

کنترل توان راکتیو در سیستمهای قدرت

اهداف جبرانسازی از دیدگاه بار (Load Compensation)

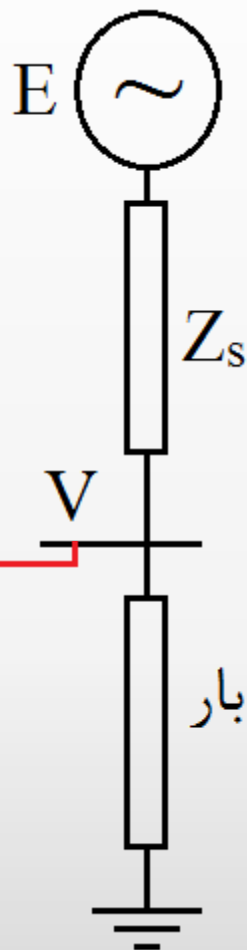
اهداف جبران سازی از دیدگاه بار

در جبران سازی بار اهداف زیر را دنبال می کنیم:

۱- اصلاح ضریب قدرت

۲- تثبیت ولتاژ

۳- متعادل سازی بار (در حالت سه فاز)



جبران ساز

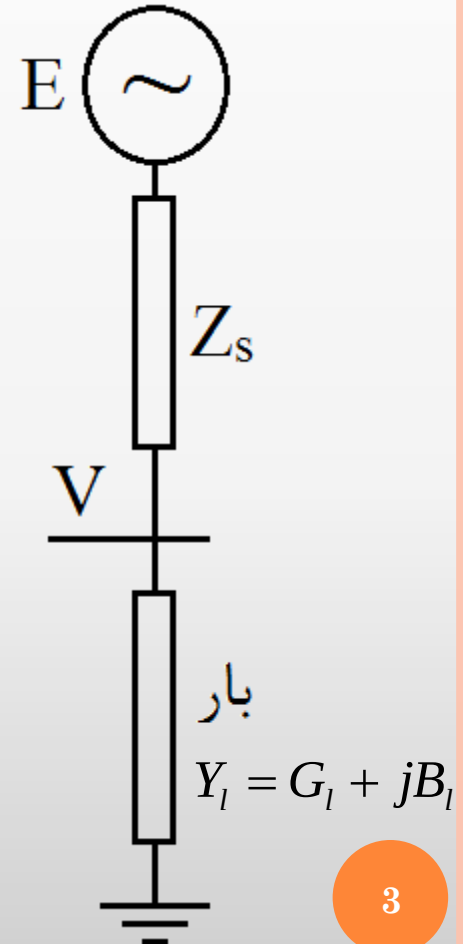
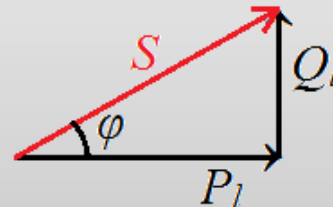
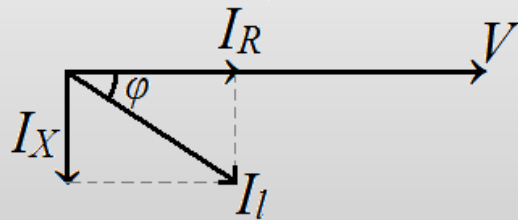
توان اکتیو، توان راکتیو و ضریب قدرت

$$I_l = VY_l = VG_l + jVB_l$$

$$S_l = V \cdot I_l^* = P_l + jQ_l$$

$$P.f. = \frac{P_l}{S_l} = \cos \varphi$$

برای یک بار القائی :



اصلاح ضریب قدرت

برای اصلاح ضریب قدرت از $\cos\varphi_1$ به $\cos\varphi_2$:

$$\cos\varphi_1 \rightarrow \cos\varphi_2, \varphi_1 \rightarrow \varphi_2$$

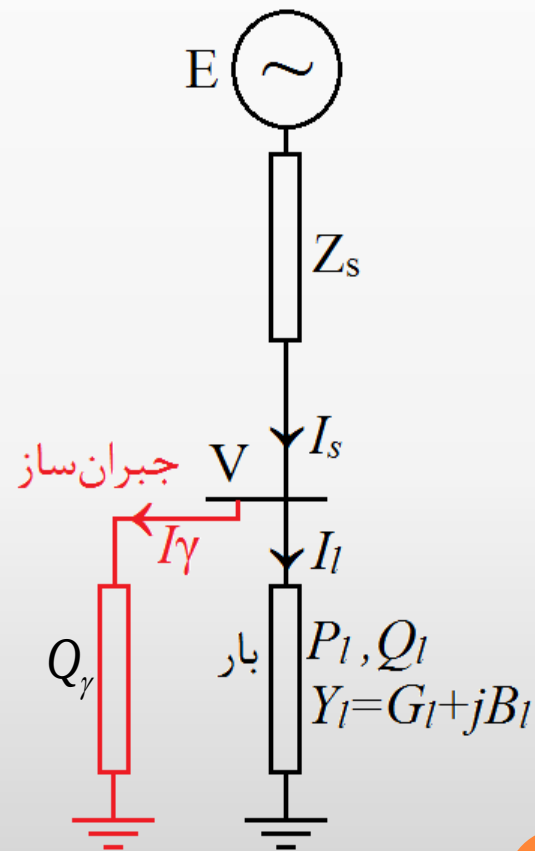
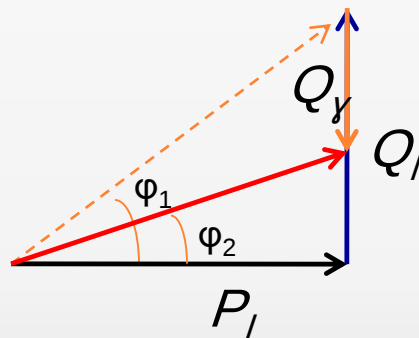
$$Q_1 = Q_l, Q_2 = Q_l + Q_\gamma$$

$$Q_\gamma = Q_2 - Q_1$$

$$Q_1 = P_l \tan\varphi_1$$

$$Q_2 = P_l \tan\varphi_2$$

$$Q_\gamma = P_l (\tan\varphi_2 - \tan\varphi_1)$$



برای اصلاح ضریب قدرت به واحد:

$$Q_s = 0 \rightarrow Q_\gamma = -Q_l = -P_l \tan \varphi$$

در این حالت هیچ توان راکتیوی از منبع کشیده نمی شود.

$$Q_\gamma = -P_l \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}{\cos \varphi} = -S_l \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$$

قبل از جبران سازی:

$$S_s = S_l = P_l + jQ_l$$

بعد از جبران سازی:

$$S_s = S_l + Q_\gamma = P_l + j(Q_l + Q_\gamma)$$

$$\text{If } Q_\gamma = -Q_l \rightarrow S_s = P_l$$

جبران سازی کامل

(ضریب قدرت واحد)

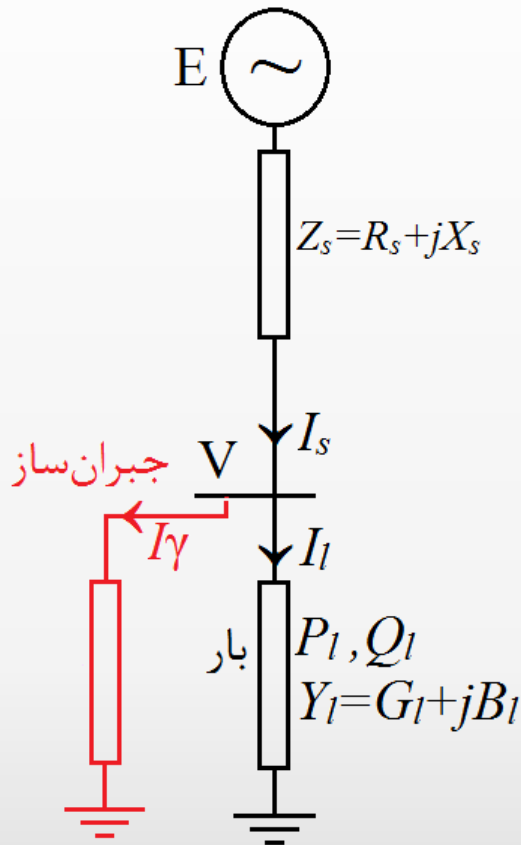
تثبیت ولتاژ

تنظیم ولتاژ به صورت زیر تعریف می شود:

Voltage Regulation:
$$V.R. = \frac{|E| - |V|}{|V|}$$

در حالت بی باری: $V = E$

قبل از جبران سازی:

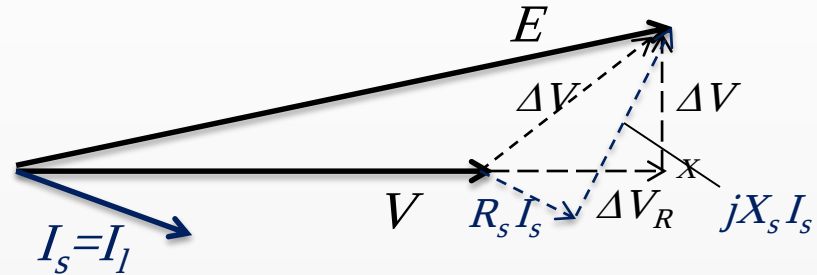


$$\Delta V = E - V = Z_s \cdot I_s = I_s (R_s + jX_s)$$

$$\left. \begin{aligned} I_s &= I_l \Rightarrow \Delta V = I_l (R_s + jX_s) \\ S_l &= V \cdot I_l^* \xrightarrow{V \angle 0} S^* = V \cdot I_l \Rightarrow I_l = \frac{P_l - jQ_l}{V} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta V = (R_s + jX_s) \cdot \frac{P_l - jQ_l}{V}$$

روابط برداری هستند لیکن برای پرهیز از شلوغی از نمایش علامت بردار صرف نظر شده است.

$$\Rightarrow \Delta V = \underbrace{\frac{R_s P_l + X_s Q_l}{V}}_{\Delta V_R} + j \underbrace{\frac{X_s P_l - R_s Q_l}{V}}_{\Delta V_X}$$



$$E = V + \Delta V \Rightarrow E = V + \frac{R_s P_l + X_s Q_l}{V} + j \frac{X_s P_l - R_s Q_l}{V}$$

$$\Rightarrow |E|^2 = \left[V + \frac{R_s P_l + X_s Q_l}{V} \right]^2 + \left[\frac{X_s P_l - R_s Q_l}{V} \right]^2 \quad (*)$$

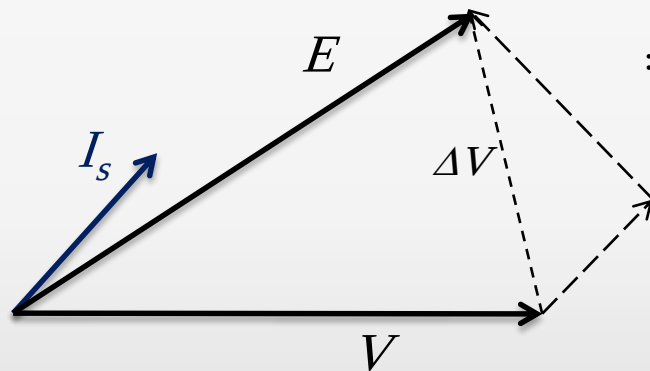
- از رابطه فوق میتوان به ازاء مقدار معین ولتاژ داخلی منبع (E) و بار مورد نظر ولتاژ شین مصرف (V) را بدست آورد.

با قرار دادن یک جبران ساز در شین مصرف:

$$P_s = P_l \quad , \quad Q_s = Q_l + Q_\gamma$$

$$\Rightarrow |E|^2 = \left[V + \frac{R_s P_l + X_s (Q_l + Q_\gamma)}{V} \right]^2 + \left[\frac{X_s P_l - R_s (Q_l + Q_\gamma)}{V} \right]^2$$

در رابطه فوق Q_γ را میتوان طوری انتخاب کرد که ولتاژ شین برابر مقدار مورد نظر باشد.



در حالت تنظیم ولتاژ صفر (یعنی $V=E$ یا $V.R.=0$) داریم:

اگر هدف اصلاح ضریب قدرت به واحد باشد، داریم:

$$Q_\gamma = -Q_l \Rightarrow Q_s = 0$$

$$|E|^2 = \left[V + \frac{R_s P_l}{V} \right]^2 + \left[\frac{X_s P_l}{V} \right]^2 \quad , \quad \Delta V = \frac{R_s P_l}{V} + j \frac{X_s P_l}{V} = \frac{P_l (R_s + jX_s)}{V}$$

معمولاً به جای R_s و X_s قدرت اتصال کوتاه منبع (S_{SC}) در شین بار داده می شود.

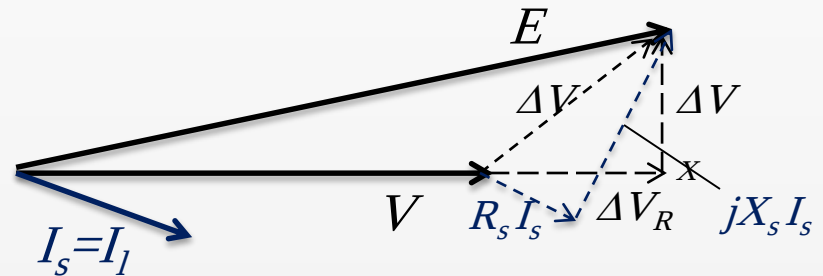
$$|I_{SC}| = \frac{|E|}{|Z_s|} \Rightarrow S_{SC} = |I_{SC}| |E| = \frac{|E|^2}{|Z_s|} \Rightarrow |Z_s| = \frac{E^2}{S_{SC}}$$

$$\begin{cases} R_s = |Z_s| \cos \varphi_s \\ X_s = |Z_s| \sin \varphi_s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_s = \frac{E^2}{S_{SC}} \cos \varphi_s \\ X_s = \frac{E^2}{S_{SC}} \sin \varphi_s \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta V_R = \frac{R_s P_l + X_s Q_l}{V} \\ \Delta V_X = \frac{X_s P_l - R_s Q_l}{V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta V_R = \frac{E^2}{V \cdot S_{SC}} [P_l \cos \varphi_s + Q_l \sin \varphi_s] \\ \Delta V_X = \frac{E^2}{V \cdot S_{SC}} [P_l \sin \varphi_s - Q_l \cos \varphi_s] \end{cases}$$

ΔV_R مستقیماً بر طول بردار V تأثیر دارد، در حالیکه ΔV_X باعث اختلاف فاز E و V می شود و در طول بردار V تأثیر چندانی ندارد، بنابراین با تقریب خوبی می توان تغییرات ولتاژ شین مصرف را فقط متأثر از ΔV_R دانست و از تأثیر ΔV_X بر آن صرفنظر نمود، در نتیجه داریم:

$$\Delta V \approx \Delta V_R = \frac{E^2}{V \cdot S_{sc}} [P_l \cos \varphi_s + Q_l \sin \varphi_s]$$



معمولاً در سیستمهای قدرت داریم:

$$X_s \gg R_s \Rightarrow (\varphi \rightarrow 90^\circ) \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi \rightarrow 0 \\ \sin \varphi \rightarrow 1 \end{cases}$$

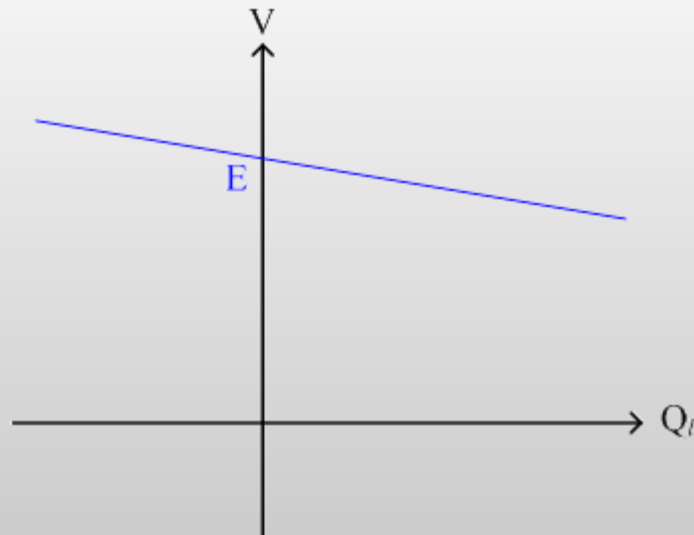
با توجه به فرضیات بالا داریم:

$$\Delta V \approx \frac{E^2}{V \cdot S_{sc}} Q_l$$

با توجه به اینکه تغییرات نسبتاً کم ولتاژ در شین بار موردنظر است:

$$\left. \begin{aligned} \Delta V &\approx \frac{E^2}{V \cdot S_{sc}} Q_l \\ E &\approx V \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} \approx \frac{Q_l}{S_{sc}}$$

$$\left. \begin{aligned} E = V + \Delta V &\approx V \left[1 + \frac{Q_l}{S_{sc}} \right] \Rightarrow V \approx \frac{E}{1 + \frac{Q_l}{S_{sc}}} \\ Q_l &\ll S_{sc} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V \approx E \left[1 - \frac{Q_l}{S_{sc}} \right]$$



بنابراین مشخصه تقریبی ولتاژ - قدرت راکتیو

سیستم بصورت زیر است:

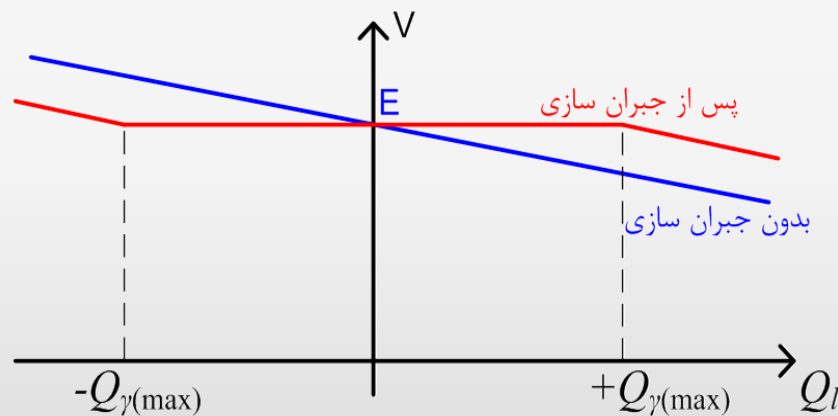
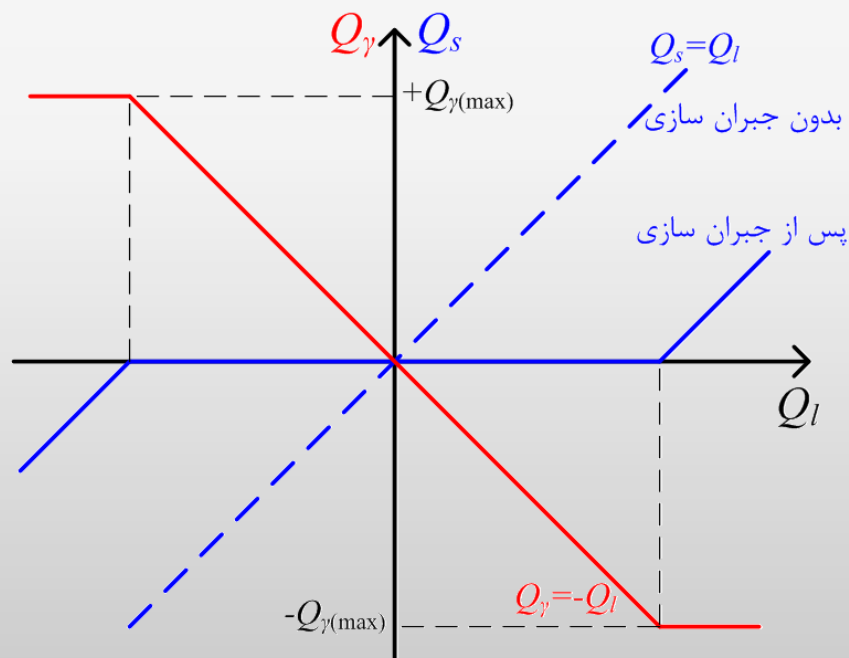
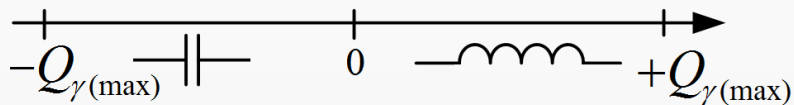
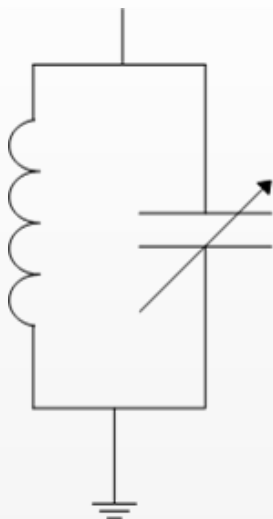
با اضافه کردن جبران ساز به شین مورد نظر داریم:

$$Q_s = Q_l + Q_\gamma$$

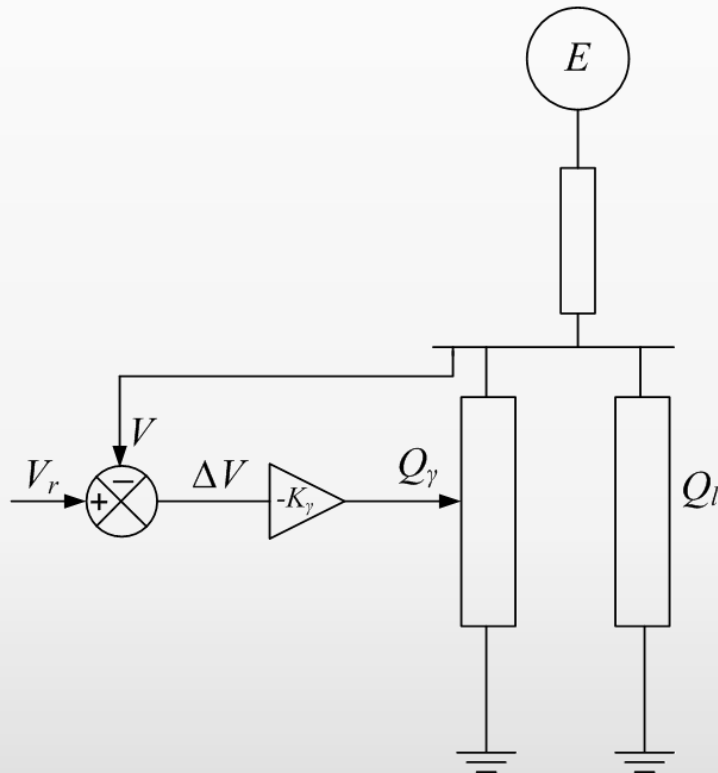
$$\text{if } Q_\gamma = -Q_l \Rightarrow Q_s = 0 \Rightarrow V \approx E$$

در این صورت هم **اصلاح ضریب قدرت** به مقدار واحد و هم **تنظیم ولتاژ** صفر (تثبیت کامل ولتاژ) به صورت همزمان انجام شده است. البته نباید فرضیات تقریبی لحاظ شده را فراموش کرد.

عملکرد یک جبران ساز ساده:



جبران ساز با یک کنترل کننده تناسبی:



$$V \approx E \left(1 - \frac{Q_l}{S_{SC}} \right)$$

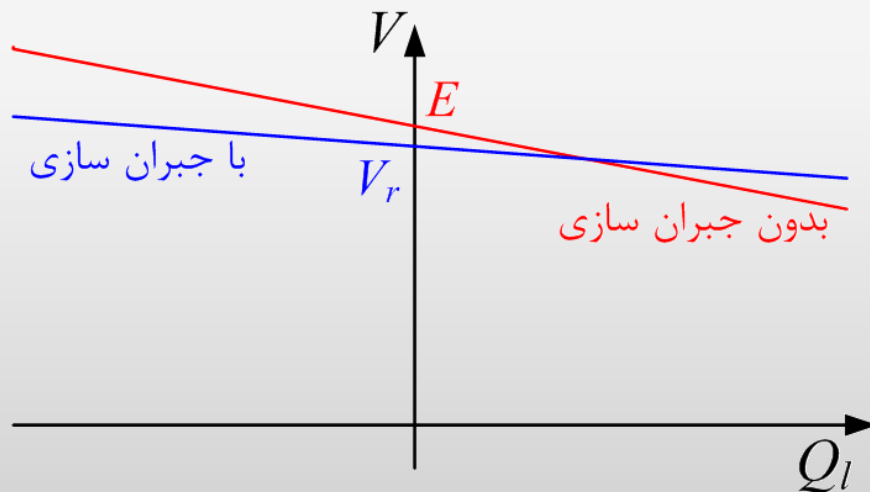
$$\left. \begin{aligned} Q_\gamma &= -K_\gamma (V_r - V) \\ V &= E \left(1 - \frac{Q_l + Q_\gamma}{S_{SC}} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow V = E \left[1 - \frac{Q_l - K_\gamma (V_r - V)}{S_{SC}} \right]$$

$$VS_{SC} = E(S_{SC} - Q_l + K_\gamma V_r - K_\gamma V)$$

$$V(S_{SC} + K_\gamma E) = E(S_{SC} + K_\gamma V_r - Q_l) \Rightarrow V = E \left(\frac{1 + K_\gamma \frac{V_r}{S_{SC}}}{1 + K_\gamma \frac{E}{S_{SC}}} - \frac{\frac{Q_l}{S_{SC}}}{1 + K_\gamma \frac{E}{S_{SC}}} \right)$$

$$K_\gamma = \frac{dQ_\gamma}{dV} \text{ گین جبران ساز:}$$

در شکل زیر منحنی ولتاژ - توان راکتیو بار قبل و بعد از جبران سازی نشان داده شده است:



$$-\frac{1}{S_{SC}} \text{ شیب منحنی بدون جبران سازی:}$$

شیب منحنی با جبران سازی:

$$-\frac{1}{S_{SC} \left(1 + K_\gamma \frac{E}{S_{SC}} \right)}$$

مثال:

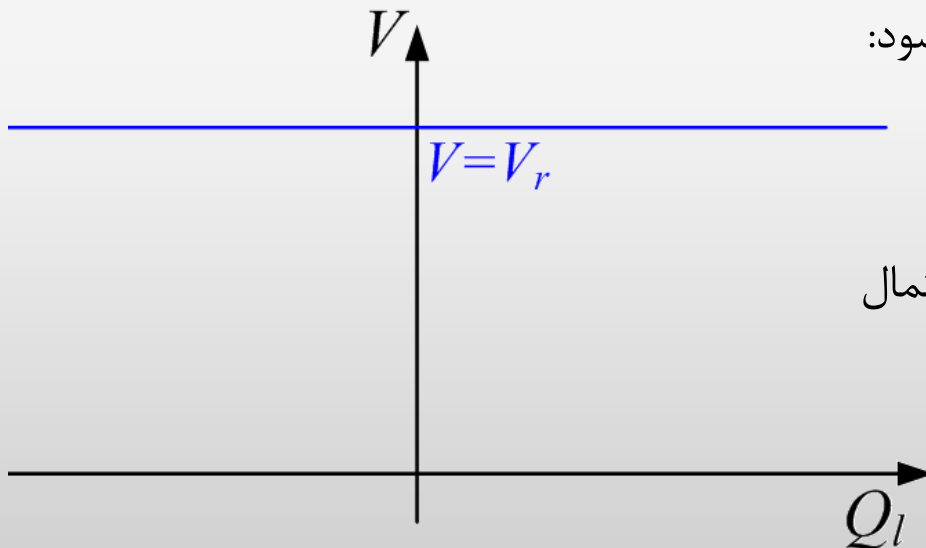
$$\left. \begin{array}{l} E = 1 \text{ pu} \\ S_{SC} = 10 \text{ pu} \\ K_\gamma = 50 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{S_{SC} \left(1 + K_\gamma \frac{E}{S_{SC}} \right)} = -\frac{1}{10 \times \left(1 + 50 \times \frac{1}{10} \right)} = -\frac{1}{60} \quad \text{با جبران سازی:} \\ -\frac{1}{S_{SC}} = -\frac{1}{10} \quad \text{بدون جبران سازی:} \end{array} \right.$$

در حالت ایده آل شیب منحنی صفر می شود:

$$K_\gamma \rightarrow \infty \Rightarrow V = V_r$$

گین زیاد در عین داشتن هزینه بالا، احتمال

ناپایداری سیستم را بالا می برد.



توان راکتیو جبران ساز

با جایگذاری V در رابطه Q_γ داریم:

$$Q_\gamma = -K_\gamma (V_r - V) \Rightarrow Q_\gamma = \frac{K_\gamma}{1 + K_\gamma \frac{E}{S_{SC}}} \left[E \left(1 - \frac{Q_l}{S_{SC}} \right) - V_r \right]$$

اگر فرض شود $V_r = E$ داریم:

$$V = E \left(1 - \frac{\frac{Q_l}{S_{SC}}}{1 + K_\gamma \frac{E}{S_{SC}}} \right)$$

$$Q_\gamma = - \frac{K_\gamma \frac{E}{S_{SC}}}{1 + K_\gamma \frac{E}{S_{SC}}} Q_l$$

متعادل کردن بار

- اتصال بارهای تکفاز بزرگ بین دو فاز شبکه های انتقال و توزیع
ترن های برقی، دستگاههای جوشکاری بزرگ و کوره های الکتریکی
- ایجاد عدم تقارن سیستم و در نتیجه مؤلفه توالی منفی ولتاژ
- از معایب عدم تقارن ولتاژ :
 - افزایش تلفات شبکه
 - افزایش یا کاهش جدی ولتاژ فاز و خط به خط
 - افزایش بیش از حد دمای هادیهای خط انتقال، موتورها و سایر بارها
 - اضافه گرمایش روتور یک ژنراتور در اثر جریان با فرکانس دابل ناشی از تغذیه بار نامتقارن توسط ژنراتور

متعادل کردن بار

معیار عدم تقارن ولتاژ برابر با نسبت مؤلفه جریان منفی به مؤلفه جریان مثبت می باشد.

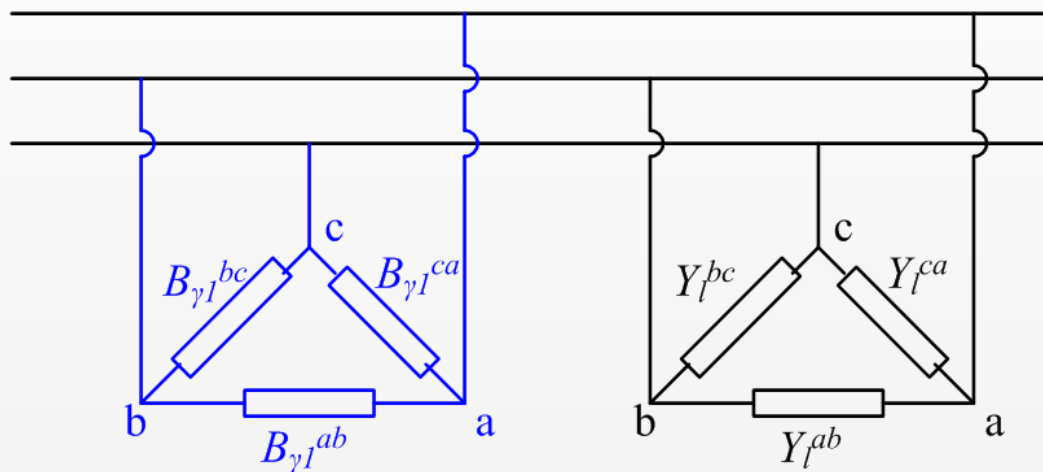
$$\left(\frac{V^-}{V^+} \right)$$

اگر یک بار تکفاز با قدرت نامی S_L ، بین دو فاز از یک منبع سه فاز با قدرت اتصال کوتاه S_{SC} قرار گیرد، عدم تقارن ولتاژ زیر ایجاد خواهد شد:

$$\frac{V^-}{V^+} \approx \frac{S_L}{S_{SC}}$$

• طبق استاندارد IEC موتورهای الکتریکی باید توانایی تحمل عدم تقارن ولتاژ $pu \ 0.1$ برای مدت طولانی و $pu \ 0.15$ برای مدت کوتاه (چند دقیقه) را داشته باشند.

اصلاح ضریب قدرت بار

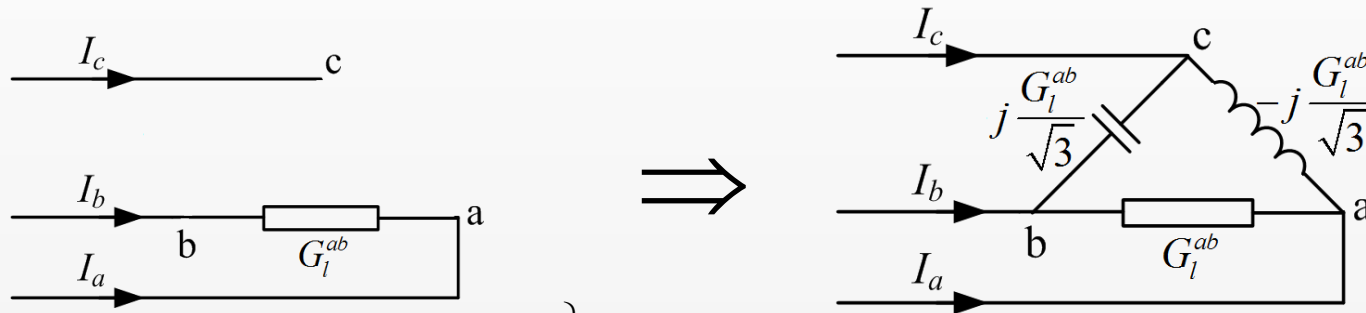


$$\begin{cases} V_{ab} = \sqrt{3}V \angle 0 \\ V_{bc} = \sqrt{3}V \angle -120 \\ V_{ca} = \sqrt{3}V \angle +120 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Y_l^{ab} = G_l^{ab} + jB_l^{ab} \\ Y_l^{bc} = G_l^{bc} + jB_l^{bc} \\ Y_l^{ca} = G_l^{ca} + jB_l^{ca} \end{cases}$$

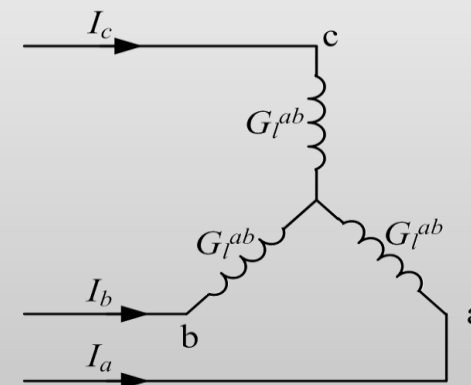
$$\begin{cases} B_{\gamma_1}^{ab} = -B_l^{ab} \\ B_{\gamma_1}^{bc} = -B_l^{bc} \\ B_{\gamma_1}^{ca} = -B_l^{ca} \end{cases}$$

برای متقارن کردن یک بار تکفاز، کافی است یک راکتانس و یک خازن را مطابق مقادیر ذکر شده در شکل بین فازهای دیگر قرار دهیم. ثابت می شود که در این حالت سیستم متقارن خواهد شد.



$$\left. \begin{aligned} I_{ab} &= V_{ab} G_l^{ab} = \sqrt{3} V \cdot G_l^{ab} \\ I_{bc} &= V_{bc} \left(j \frac{G_l^{ab}}{\sqrt{3}} \right) = V \cdot G_l^{ab} - 30 \\ I_{ca} &= V_{ca} \left(-j \frac{G_l^{ab}}{\sqrt{3}} \right) = V \cdot G_l^{ab} + 30 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} I_a = I_{ab} - I_{ca} = \sqrt{3} G_l^{ab} \cdot V - 0 - G_l^{ab} \cdot V + 30 \\ I_b = I_{bc} - I_{ab} = G_l^{ab} \cdot V - 30 - \sqrt{3} G_l^{ab} \cdot V - 0 \\ I_c = I_{ca} - I_{bc} = G_l^{ab} \cdot V + 30 - G_l^{ab} \cdot V - 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_a = G_l^{ab} \cdot V - 30 \\ I_b = G_l^{ab} \cdot V - 150 \\ I_c = G_l^{ab} \cdot V + 90 \end{cases}$$



حال یک بار سه فاز را در نظر بگیرید که در هر فاز آن G_l وجود دارد و مقادیرشان متفاوت است. با توجه به نتایج به دست آمده برای بار تکفاز، برای متقارن کردن این بار باید از جبران ساز با مقادیر زیر استفاده کنیم:

$$\begin{cases} B_{\gamma_2}^{ab} = \frac{1}{\sqrt{3}}(G_l^{ca} - G_l^{bc}) \\ B_{\gamma_2}^{bc} = \frac{1}{\sqrt{3}}(G_l^{ab} - G_l^{ca}) \\ B_{\gamma_2}^{ca} = \frac{1}{\sqrt{3}}(G_l^{bc} - G_l^{ab}) \end{cases}$$

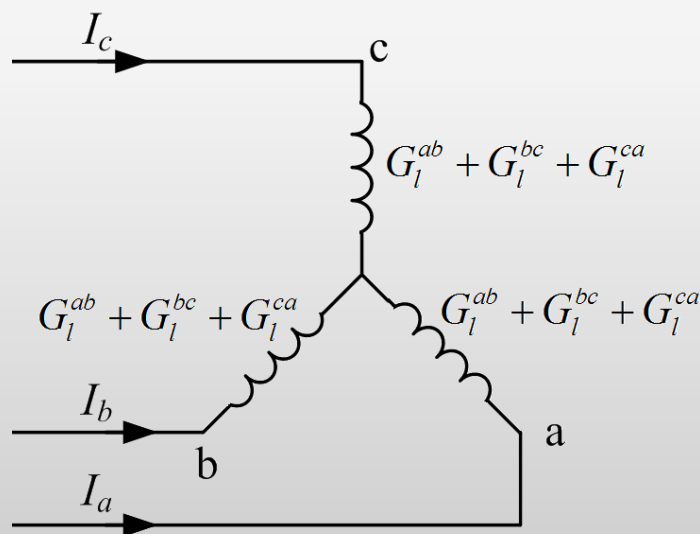
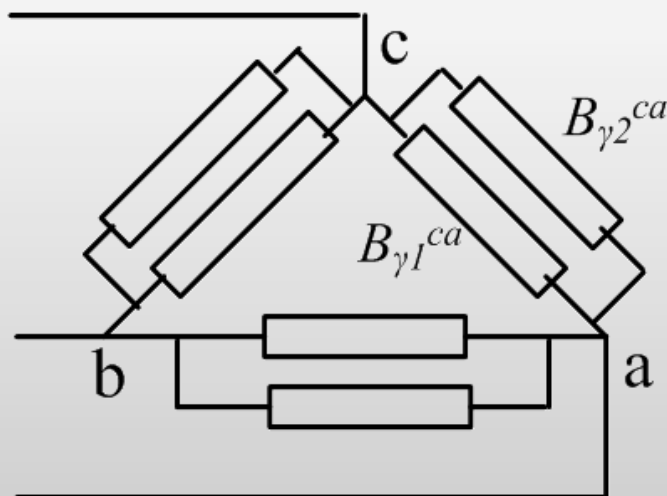
اگر بخواهیم همزمان اصلاح ضریب قدرت به مقدار واحد را انجام دهیم، باید علاوه بر جبران ساز B_{γ_2} ، از جبران ساز B_{γ_1} با مقادیر زیر استفاده کنیم:

$$\begin{cases} B_{\gamma_1}^{ab} = -B_l^{ab} \\ B_{\gamma_1}^{bc} = -B_l^{bc} \\ B_{\gamma_1}^{ca} = -B_l^{ca} \end{cases}$$

در این صورت مقدار کلی جبران ساز به صورت زیر محاسبه می شود. نحوه قرار گرفتن عناصر جبران ساز در مدار و همچنین مقادیر معادل بار پس از جبران سازی را در شکل های زیر

مشاهده می کنید:

$$\begin{cases} B_{\gamma}^{ab} = B_{\gamma 1}^{ab} + B_{\gamma 2}^{ab} = -B_l^{ab} + \frac{1}{\sqrt{3}}(G_l^{ca} - G_l^{bc}) \\ B_{\gamma}^{bc} = B_{\gamma 1}^{bc} + B_{\gamma 2}^{bc} = -B_l^{bc} + \frac{1}{\sqrt{3}}(G_l^{ab} - G_l^{ca}) \\ B_{\gamma}^{ca} = B_{\gamma 1}^{ca} + B_{\gamma 2}^{ca} = -B_l^{ca} + \frac{1}{\sqrt{3}}(G_l^{bc} - G_l^{ab}) \end{cases}$$

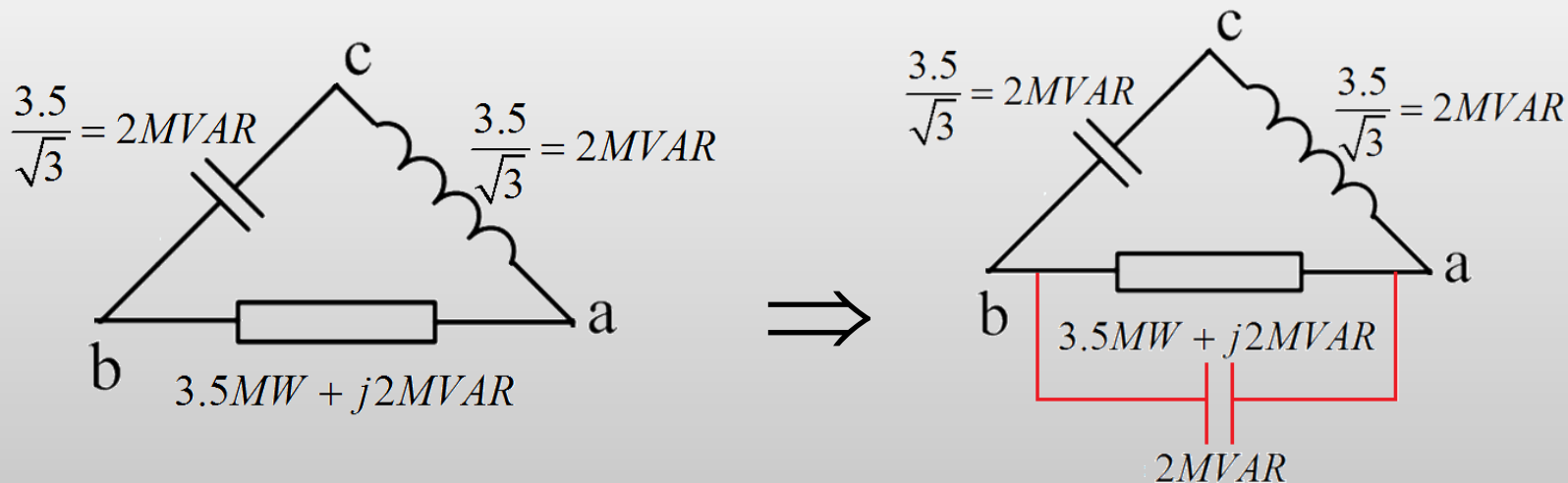


مثال: بار تکفاز 4 MVA با ضریب قدرت 0.866 و پسفاز بین دو فاز از یک منبع سه فاز قرار دارد. آن را متعادل کرده و ضریب قدرت را به مقدار واحد اصلاح می کنیم.

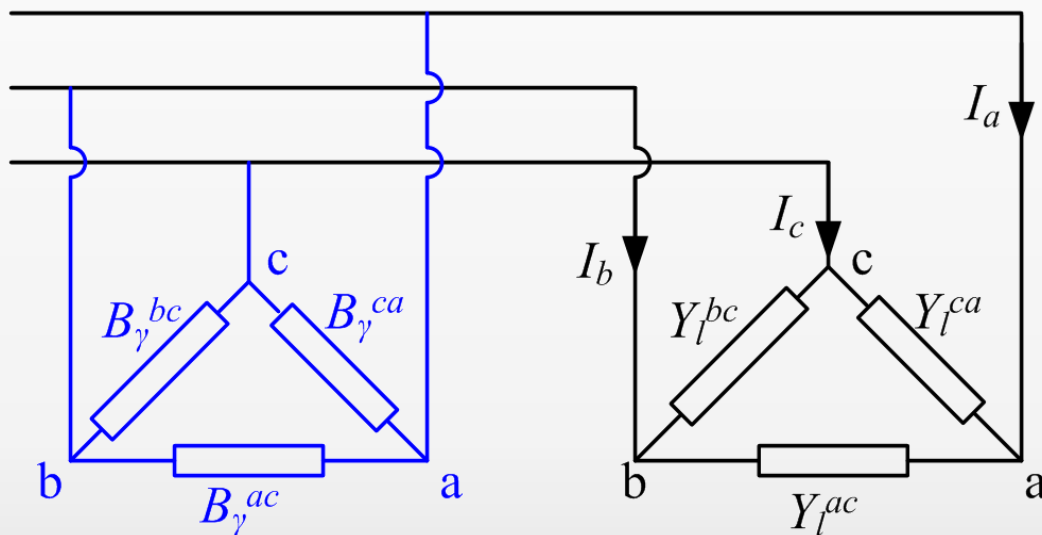
$$\left. \begin{array}{l} S_l = 4MVA \\ P.F. = 0.866lag \end{array} \right\} \Rightarrow S_l = 3.5MW + j2MVAR$$

$$S_{SC} = 100MVA \Rightarrow \frac{V^-}{V^+} \square \frac{S_L}{S_{SC}} = 0.04 \quad \text{عدم تقارن ولتاژ:}$$

مطابق شکل های زیر ابتدا بخش اکتیو و سپس قسمت راکتیو بار متقارن می شود. در این حالت توان راکتیو معادل بار برابر صفر خواهد شد و ضریب قدرت نیز به مقدار واحد اصلاح می شود.



تعیین جبران‌ساز بروش مؤلفه های متقارن



$$h = 1 \angle +120 = e^{j\frac{2\pi}{3}} \Rightarrow \begin{cases} V_a = V \angle 0 = V \\ V_b = V \angle -120 = h^2.V \\ V_c = V \angle +120 = h.V \end{cases}$$

روابط جریان فازها در بار به صورت زیر است:

$$\begin{cases} I_{ab} = V_{ab} Y_l^{ab} = V(1-h^2)Y_l^{ab} \\ I_{bc} = V_{bc} Y_l^{bc} = V(h^2-1)Y_l^{bc} \\ I_{ca} = V_{ca} Y_l^{ca} = V(h-1)Y_l^{ca} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_a = I_{ab} - I_{ca} = V(1-h^2)Y_l^{ab} - V(h-1)Y_l^{ca} \\ I_b = I_{bc} - I_{ab} = V(h^2-1)Y_l^{bc} - V(1-h^2)Y_l^{ab} \\ I_c = I_{ca} - I_{bc} = V(h-1)Y_l^{ca} - V(h^2-1)Y_l^{bc} \end{cases}$$

با استفاده از روابط بالا، مؤلفه های توالی صفر، مثبت و منفی جریان بار را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} I_{0l} = (I_a + I_b + I_c) / \sqrt{3} \\ I_{1l} = (I_a + h.I_b + h^2.I_c) / \sqrt{3} \\ I_{2l} = (I_a + h^2.I_b + h.I_c) / \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_{0l} = 0 \\ I_{1l} = (Y_l^{ab} + Y_l^{bc} + Y_l^{ca}) V \sqrt{3} \\ I_{2l} = -(h^2.Y_l^{ab} + Y_l^{bc} + h.Y_l^{ca}) V \sqrt{3} \end{cases}$$

به طریق مشابه، مؤلفه های توالی صفر، مثبت و منفی جریان جبران ساز بصورت زیر به دست می آید:

$$\begin{cases} I_{0\gamma} = 0 \\ I_{1\gamma} = (B_\gamma^{ab} + B_\gamma^{bc} + B_\gamma^{ca}) V \sqrt{3} \\ I_{2\gamma} = -(h^2.B_\gamma^{ab} + B_\gamma^{bc} + h.B_\gamma^{ca}) V \sqrt{3} \end{cases}$$

برای متعادل شدن بار، بایستی مجموع جریان های توالی صفر و مجموع جریان های توالی منفی

صفر باشند.

$$\begin{cases} I_0 = I_{0l} + I_{0\gamma} = 0 + 0 = 0 \\ I_1 = I_{1l} + I_{1\gamma} = I_{1l} + (B_{\gamma}^{ab} + B_{\gamma}^{bc} + B_{\gamma}^{ca})V\sqrt{3} \\ I_2 = I_{2l} + I_{2\gamma} = I_{2l} - (h^2.B_{\gamma}^{ab} + B_{\gamma}^{bc} + h.B_{\gamma}^{ca})V\sqrt{3} \end{cases}$$

برای داشتن ضریب قدرت واحد نیز بایستی شرط زیر برقرار باشد:

$$\text{Im } I_1 = \text{Im}(I_{1l} + I_{1\gamma}) = 0$$

$$\begin{cases} I_2 = I_{2l} + I_{2\gamma} = 0 \\ \text{Im } I_1 = \text{Im}(I_{1l} + I_{1\gamma}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_{2l} - (h^2.B_{\gamma}^{ab} + B_{\gamma}^{bc} + h.B_{\gamma}^{ca})V\sqrt{3} = 0 \\ \text{Im}[I_{1l} + (B_{\gamma}^{ab} + B_{\gamma}^{bc} + B_{\gamma}^{ca})V\sqrt{3}] = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Re } I_{2l} + j \text{Im } I_{2l} - (h^2.B_{\gamma}^{ab} + B_{\gamma}^{bc} + h.B_{\gamma}^{ca})V\sqrt{3} = 0 \\ \text{Im}[\text{Re } I_{1l} + j \text{Im } I_{1l} + (B_{\gamma}^{ab} + B_{\gamma}^{bc} + B_{\gamma}^{ca})V\sqrt{3}] = 0 \end{cases}$$

با حل روابط بالا نتایج زیر به دست می آید:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{\gamma}^{ab} = -\frac{1}{3\sqrt{3}V} (\text{Im } I_{1l} + \text{Im } I_{2l} - \sqrt{3} \text{Re } I_{2l}) \\ B_{\gamma}^{bc} = -\frac{1}{3\sqrt{3}V} (\text{Im } I_{1l} - 2 \text{Im } I_{2l}) \\ B_{\gamma}^{ca} = -\frac{1}{3\sqrt{3}V} (\text{Im } I_{1l} + \text{Im } I_{2l} + \sqrt{3} \text{Re } I_{2l}) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} B_{\gamma}^{ab} = -\frac{1}{3V} (\text{Im } I_a + \text{Im } h.I_b - \text{Im } h^2.I_c) \\ B_{\gamma}^{bc} = -\frac{1}{3V} (-\text{Im } I_a + \text{Im } h.I_b + \text{Im } h^2.I_c) \\ B_{\gamma}^{ca} = -\frac{1}{3V} (\text{Im } I_a - \text{Im } h.I_b + \text{Im } h^2.I_c) \end{array} \right.$$