

یک صفحه‌ی ترک‌دار در معرض تنش کشش دور دست را در نظر بگیرید. شکل 2.20 به‌طور شماتیک اثر عرض محدود بر روی توزیع تنش نوک ترک را توضیح می‌دهد، که توسط خطوط نیرو نشان داده می‌شود؛ تنش موضعی متناسب با فاصله‌ی بین خطوط نیرو است. چون که یک تنش کششی نمی‌تواند از میان یک ترک منتقل گردد، خطوط نیرو در اطراف این ترک منحرف می‌شوند، یک تمرکز تنش موضعی را نتیجه می‌دهد. در ورق نامحدود، خط نیرو در یک فاصله‌ی W از خط مرکزی ترک، مولفه‌های نیرویی در جهت های x و y دارد. اگر عرض ورق به $2W$ محدود شود، نیروی x بر لبه‌ی آزاد بایستی صفر باشد، این شرط مرزی باعث می‌شود که این خطوط نیرو فشرده شوند، که در تشدید تنش بیشتر در نوک ترک نتیجه می‌دهد.

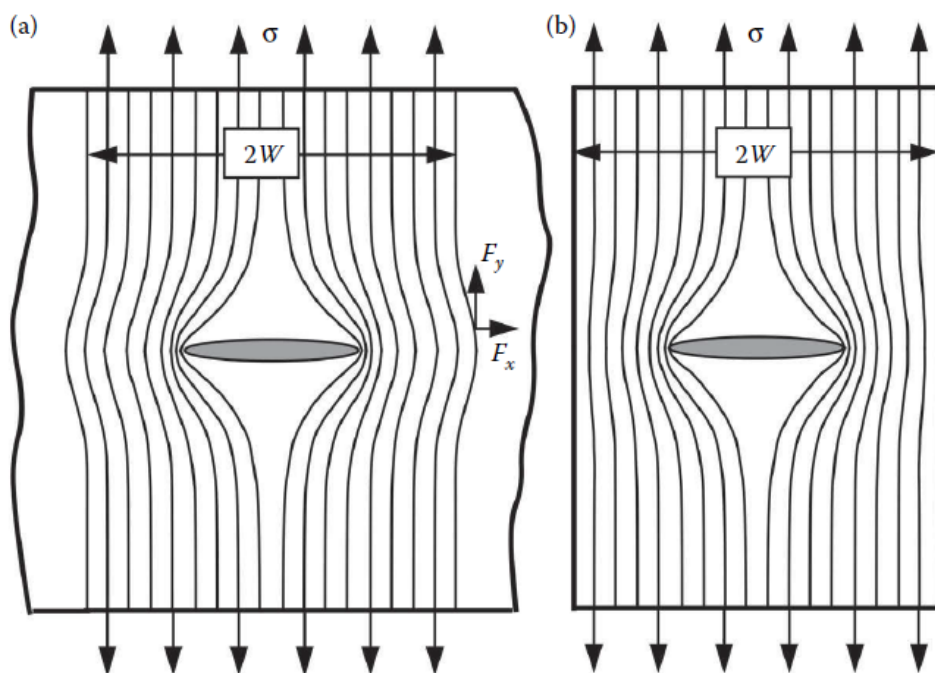


FIGURE 2.20

Stress concentration effects due to a through crack in finite and infinite width plates: (a) infinite plate and (b) finite plate.

شکل 2.20 اثرات تمرکز تنش ناشی از یک ترک از داخل در ورق‌های پهنا محدود و نامحدود: (a) ورق نامحدود و (b) ورق محدود

یک تکنیک برای تقریب‌زدن شرط مرزی عرض محدود، فرض نمودن یک آرایش دوره‌ای از ترک‌های در یک خط مستقیم واقع شونده در یک ورق نامحدود (شکل 2.21) است. ضریب شدت تنش مود I برای این وضعیت داده می‌شود توسط

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \left[\frac{2W}{\pi a} \tan \left(\frac{\pi a}{2W} \right) \right]^{1/2} \quad (2.53)$$

The stress intensity approaches the infinite plate value as a/W approaches zero; K_I is asymptotic to $a/W = 1$.

شدت تنش به مقدار صفحه‌ی نامحدود نزدیک می‌شود همچنان که a/W نزدیک به صفر می‌شود، K_I بجانب $a/W = 1$ است.

More accurate solutions for a through crack in a finite plate have been obtained from finite element analysis; solutions of this type are usually fit to a polynomial expression. One such solution [12] is given by

راه حل‌های دقیق‌تری برای یک ترک از میان در یک ورق محدود از تحلیل اجزاء محدود به دست آورده شده است؛ راه حل‌های این نوع معمولا برای یک عبارت چندجمله‌ای مناسب هستند. چنین راه حلی داده می‌شود توسط (2.54).

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \left[\sec \left(\frac{\pi a}{2W} \right)^{1/2} \right] \left[1 - 0.025 \left(\frac{a}{W} \right)^2 + 0.06 \left(\frac{a}{W} \right)^4 \right] \quad (2.54)$$

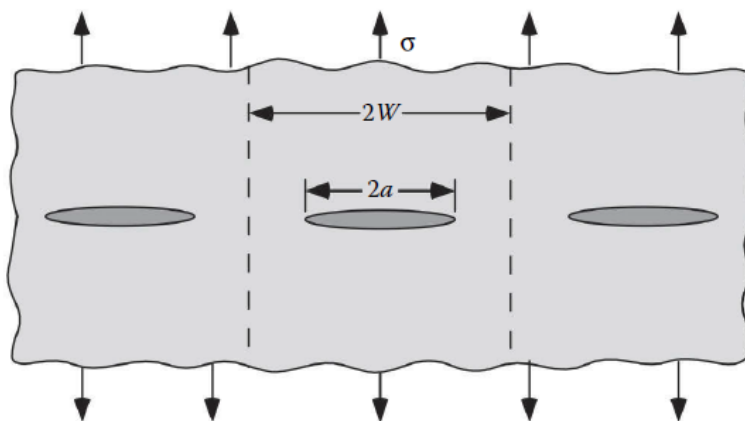


FIGURE 2.21
Collinear cracks in an infinite plate subjected to remote tension.

شکل 2.21 ترک‌های در یک خط مستقیم واقع شونده در یک ورق نامحدود در معرض کشش دور دست

شکل 2.22 مقایسه می‌کند تصحیح‌های پهنا-محدود را در معادلات 2.53 و 2.54. جمله‌ی سکانت (بدون عبارت چند جمله‌ای) در معادله‌ی 2.54 نیز رسم می‌شود. معادله‌ی 2.53 با حل المان محدود در محدوده‌ی ۷٪ برای $a/w < 0.6$ موافقت دارد. تصحیح سکانت به حل المان محدود خیلی نزدیک‌تر است؛ خطا کمتر از ۲٪ برای $a/w < 0.9$ است. بنابراین، عبارت چندجمله‌ای در معادله‌ی 2.54 مشارکت کم دارد و می‌تواند در محاسبات دستی اغماض شود. **جدول 2.4 فهرست می‌کند حل‌های شدت تنش را برای چندین ساختار متداول.** این حل‌های K_I در شکل 2.23 ترسیم می‌شوند. چندین دست‌نوشته فقط اختصاص یافتند برای حل‌های شدت تنش که چاپ کرده شده‌اند [12-14].

اگرچه حل‌های شدت تنش در تنوعی از شکل‌ها داده می‌شوند، K همواره می‌تواند وابسته باشد به ترک از میان (شکل 2.4) به واسطه‌ی یک ضریب تصحیح مناسب.

$$K_{(I,II,III)} = Y \sigma \sqrt{\pi a} \quad (2.55)$$

که σ یک تنش مشخصه، a بعد آن ترک مشخصه the characteristic crack dimension است، و Y یک ثابت بدون بعد a dimensionless constant بوده که وابسته به هندسه و مود بارگذاری است.

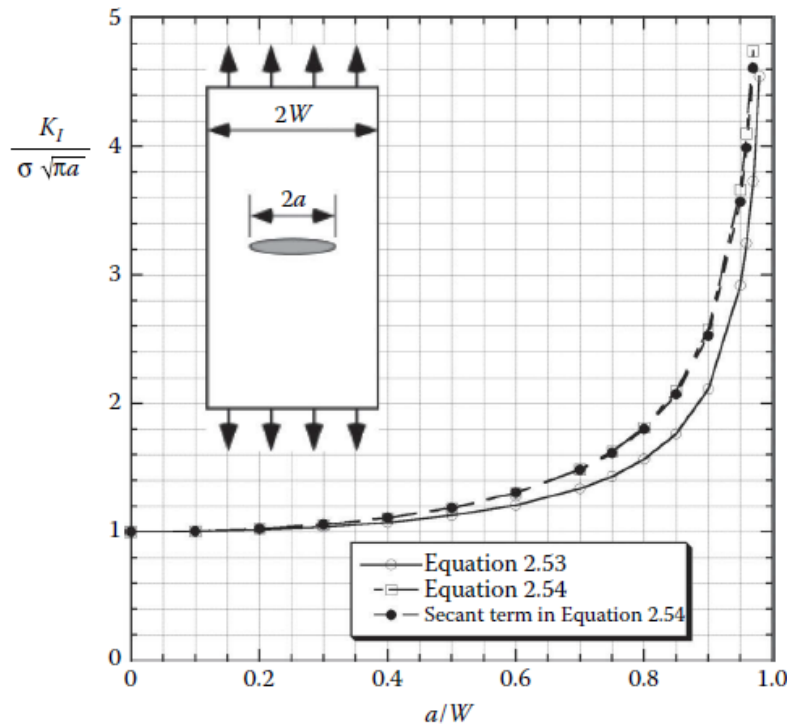


FIGURE 2.22 Comparison of finite-width corrections for a center-cracked plate in tension.

شکل 2.22 مقایسه‌ی تصحیح‌های پهنا محدود برای یک ورق ترک‌دار مرکزی در کشش

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \left[\frac{2W}{\pi a} \tan \left(\frac{\pi a}{2W} \right) \right]^{1/2} \quad (2.53)$$

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \left[\sec \left(\frac{\pi a}{2W} \right)^{1/2} \right] \left[1 - 0.025 \left(\frac{a}{W} \right)^2 + 0.06 \left(\frac{a}{W} \right)^4 \right] \quad (2.54)$$

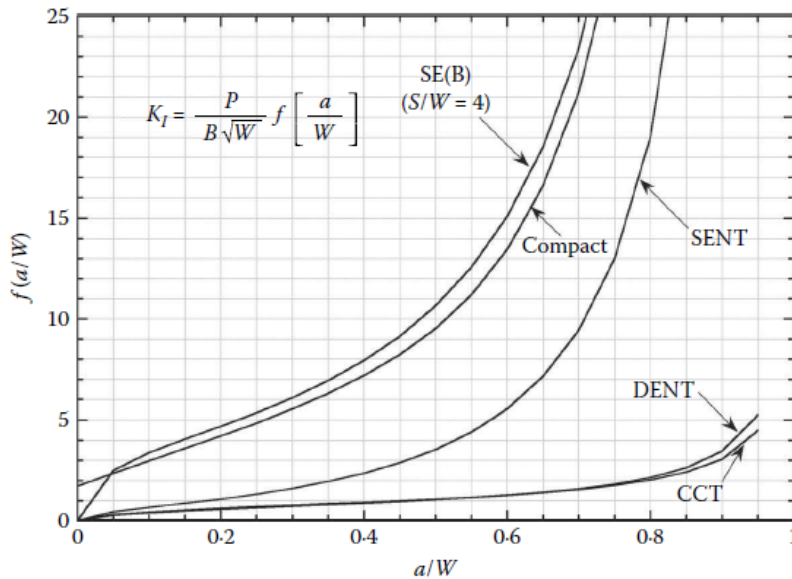
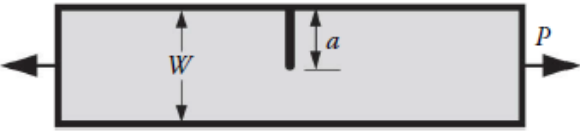
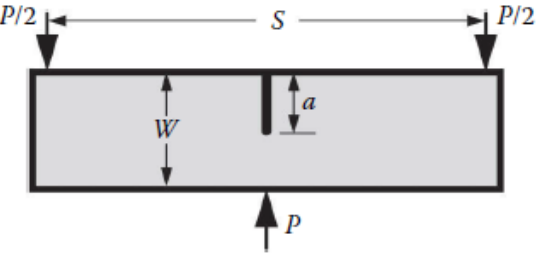
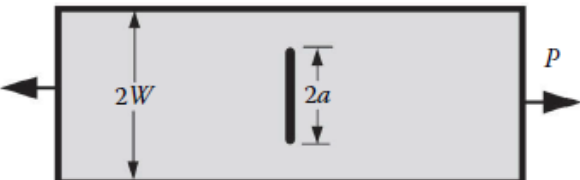
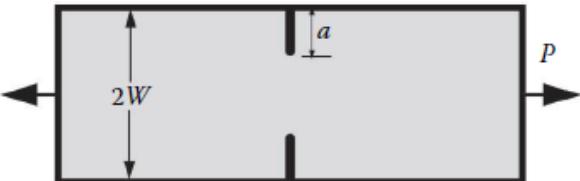
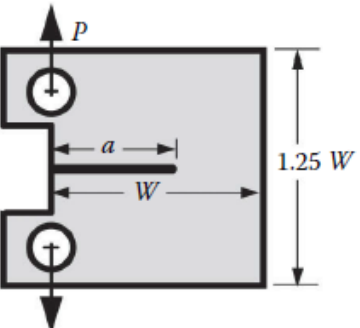


FIGURE 2.23 Plot of stress intensity solutions from Table 2.4.

شکل 2.23 رسم حل‌های شدت تنش از جدول 2.4

TABLE 2.4

KI Solutions for Common Test Specimens

Geometry	$f\left(\frac{a}{W}\right)^a$
<p>Single-edge notched tension (SENT)</p> 	$\frac{\sqrt{2 \tan(\pi a/2W)}}{\cos(\pi a/2W)} \left[0.752 + 2.02 \left(\frac{a}{W}\right) + 0.37 \left(1 - \sin \frac{\pi a}{2W}\right)^3 \right]$
<p>Single-edge notched bend (SE(B))</p> 	$\frac{3(S/W)\sqrt{a/W}}{2(1+2(a/W))(1-(a/W))^{3/2}} \left[1.99 - \frac{a}{W} \left(1 - \frac{a}{W}\right) \left\{ 2.15 - 3.93 \left(\frac{a}{W}\right) + 2.7 \left(\frac{a}{W}\right)^2 \right\} \right]$
<p>Center-cracked tension (CCT)</p> 	$\sqrt{\frac{\pi a}{4W} \sec\left(\frac{\pi a}{2W}\right)} \left[1 - 0.025 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + 0.06 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \right]$
<p>Double-edge notched tension (DENT)</p> 	$\frac{\sqrt{\pi a/2W}}{\sqrt{1-(a/W)}} \left[1.122 - 0.561 \left(\frac{a}{W}\right) - 0.205 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + 0.471 \left(\frac{a}{W}\right)^3 + 0.190 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \right]$
<p>Compact specimen</p> 	$\frac{2+(a/W)}{(1-(a/W))^{3/2}} \left[0.886 + 4.64 \left(\frac{a}{W}\right) - 13.32 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14.72 \left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5.60 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \right]$

Source: Adapted from Tada, H., Paris, P.C., and Irwin, G.R., *The Stress Analysis of Cracks Handbook* (2nd ed.), Paris Productions, Inc., St. Louis, 1985.

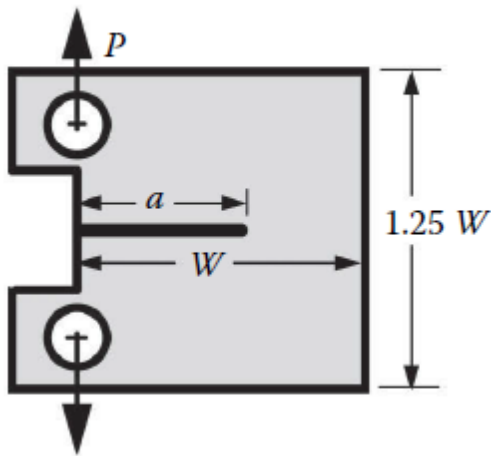
^a $K_I = \frac{P}{B\sqrt{W}} f\left(\frac{a}{W}\right)$, where B is the specimen thickness.

TABLE 2.4

KI Solutions for Common Test Specimens

Geometry	$f\left(\frac{a}{W}\right)^a$
----------	-------------------------------

Compact specimen



$$\frac{2 + (a/W)}{(1 - (a/W))^{3/2}} \left[0.886 + 4.64 \left(\frac{a}{W} \right) - 13.32 \left(\frac{a}{W} \right)^2 + 14.72 \left(\frac{a}{W} \right)^3 - 5.60 \left(\frac{a}{W} \right)^4 \right]$$

برای نمونه‌ی فوق Compact specimen (برگرفته شده از کتاب مکانیک شکست اندرسون)

حل شدت تنش (ضریب شدت تنش مود I) را برای (نمونه Compact) در نرم افزار آباکوس انجام دهید و

ترسیم تابع $f(a/W)$ بر حسب a/W مانند شکل 2.23 برای نمونه Compact

ترسیم تابع $\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}}$ بر حسب a/W برای نمونه Compact مانند شکل 2.22