سری دوم تمرین های درس کنترل تطبیقی:

۱) شبیه سازی: موارد خواسته شده در سوال زیر را انجام دهید:

۲ ـ ۲ مدل FIR زیر را درنظر بگیرید:

$$y(t) = b_0 u(t) + b_1 u(t-1) + e(t) \quad t = 1, 2, \ldots$$

که $\{e(t)\}$ دنباله‌ای از متغیرهای اتفاقی ناهمبستهٔ نرمال به صورت $N(0, \sigma)$ است.
(الف) تخمین حداقل مربعات پارامترهای b_0 و b_1 را وقتی u، به شکل پله است تعیین کنید. کواریانس تخمین را وقتی تعداد مشاهدات به سمت بینهایت می‌رود، تحلیل کنید. نتایج را به مسألهٔ تحریک پایا ارتباط دهید.
(ب) موارد قسمت (الف) را وقتی سیگنال ورودی، نویز سفید با واریانس واحد است انجام دهید.

۲) شبیه سازی: موارد خواسته شده در سوال زیر را انجام دهید:

۲ ـ ۳ داده‌هایی را که از سیستم زمان ـ گسستهٔ زیر تولید می‌شود، درنظر بگیرید:

$$y(t) = b_0 u(t) + b_1 u(t-1) + e(t)$$

که در آن $\{e(t)\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل به صورت $N(0, 1)$ است. فرض کنید پارامتر b در مدل $y(t) = bu(t)$ به روش تخمین حداقل مربعات مشخص می‌شود.
(الف) مقادیر تخمین را برای تعداد زیاد مشاهده‌ها وقتی ورودیِ u، به شکل پله است تعیین کنید. (این موضوع توضیحی ساده از مسألهٔ برازش یک مدل مرتبهٔ پایین به داده‌های تولید شده از یک مدل پیچیده است. نتایج حاصل، به میزان زیادی به مشخصات سیگنال ورودی وابسته است).
(ب) همان موارد قسمت (الف) را برای هنگامی که سیگنال ورودی، دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل به صورت $N(0, \sigma)$ است، انجام دهید.

۳) شبیه سازی: در صورت مسئله زیر ابتدا مسئله را به صورت مدل ARMAX مدل کرده و مسئله تخمین ELS را پیاده سازی کنید. سپس در حالت حلقه بسته با فیدبک خروجی قرار داده و مسئله را مجدد حل کرده و در مورد آن طبق مطالب گفته شده در در درس بحث کنید:

۲ ـ ۶ اطلاعات تولیدشده از مدل حداقل مربعات زیر را درنظر بگیرید.

$$y(t+1) + ay(t) = bu(t) + e(t+1) + ce(t) \qquad t = 1, 2, \ldots$$

که در آن $\{u(t)\}$ و $\{e(t)\}$ دنباله‌هایی از متغیرهای تصادفی مستقل با میانگین صفر و انحراف معیارهای ۱ و σ هستند.

۴) حل تحلیلی:

۲ ـ ۴ تعیین کنید که کدامیک از سیگنالهای ورودی زیر، تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ حداقل ۴ است.

(الف)

$$u(t) = a_0 + a_1 \sin \omega t \qquad a_i \neq 0, i = 0, 1$$

(ب)

$$u(t) = \frac{q - 0/5}{(q - 0/4)(q - 0/6)} v(t)$$

که $v(t)$، تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ ۵ است.

(ج)

$$u(t) = \frac{q - 0/5}{(q - 0/4)(q - 0/6)} v(t)$$

که $v(t)$، دارای طیف $\Phi_v(\omega)$ است که در فاصلهٔ $2 > \omega > 1$ مخالف صفر است.