

تمرین‌های کاغذی

۱. چارچوب *Plug-and-Play Priors* چگونه بازسازی *Model-Based* تصویر را بهبود می‌بخشد و چه ویژگی‌هایی باعث می‌شود نسبت به روش‌های بهینه‌سازی سنتی انعطاف‌پذیرتر باشد؟
۲. استفاده از فرمول *Jointly Convex* در یادگیری *Dictionary Learning* چگونه باعث بهبود عملکرد می‌شود و چه تفاوت‌هایی با روش‌های سنتی مانند *MOD*، *K-SVD* و *SGK* دارد؟
۳. چگونه الگوریتم *SRF* با استفاده از ساختار تابع غیرمحدب و تکنیک "*Graduated Non-Convexity*" موفق به بازسازی دقیق ماتریس‌های رتبه پایینی می‌شود که روش‌های محدب مبتنی بر نرم هسته‌ای مانند *NNM* در آن‌ها شکست می‌خورند؟ همچنین توضیح دهید که الگوریتم *SRF* چگونه تابع رتبه را با یک تابع هموار و مشتق‌پذیر تقریب می‌زند، و این تقریب باید چه ویژگی‌هایی داشته باشد تا در نهایت به تابع رتبه واقعی نزدیک شود.
۴. ثابت کنید نرم صفر دارای ویژگی نامساوی مثلثی است.
۵. اگر *Mutual Coherence* ماتریس دیکشنری $D = [D_1, D_2] \in R^{n \times 2n}$ باشد که ترکیب دو دیکشنری متعامد است ثابت کنید:

$$M \geq \frac{1}{\sqrt{n}}$$
۶. کاربرد نمایش تُنک در طبقه‌بندی را به طور مختصر شرح دهید. عملکرد آن را با روش‌های دیگر مقایسه نمایید. از مقاله زیر استفاده نمایید.

Wright, John, Allen Y. Yang, Arvind Ganesh, S. Shankar Sastry, and Yi Ma. "Robust face recognition via sparse representation." *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence* 31, no. 2 (2008): 210-227.

۷. برای سیگنال‌های دوبعدی (ماتریسی) نمایش تُنکی معرفی شده است. این مدل نمایش تُنک در مقاله زیر بیان شده است. مدل، قضیه‌ی یکتایی و روش بازیابی آن را بررسی کنید.

Ghaffari, A., Babaie-Zadeh, M. and Jutten, C., 2009, April. Sparse decomposition of two dimensional signals. In *2009 IEEE international conference on acoustics, speech and signal processing* (pp. 3157-3160). IEEE.

تمرین‌های کامپیوتری

- یک ماتریس $Dictionary$ تصادفی $D \in R^{100 \times 200}$ را ایجاد نمایید.
- یک سیگنال $x \in R^{200 \times 1}$ با نرم صفر k ایجاد نمایید که درایه مخالف صفر آن به صورت تصادفی تولید شده است.
- سیگنال $y = Dx \in R^{100 \times 1}$ محاسبه نمایید.
- با استفاده از دو روش بازیابی نمایش تُنک $SL0$ و BP سیگنال x را تخمین بزنید. معیار SNR را برای ارزیابی روش‌ها محاسبه نمایید.
- با تغییر k نمودار SNR بر حسب k (نرم صفر x) را رسم نمایید. می‌توان برای هر k چند بار SNR را برای x های مختلف محاسبه نمود و میانگین SNR را برای ترسیم استفاده کرد.
- قضیه یکتایی جواب تُنک را از روی نمودار SNR شرح دهید.
- عملکرد روش‌های مختلف را از نظر زمان اجرای برنامه و دقت بازیابی با هم مقایسه نمایید.
- مراحل بالا را برای حالتی که به y نویز اضافه می‌شود ($y = Dx + n$) تکرار نمایید.

کدهای روش‌ها در اینترنت وجود دارد. لینک مفید برای کدهای روش‌ها و مراجع:

<http://dsp.rice.edu/cs>

<http://ee.sharif.ir/~SLzero>