شده در انبار f از محصول p**	I_{fp}
۱۰	**تعداد دسته های محصول p ارسال شده از توزیع کننده d به مشتری c**	Q_{dcp}
۱۱	**تعداد دسته های محصول p ارسال شده ازانبار f به توزیع کننده d**	I_{fdp}
۱۲	**مانده موجودی محصول p در انبار f**	R_{fp}
۱۳	**مانده موجودی محصول p در انبار توزیع کننده d**	R_{dp}
۱۴	**میانگین تقاضای مشتری**	μ_{cp}

۳-۲-۳ تابع هدف

در این پژوهش دو هدف را دنبال می کنیم:

۳-۲-۵-۱ حداکثر کردن سطح رضایت مندی هر مشتری

کیفیت، قیمت و تامین بموقع کالای مورد نیاز مشتری اهمیت زیادی دارد. در بازار رقابتی، تولید کننده ای که بتواند این موارد را رعایت کند از دیگر رقبای خود پیشی خواهد گرفت. بنابر این در شرایط مساوی، تولید کننده ای برنده است که بتواند تقاضای مشتری را بموقع برآورده سازد. دراین حالت اعتماد مشتری نسبت به تولیدکننده جلب خواهد شد. از یک سو دغدغه مشتری نسبت به تامین کالا از بین می رود و در برنامه های وی اختلال ایجاد نمی شود و این امر باعث می شود که این مشتری برای تولید کننده باقی می ماند. از سوی دیگر هزینه های بازاریابی تولید کننده جهت جذب مشتری جدید کاهش می یابد و تضمین برای فروش کالای تولیدی بوجود می آید. از این رو سطح رضایتمندی مشتری برای تولید کننده اهمیت دارد.

در این پروژه تقاضا از فاصله اطمینان برای میانگین تقاضا در شرایط احتمالی استفاده می شود. در این صورت مدل یک مدل غیر خطی تبدیل می شود. در تابع هدف برای حد اکثر کردن سطح رضایت مندی، می توانند این هدف را به صورت رابطه (۵-۲) تعریف کرد.

$$OSL_c = \frac{\sum_{d\in D}\sum_{p\in P} Q_{dcp}}{\sum_{p\in P}\mu_{cp}} \quad , \quad c = 1,2,\ldots C \qquad (۵-۲)$$

مقدار در بازه $\bar{x}_{cp} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}} \le \mu_{cp} \le \bar{x}_{cp} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}}$ قرار دارد. در این رابطه $\bar{x}_{cp}$ میانگین تقاضای مشتری c برای محصول p در دوره های قبل و s واریانس آن است . باید سعی کنیم رضایت مشتری حداکثر میزان خود را داشته باشد.

۳-۲-۵-۲ حداکثر کردن سود

در بازار رقابتی، هرچند که تولید کننده باید برای رضایت مشتریان خود در تامین تقاضای آنان اهمیت قائل باشد، علاوه بر آن باید سود خود را نیز در نظر بگیرد. بنابراین باید طوری برنامه ریزی کند که علاوه بر حد اکثر کردن سطح رضایتمندی، سود مرکز تولیدی نیز حداکثر گردد.

سود مراکز تولیدی عبارت است از :

(هزینه کل) - (درآمدکل) = (سود)

- **درآمدکل** : عبارت است از درآمد حاصل از فروش تمام محصولات به مشتریان توسط توزیع کنندگان بعلاوه درآمد حاصل از فروش مواد ضایعاتی، از رابطه (۳-۲) بدست می آید.

$$Total\ revenue = \sum_{d=1}^{D}\sum_{c=1}^{C}\sum_{p=1}^{P} P_p B_{dp} Q_{dcp} + \sum_{p=1}^{P}\sum_{f=1}^{F} PI_p B_{fp}(1-\beta_{pf})\alpha_{pf} Q_{fp} \qquad (۳-۲)$$

در رابطه (۳-۲) قسمت اول درآمد حاصل از فروش محصولات و قسمت دوم درآمد حاصل از فروش ضایعات است.

- **هزینه ها:**

۱- **هزینه ثابت :** عبارت است از مجموع هزینه ثابت قرارداد با تامین کننده ها، هزینه ثابت قرارداد با توزیع کننده ها، هزینه ثابت انبار و هزینه ثابت برای نگهداری کالاهای معیوب که در رابطه (۳-۳) داده شده است.

$$Fixed\ Cost = \sum_{s=1}^{S} F_s L_s + \sum_{f=1}^{F} F_f + \sum_{d=1}^{D} F_d L_d + \sum_{f=1}^{F} FB_f \qquad (۳-۳)$$

۲- **هزینه خرید مواد اولیه :** عبارت است از مجموع هزینه ای که باید برای تامین مواد اولیه از هریک از تامین کنندگان در کل دوره پرداخت گردد. هزینه خرید مواد اولیه در رابطه (۳-۴) داده شده است.

$$Material\ Cost = \sum_{s=1}^{S}\sum_{f=1}^{F} MATCO_s B_s Q_{sf} \qquad (۳-۴)$$

۳- **هزینه تولید :** هزینه تولید شامل مجموع هزینه ی کالاهایی که برای توزیع کننده ها ارسال می شود و کالاهایی که در انبار نگهداری می شود بعلاوه کالاهای مرجوعی و هزینه ی دوباره کاری است. از رابطه (۳-۵) بدست می آید.

$$Manufacturing\ Cost = \sum_{p=1}^{P}\sum_{f=1}^{F}(MC_f MH_p B_{fp}(\sum_{d=1}^{D} Q_{fdp} + I_{fp})) + \sum_{p=1}^{P}\sum_{f=1}^{F} MCRW_f MHRW_{pf}\beta_{pf}\alpha_{pf}Q_{fp} \quad (۵-۳)$$

۴- **هزینه فرصت از دست رفته کارخانه :** ممکن است مدتی کارخانه بلا استفاده بماند، در اینجا باید بررسی شود که در این فرصت می توانستیم چه میزان تولید کنیم و چه درآمدی داشته باشیم که درواقع از دست داده ایم، بنابراین کل ظرفیت استفاده شده کارخانه را از کل ظرفیت کم می کنیم. رابطه (۳-۶) مقدار این هزینه را نشان می دهد.

$$Non-Utilized\ Capacity = \sum_{p=1}^{P}\sum_{f=1}^{F}(CAPH_f - B_{fp}MH_p Q_{fp})NUCC_f \quad (۶-۳)$$

۵- **هزینه کمبود محصول :** گاهی اوقات کارخانه نمی تواند تقاضای مشتری را برآورده کند و برای این کمبود باید هزینه ای پرداخت شود که عبارت است از تفاضل تمام محصولاتی که در کل دوره ها برای مشتری ارسال شده از کل تقاضای مشتری در هزینه ی کمبود محصول و از رابطه (۳-۷) بدست می آید.

$$Storage\ Cost = \sum_{p=1}^{P}\sum_{c=1}^{C}(\bar{x}_{cp} - \sum_{d=1}^{D} B_{dp}Q_{dcp})SCPU_p \quad (۷-۳)$$

۶- هزینه نگهداری محصول : عبارت است از مجموع هزینه محصولاتی که باید در کارخانه انبار شود و محصولاتی که در انبار توزیع کننده نگهداری می شود، رابطه (۳-۸) مبین این مطلب است..

$$InventoryHoldingCost = \sum_{p=1}^{P}(\sum_{f=1}^{F} HF_{fp}R_{fp} + \sum_{d=1}^{D} HD_{dp}R_{dp})W_p \quad (۸-۳)$$

۷- **هزینه حمل و نقل :** عبارت است از مجموع هزینه های حمل مواد اولیه از تامین کننده به کارخانه و هزینه ی حمل از کارخانه برای توزیع کننده و هزینه ی حمل از توزیع کننده به مشتری (هزینه ی حمل از کارخانه به توزیع کننده را در دو قسمت در نظر گرفتیم ، قسمت اول : هزینه کالایی که مستقیم پس از تولید به توزیع کننده ارسال می شود، قسمت دوم : هزینه کالایی که از انبار کارخانه به توزیع کننده ارسال می شود. هزبنه حمل و نقل از رابسطه (۳-۹) بدست می آید

$$\begin{aligned} TransportationCosts = & \sum_{s=1}^{S}\sum_{f=1}^{F} T_{sf} D_{sf} B_s Q_{sf} \\ & + \sum_{p=1}^{P}\sum_{f=1}^{F}\sum_{d=1}^{D} T_{fd} D_{fd} w_p B_{fp} Q_{fdp} \\ & + \sum_{p=1}^{P}\sum_{f=1}^{F}\sum_{d=1}^{D} D_{fd} T_{fd} B_{fp} W_p I_{fdp} \\ & + \sum_{p=1}^{P}\sum_{d=1}^{D}\sum_{c=1}^{C}\sum_{t=1}^{T} D_{dc} T_{dc} W_p B_{dp} Q_{dcp} \\ & + \sum_{p=1}^{P}\sum_{f=1}^{F}(\sum_{d=1}^{D} D_{fd} T_{fd} + \sum_{d=1}^{D}\sum_{c=1}^{C} D_{dc} T_{dc})\alpha_{fp} Q_{fp} \end{aligned} \qquad (۹-۳)$$

با توجه به رابطه های (۳-۳) تا (۳-۹) و همچنین رابطه (۳-۲)، سود کل از رابطه (۳-۱۰) بدست می آید.

$$\Pr ofit = Total\ revenue - \sum Cost \qquad (۱۰-۳)$$

۳-۲-٦ محدودیتها

۱- برای یک محصول ، باید مجموع محصولات ارسال شده به توزیع کننده از هر کارخانه بعلاوه محصولات انبار شده در هر کارخانه برابر کل محصول تولید شده باشد.

$$\sum_{d=1}^{D} Q_{fdp} + I_{fp} = Q_{fp} \quad , \qquad \forall p \in P, \quad \forall f \in F \qquad (۱۱-۳)$$

۲- برای هر محصول تعداد محصولات ارسالی برای یک توزیع کننده به اضافه مجموع محصولات باقی مانده در انبار توزیع کننده در دوره های قبل باید با مجموع محصولاتی که به مشتریان ارسال می گردد برابر باشد.

$$B_{fp} Q_{fdp} + R_{dp} = \sum_{c=1}^{C} B_{dp} Q_{dcp}, \quad \forall d \in D, \ \forall p \in P, \ \forall f \in F \qquad (۱۲-۳)$$

۳- تعداد محصولات تولیدی منهای محصولات مرجوعی به اضافه مانده محصول در انبار کارخانه در دوره های قبل باید با مجموع محصولات ارسالی برای توزیع کنندگان برابر باشد.

$$Q_{fp} + R_{fp} = \sum_{d=1}^{D} Q_{fdp}\,,\ \forall p \in P,\ \forall f \in F \qquad (۱۳-۳)$$

۴- وزن کل مواد اولیه که از تامین کنندگان تهیه شده باید با مجموع وزن تمام محصولاتی که توسط کارخانه برای توزیع کننده ارسال شده و وزن کل محصولاتی که در کارخانه انبار شده بعلاوه وزن تمام محصولات مرجوعی برابر باشد.

$$\sum_{s=1}^{S} B_s Q_{sf} = \sum_{p=1}^{P} (\sum_{d=1}^{D} Q_{fdpt} + I_{fp}\ ) W_p B_{fp}\ ,\quad \forall f \in F \qquad (۱۴-۳)$$

۵- برای هر محصول، بایدمجموع تعداد اقلام مرجوعی ، تعداد اقلام موجودی انبار و اقلامی که برای توزیع کننده ها ارسال می شود، برابر باشد.

$$\alpha_{pf} B_{fp} Q_{fp} + B_{fp} I_{fp} = B_{fp} (R_{fp} + \sum_{d=1}^{D} I_{fdp})\ , \qquad (۱۵-۳)$$
$$\forall p \in P\ ,\ f \in F$$

۶- برای یک توزیع کننده، باید مجموع تمام محصولاتی که برای توزیع کننده فرستاده می شود و باقی مانده انبار توزیع کننده، با مجموع محصولات باقی مانده در انبار توزیع کننده و آنچه که برای مشتری فرستاده شده برابر باشد.

$$\sum_{p=1}^{P} B_{dp} R_{dp} + \sum_{p=1}^{P} \sum_{c=1}^{C} B_{dp} Q_{dcp} = \sum_{p=1}^{P} B_{fp} Q_{fdp} + \sum_{p=1}^{P} B_{fp} I_{fdp} + B_{dp} R_{dp(t-1)} \qquad (۱۶-۳)$$

$$f \in F\ ,\ d \in D$$

۷- سطح رضایت مندی مشتری باید مثبت بوده و حداکثر ۱ باشد،

$$\sum_{d\in D}\sum_{p\in P} Q_{dcp} \le \sum_{p\in P} \mu_{cp} \ , \quad \forall c \in C$$
$$\bar{x}_{cp} - \frac{s_{cp}}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}} \le \mu_{cp} \le \bar{x}_{cp} + \frac{s_{cp}}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}} \qquad (۱۷-۳)$$

۸- اگر با تامین کننده قرارداد داشته باشیم باید تمام مواد اولیه که از یک تامین کننده دریافت می شود کمتر یا مساوی با ظرفیت تامین کننده باشد.

$$Q_{sf} B_s \le CAP_s L_s \ , \quad \forall f \in F, \forall s \in S \qquad (۱۸-۳)$$

۹- مجموع تمام مواد اولیه باید کمتر یا مساوی با ظرفیت انبار مواد اولیه کارخانه باشد.

$$\sum_{s=1}^{S} B_s Q_{sf} \le CAPM_f , \quad \forall f \in F \qquad (۱۹-۳)$$

۱۰- برای یک محصول ، باید مجموع ساعات تمام محصولات تولیدی از ظرفیت ساعات کارخانه بیشتر نباشد.

$$\sum_{d=1}^{D} B_{fp} MH_p Q_{fdp} + B_{fp} MH_p I_{fp} \le CAPH_f , \quad \forall f \in F , \ \forall p \in P \qquad (۲۰-۳)$$

۱۱- میزان تمام محصولات باقی مانده باید کمتر یا مساوی با ظرفیت انبار باشد.

$$\sum_{p=1}^{P} B_{fp} W_p R_{fp} \le CAPFS_f \ , \ \forall f \in F \qquad (۲۱-۳)$$

۱۲- برای یک محصول و یک توزیع کننده، باید میزان تمام کالاهای ارسالی برای توزیع کننده و تمام اقلام باقی مانده انبار کمتر یا مساوی با ظرفیت توزیع کننده باشد. (به شرط داشتن قرارداد)

$$B_{fp}W_pQ_{fdp} + B_{fp}W_pI_{fdp} + \sum B_{fp}W_pR_{dp} \le CAP_dL_d \ , \quad \forall f \in F,\ \forall p \in P,\ \forall d \in D \qquad (۲۲-۳)$$

۱۳- در باید مواد اولیه، محصولات ارسال شده برای توزیع کننده ها و محصولات ارسال شده به مشتری بزرگتر یا مساوی با لینک مربوطه باشد اما با توجه به اینکه امکان دارد برای بهینه شدن مسئله لازم باشد که محصولی تولید نشود یا ارسال نگردد و یا از تامین کننده ای چیزی نخواهیم تهیه کنیم پس باید همه ی آنچه گفته شده از مضرب بزرگی از لینک مربوطه کوچکتر باشد.

$$\begin{aligned}
&LI_{sf} \le Q_{sf}\ ,\ \ \forall s \in S\ ,\ \forall f \in F \\
&LI_{fd} \le Q_{fdp} + I_{fdp},\ \ \forall d \in D,\ \forall p \in P,\ \forall f \in F \\
&LI_{dc} \le Q_{dcp}\ ,\ \ \forall d \in D,\ \forall p \in P,\ \forall c \in C,\ \forall f \in F \\
&Q_{sf} \le M\, LI_{sf},\ \ \forall s \in S,\ \forall f \in F \\
&Q_{fdp} + I_{fdp} \le M\, LI_{fd}\ ,\ \ \forall d \in D,\ \forall p \in P,\ \forall f \in F \\
&Q_{dcp} \le M\, LI_{dc}\ ,\ \ \forall d \in D,\ \forall p \in P,\ \forall c \in C,\ \forall f \in F
\end{aligned} \qquad (۲۳-۳)$$

۱۴- تعداد کل قرارداد تامین کننده باید کمتر یا مساوی تعداد کل تامین کننده باشد، همچنین تعداد کل قرارداد با توزیع کننده کمتر یا مساوی با تعداد کل توزیع کننده ها باشد.

$$\begin{aligned}
&\sum_{s=1}^{S} L_s \le S \\
&\sum_{d=1}^{D} L_s \le D
\end{aligned} \qquad (۲۴-۳)$$

۱۵-