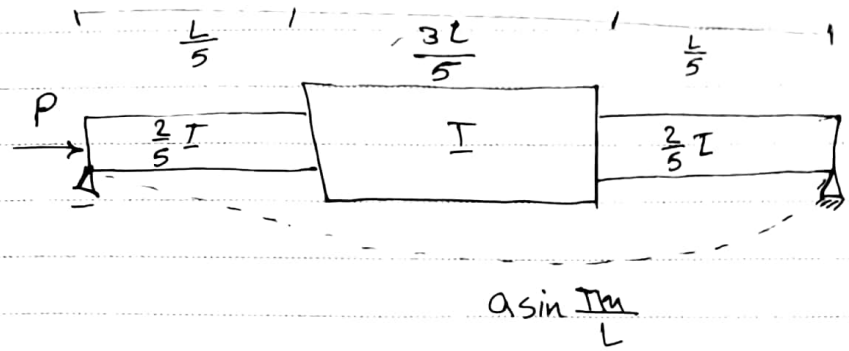
Subject :
Year 1401 Month 02 Date 12 ( )

جلسه چهاردهم

تمرین ۱ : تیر ارتجاعی مقطع متغیر با روش رایلی ریتز در دو حالت زیر

الف) یک تابع شکل $\phi_1 = \sin\frac{\pi x}{L}$

ب) دو تابع شکل $\phi_1 = \sin\frac{\pi x}{L}$ ، $\phi_2 = \sin\frac{3\pi x}{L}$



$a\sin\frac{\pi x}{L}$

جواب حالت الف)

$P_{cr} = 9.3936\frac{EI}{L^2}$ ← جواب قبل Error = 9.2% ←

جواب حالت ب)

$P_{cr} = 9.2253\frac{EI}{L^2}$ ← بهبود جواب Error = 8.4% ←

تمرین مشابه با این با روش رایلی ریتز با تابع درجه دوم حل کنید

ax^2+bx+c

$b = -aL$

$a(x^2 - Lx)$

راهنمایی حل تمرین اول : $U_{ij} = \int_0^L EI\,\phi_i''\,\phi_j'' = \int_0^{\frac{L}{5}} \frac{2}{5}EI\,\phi_i''\,\phi_j''\,dx + \int_{\frac{L}{5}}^{\frac{4L}{5}} EI\,\phi_i''\,\phi_j''\,dx + \int_{\frac{4L}{5}}^{L} \frac{2}{5}EI\,\phi_i''\,\phi_j''\,dx$

قسمت الف) $U_{11} = \int EI\,\phi_1''^{\,2}\,dx = \int \ldots + \int \ldots + \int \ldots$

قسمت ب)
$$\begin{cases} U_{11} = \int \ldots + \int \ldots + \int \ldots = \\ U_{12} = U_{21} = \int \ldots + \int \ldots + \int \ldots = \end{cases}$$

$U_{22} = \int \ldots + \int \ldots + \int \ldots =$

PAPCO

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

مشتق مشترک $V_{ij} = \int_0^l \phi_i' \phi_j' dx$
الف و ب

تمرین ۲ - مسئله قبل را با روش رایلی ریتز و تابع درجه دوم حل کنید

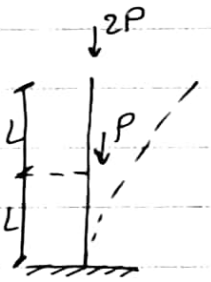
ax^2+bx+c

$b = -al$

$a(x^2 - lx)$

ϕ

تمرین ۳ بار بحرانی ستون زیر؟ ← با روش رایلی ریتز



$P_{cr} = ?$

راهنمایی: فرض کنید $\phi = x^2$

$\Pi = \int \frac{EI}{2} (\Sigma a_i \phi_i'')^2 dx - \int \frac{P}{2} (\Sigma a_i \phi_i')^2 dx$

$\frac{\delta \Pi}{\delta a_j} = 0$

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\int_0^L EI\,\phi_i''\,\phi_j''\,dx - P\int_0^L \phi_i'\,\phi_j'\,dx\right)a_i = 0$$

$$[u-Pv]\{a\} = \{0\} \Rightarrow |u-Pv| = 0$$

$$u_{ij} = \int_0^L EI\,\phi_i''\,\phi_j''\,dx$$

ضربب بار

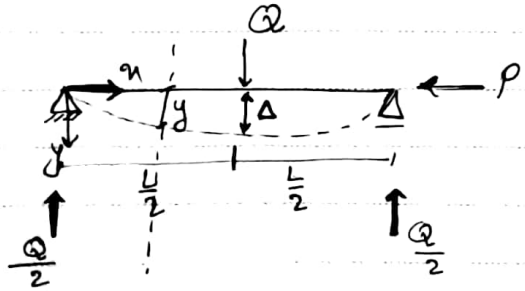
$$v_{ij} = \int_0^L \alpha\,\phi_i'\,\phi_j'\,dx$$

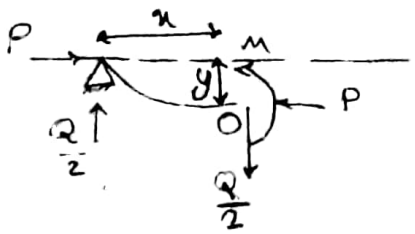
$$= \int_0^L 3\phi_i'\,\phi_j'\,dx + \int_L^{2L} 2\phi_i'\,\phi_j'\,dx$$

$$\phi = \phi_1 = x^2$$

$$\begin{cases} i=j=1: & v_{11} = \int_0^L 3\phi'^2\,dx + \int_L^{2L} 2\phi'^2\,dx = \cdots \\ & u_{11} = \int_0^L EI\,\phi''^2\,dx = \cdots \end{cases}$$

تحلیل پایداری تیرستون‌ها





$$\Sigma m_O = 0 \Rightarrow Py + \frac{Q}{2}x = M = -EIy''$$

$$EIy'' + Py = -\frac{Q}{2}x \qquad , \lambda = \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

$$y = A\sin\lambda x + B\cos\lambda x - \frac{Qx}{2P}$$

ضربب y

Scanned with CamScanner

$$\begin{cases} y(0) = 0 \Rightarrow B = 0 \\ y'\left(\frac{L}{2}\right) = 0 \Rightarrow A\lambda \cos\frac{\lambda L}{2} - \frac{Q}{2P} = 0 \Rightarrow A = \frac{Q}{2P\lambda}\,\frac{1}{\cos\frac{\lambda L}{2}} \end{cases}$$

$$\therefore y = \frac{Q}{2P\lambda}\,\frac{\sin\lambda x}{\cos\frac{\lambda L}{2}} - \frac{Qx}{2P}$$

$$y = \frac{Q}{2P}\left(\frac{1}{\lambda}\,\frac{\sin\lambda x}{\cos\frac{\lambda L}{2}} - x\right)$$

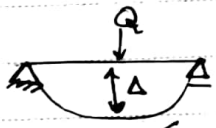
$$\Delta = y_{max} = y\left(x = \frac{L}{2}\right)$$

$$\Delta = \frac{Q}{2P}\left(\frac{1}{\lambda}\,\frac{\sin\frac{\lambda L}{2}}{\cos\frac{\lambda L}{2}} - \frac{L}{2}\right)$$

$$\Delta = \frac{QL}{4P}\left(\frac{\tan\frac{\lambda L}{2}}{\frac{\lambda L}{2}} - 1\right)$$

$$\frac{\lambda L}{2} = \alpha$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{P}{EI}}$$



خیز تیر ساده تحت بار متمرکز $\Delta_0 = \frac{QL^3}{48EI}$

ضریب تشدید تنش $\beta = \frac{\Delta}{\Delta_0}$

$$\beta = \frac{\frac{QL}{4P}}{\frac{QL^3}{48EI}\cdot\frac{1}{12}}\left(\frac{\tan\alpha}{\alpha} - 1\right)$$

$$\beta = 12\,\frac{EI}{L^2}\,\frac{1}{P}\left(\frac{\tan\alpha}{\alpha} - 1\right) = \frac{12}{\pi^2}\,\frac{P_E}{P}\left(\frac{\tan\alpha}{\alpha} - 1\right)$$

بار اویلر

$$P_{cr} = P_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

نکته: $\alpha = \frac{\lambda L}{2} = \frac{L}{2}\sqrt{\frac{P}{EI}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{PL^2}{EI}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{P\pi^2}{\pi^2\frac{EI}{L^2}}} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{P}{P_E}}$

Scanned with CamScanner

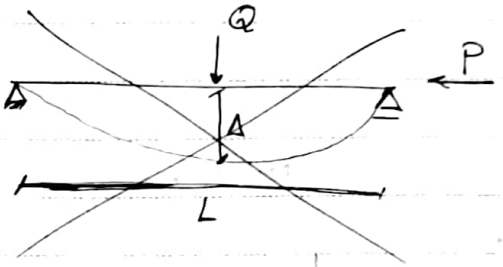
Subject :
Year . Month . Date . ( )

$$\frac{P}{P_E} = \frac{\alpha^2}{\frac{\pi^2}{4}} \Rightarrow \frac{P_E}{P} = \frac{\pi^2}{4\alpha^2}$$

$$\therefore \beta = \frac{12}{\pi^2} \frac{\pi^2}{4\alpha^2} \left(\frac{\tan\alpha}{\alpha} - 1 \right)$$

$$\beta = \frac{3}{\alpha^2} \left(\frac{\tan\alpha}{\alpha} - 1 \right)$$

مثال عددی: ظرفیت حمل ستون را اندازه 50 درصد بار عبارتی اعمال شود ضریب تشدید تغییرشکل را محاسبه کنید.

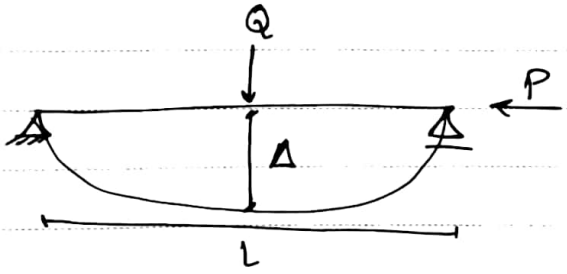


$$\alpha = \frac{\pi}{2}\sqrt{0.5} = 1.11$$

$$\beta = \frac{3}{1.11^2}\left(\frac{\tan 1.11}{1.11} - 1\right) = 1.99$$

~~$\beta = \frac{3}{\alpha^2}\left(\frac{\tan\alpha}{\alpha} - 1\right)$~~

جلسه پانزدهم:



$$\beta = \frac{3}{\alpha^2}\left(\frac{\tan\alpha}{\alpha} - 1\right)$$

$$\alpha = \frac{\lambda L}{2} \quad , \quad \lambda = \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

$$\beta = \frac{\Delta}{\Delta_0} \Rightarrow \Delta = \beta \cdot \Delta_0 \rightarrow \Delta_0 = \frac{QL^3}{48EI}$$

بسط این تابع: $\tan\alpha + \frac{\alpha^3}{3} + \frac{2}{15}\alpha^5 + \frac{17}{315}\alpha^7 + \cdots$

$$\alpha^2 = \frac{L^2}{4}\frac{P}{EI} = 2.46\,\frac{P}{\frac{\pi^2 EI}{L^2}} = 2.46\,\frac{P}{P_{cr}}$$

Scanned with CamScanner

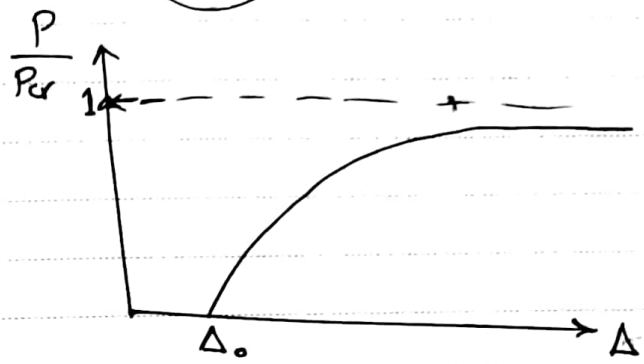
Subject :
Year . Month . Date . ( )

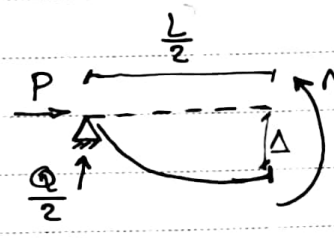
$$\Delta = \Delta_0 \left(1 + \frac{2}{5}\alpha^2 + \frac{17}{315}\alpha^4 + \cdots\right) = \Delta_0 \left[1 + 0.984\frac{P}{P_{cr}} + 0.998\left(\frac{P}{P_{cr}}\right)^2 + \cdots\right]$$

$$\simeq \Delta_0 \left[1 + \frac{P}{P_{cr}} + \left(\frac{P}{P_{cr}}\right)^2 + \cdots\right] = \Delta_0 \frac{1}{1 - \frac{P}{P_{cr}}}$$

$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{P}{P_{cr}}}$$

$$\left(1 - \frac{P}{P_{cr}}\right) \to 0 \Rightarrow P = P_{cr} \quad *$$





$$M_{max} = \frac{Q}{2}\frac{L}{2} + P\Delta = \frac{QL}{4}\left[\left(1 + \frac{P}{\frac{QL}{4}}\Delta_0 \frac{1}{1 - \frac{P}{P_{cr}}}\right]\right.$$

($\frac{QL^3}{48EI}$)

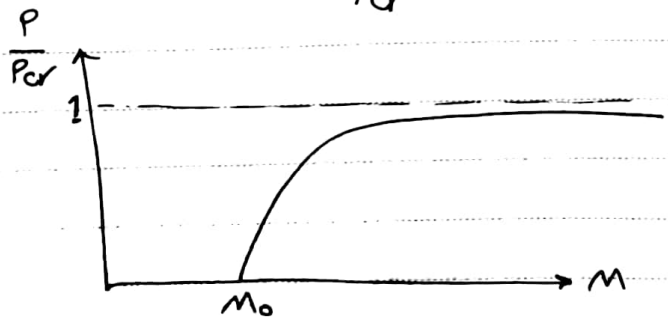
(M_0) لنگر اولیه — لنگر ثانویه — تشدید لنگر

$$M_{max} = M_0\left[1 + \frac{P}{12}\frac{1}{\frac{EI}{L^2}}\frac{1}{1 - \frac{P}{P_{cr}}}\right] = M_0\left(1 + \frac{\pi^2}{12}\frac{\frac{P}{P_{cr}}}{1 - \frac{P}{P_{cr}}}\right)$$

$\frac{EI}{L^2} \to \frac{P_{cr}}{\pi^2}$

$$M_{max} = M_0 \frac{1 - 0.18\frac{P}{P_{cr}}}{1 - \frac{P}{P_{cr}}}$$

ضریب تشدید لنگر $\beta_1 = \dfrac{1 - 0.18\frac{P}{P_{cr}}}{1 - \frac{P}{P_{cr}}}$



Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

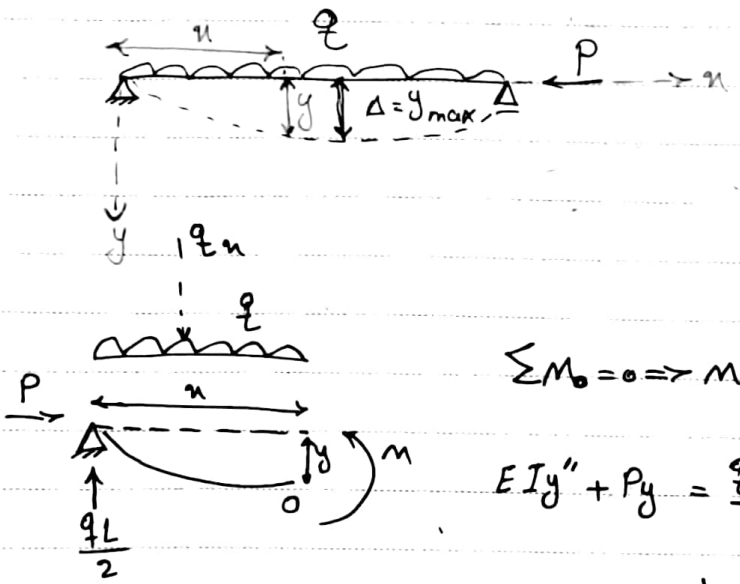
مثال عددی :

$$\frac{P}{P_{cr}} = 0.8$$

$$\beta_1 = \frac{1-0.18(0.8)}{1-0.8} = 5 \times 0.85 = 4.25$$

— تغییر نوع بارگذاری (اثر بارگذاری)

تیر-ستون دوسرساده تحت اثر بارگسترده



$$\sum M_0 = 0 \Rightarrow M = \frac{qL}{2}x - \frac{qx^2}{2} + Py = -EIy''$$

$$EIy'' + Py = \frac{qx^2}{2} - \frac{qL}{2}x$$

$$\Rightarrow y = A\sin\lambda x + B\cos\lambda x + y_p$$

$$y_p = ax^2 + bx + c \Rightarrow EI(2a) + P(ax^2+bx+c) = \frac{qx^2}{2} - \frac{qL}{2}x$$

$$EI(2a) + Pc = 0 \Rightarrow c = -2EI\frac{q}{2P^2}$$

$$Pa = \frac{q}{2} \Rightarrow a = \frac{q}{2P}$$

$$Pb = -\frac{qL}{2} \Rightarrow b = -\frac{qL}{2P}$$

$$y = A\sin\lambda x + B\cos\lambda x + \frac{q}{2P}x^2 - \frac{qL}{2P}x - 2EI\frac{q}{2P^2}$$

$$y(0) = 0 \Rightarrow B = 2EI\frac{q}{2P^2}$$

$$y(L) = 0 \Rightarrow A\sin\lambda L + 2EI\frac{q}{2P^2}\cos\lambda L - 2EI\frac{q}{2P^2} = 0$$

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

$$A = \frac{2EI}{\sin\lambda L}\ \frac{q}{2P^2}\ (1-\cos\lambda L)$$

$$y_{max} = \Delta = y\left(\frac{L}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{qEI}{P^2}\sin\frac{\lambda L}{2} \times \frac{1-\cos\lambda L}{\sin\lambda L} + \frac{qEI}{P^2}\cos\frac{\lambda L}{2} + \frac{q}{2P}\frac{L^2}{4} - \frac{qL}{2P}\frac{L}{2} - \frac{qEI}{P^2}$$

$$\Delta = \frac{qEI}{P^2}\left[\frac{\sin\frac{\lambda L}{2}}{\sin\lambda L}(1-\cos\lambda L) + \cos\frac{\lambda L}{2} - 1\right] - \frac{qL^2}{8P}$$

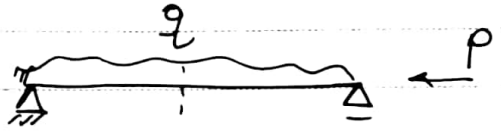
$$\beta = \frac{\Delta}{\Delta_0} = \frac{384}{P^2}\frac{(EI)^2}{L^4} f(\alpha) - \frac{48}{8}\frac{EI}{L^2 P}$$

$\Delta_0 \rightarrow \frac{qL^4}{384EI}$; $\frac{(EI)^2}{L^4} \rightarrow \frac{1}{\pi^4} P_{cr}^2$; $\frac{EI}{L^2 P} \rightarrow \frac{1}{\pi^2} P_{cr}$

$$\frac{\lambda L}{2} = \alpha \rightarrow \beta = \frac{12}{5}\left(\frac{5}{12} + \frac{61}{180}\alpha^2 + \cdots\right)$$

$$\sim 1 + \frac{P}{P_E} + \cdots \Rightarrow \beta = \frac{1}{1-\frac{P}{P_E}}$$

ضریب تشدید لنگر



$$M_{max} = \underbrace{\frac{qL^2}{8}}_{\text{اولیه}} + \underbrace{P\Delta}_{\text{ثانویه}} = \frac{qL^2}{8}\left(1 + \frac{P\beta\Delta_0}{\frac{qL^2}{8}}\right) = M_0\left(1 + P\,\frac{\frac{qL^4}{384EI}}{\frac{qL^2}{8}}\,\frac{1}{1-\frac{P}{P_E}}\right)$$

$$= M_0\,\frac{1+0.3\frac{P}{P_{cr}}}{1-\frac{P}{P_{cr}}} \rightarrow \beta_1$$

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

تمرین : ضریب تشدید تنش شکل و ضریب شدت تنش لبه را برای رویه‌های ترک زیر تعیین کنید.

(1)

(2)

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . 1401 Month . 02 Date . 19 ( )

جلسه شانزدهم

- کلل عمود ارتجاعی - ستون
- معادله تعادل تیرستون

فرضیات ژیزک (Jesek)

1 عضو مقطع مستطیل دارد

2 عمود از استوریا است

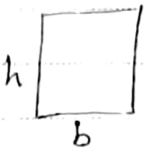
3 کل منحنی رابطه تنش و کرنش خطی بود

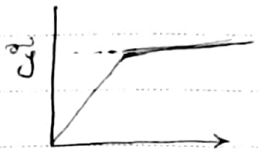
4 تغییر شکل کوچک داریم

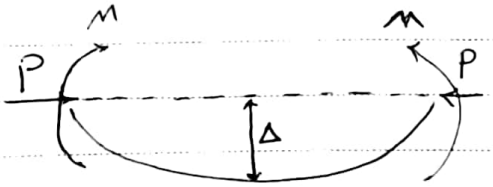
5 عضو منشور است و انحنا ندارد

6 هست حول قوی اصلی ماکزیمم است

ارزش این فرم close form بودن هست





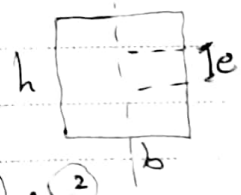


الف) تعادل ارتجاعی ←

$M + Py = -EIy''$

فرض: $y = \Delta \sin \frac{\pi x}{L}$

$y'' = -\Delta \frac{\pi^2}{L^2} \sin \frac{\pi x}{L}$



$x = \frac{L}{2} : y = \Delta \Rightarrow M + P\Delta = \frac{EI}{L^2} \Delta \pi^2$

$e = \frac{M}{P}$

$\Downarrow$

$P(e+\Delta) = \Delta P_E \Rightarrow \frac{e+\Delta}{\Delta} = \frac{P_E}{P} \Rightarrow \frac{e}{\Delta} = \frac{P_E}{P} - 1$

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

$$\Delta = \frac{e}{\frac{P_E}{P} - 1}$$

$$\frac{\Delta}{h} = \frac{\frac{e}{h}}{\frac{P_E}{P} - 1}$$

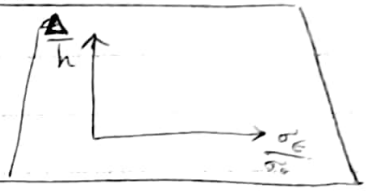
$$\frac{\Delta}{h} = \frac{e}{h} \quad \frac{1}{\frac{\sigma'_E}{\sigma_0} - 1}$$

مثال

$\sigma_0 = 50\% \sigma'_E$

$\frac{\sigma'_E}{\sigma_0} = 2 \rightarrow \frac{\Delta}{h} = \frac{e}{h}$

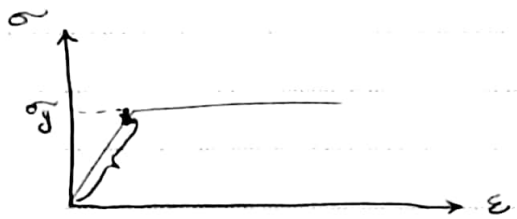
$\frac{\sigma'_E}{\sigma_0} = 4 \rightarrow \frac{\Delta}{h} = \frac{e}{h} = \frac{1}{3}$



$$\sigma'_E = \frac{P_E}{bh}$$

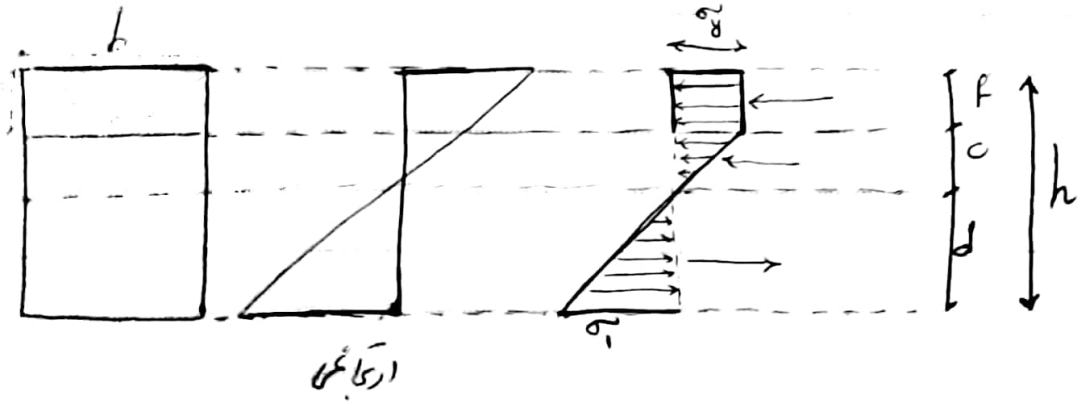
$$\sigma_0 = \frac{P}{bh}$$

- تحلیل غیر ارتجاعی $(\sigma_{max} > \sigma_y)$



$$\sigma_{max} = \frac{P}{A} + \frac{M + P\Delta}{\frac{bh^2}{6}}$$

$\sigma_{max} \leq \sigma_y$



ارتجاعی

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

$M_i \neq EIy''$

$\Sigma F_x = 0$

$$\frac{1}{bh}\left[P = b\left(\sigma_y f + \frac{\sigma_y x c}{2} - \frac{\sigma_i d}{2}\right)\right]$$

$$\sigma_0 = \frac{1}{h}\left(\sigma_y f + \frac{\sigma_y c}{2} - \frac{\sigma_i d}{2}\right) \quad (1)$$

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow M_i = b\left[\sigma_y f\left(\frac{h}{2} - \frac{f}{2}\right) + \frac{\sigma_y c}{2}\left(\frac{h}{2} - f - \frac{c}{3}\right) + \frac{\sigma_i d}{2}\left(\frac{h}{2} - \frac{d}{3}\right)\right] \quad (2)$$

$$f + c + d = h \quad (3)$$

$$c = \frac{9\left[\frac{h}{2}\left(\frac{\sigma_y}{\sigma_0} - 1\right) - \frac{M_i}{P}\right]^2}{2\sigma_0 h\left(\frac{\sigma_y}{\sigma_0} - 1\right)^2}$$

فرمول ارتجاعی و عدم ارتجاعی را به ما نشان می‌دهد

$$y'' = \frac{\varepsilon_y}{c} = \frac{\sigma_y}{Ec}$$

$$y'' = \frac{2\sigma_0 h\left(\frac{\sigma_y}{\sigma_0} - 1\right)^3}{9E\left[\frac{h}{2}\left(\frac{\sigma_y}{\sigma_0} - 1\right) - \frac{M_i}{P}\right]^2}$$

$$y = \Delta \sin\frac{\pi x}{L} \rightarrow y'' = -\Delta\frac{\pi^2}{L^2}\sin\frac{\pi x}{L}$$

$$y''_{x=\frac{L}{2}} = \frac{\Delta\pi^2}{L^2} = \frac{2\sigma_0 - - -}{9E - - - -}$$

$$M_i\left(x = \frac{L}{2}\right) = P(\Delta + e)$$

$$\frac{\Delta}{h}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_y}{\sigma_0} - 1\right) - \frac{\Delta}{h} - \frac{e}{h}\right]^2 = \frac{1}{54}\frac{\sigma_0}{\sigma_E}\left(\frac{\sigma_y}{\sigma_0} - 1\right)^3$$

معادله تار — تغییر شکل در ناحیه ارتجاعی

تیر دو سر مفصل، سطح مقطع ثابت

۱- تیر یک سر مفصل به طول ۴ متر با سطح مقطع مستطیلی به ابعاد $20 \times 40\ cm$ تیر دو سر مفصل تحت بار متمرکز $50\ ton$ قرار گرفته است. حداکثر تغییر شکل تیر را بیابید. $\sigma_y = 150\ MPa$ و $E = 2 \times 10^4\ MPa$ باشد.

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

تیر -

ستون را حساب کنید ، مقدار خروج از مرکزیت تیر ستون برابر 2cm فرض شود

$$\sigma_{max} = \frac{P}{bh} + \frac{M + P\Delta}{\frac{bh^2}{6}} = \sigma_0 + 6\sigma_0 \frac{\Delta}{h} + 6\frac{e}{h}\sigma_0$$

$$= \sigma_0 \left[1 + 6\left(\frac{\Delta}{h} + \frac{e}{h}\right)\right]$$

گام اول : با فرض اویلری $\frac{\Delta}{h} = \frac{e}{h} \frac{1}{\frac{\sigma_E}{\sigma_0} - 1}$

$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{(\frac{L}{r})^2}$ = معلوم

$\frac{L}{r}$ ← شاخص لاغری ستون

$\sigma_0 = \frac{P}{bh}$ = معلوم

e = معلوم

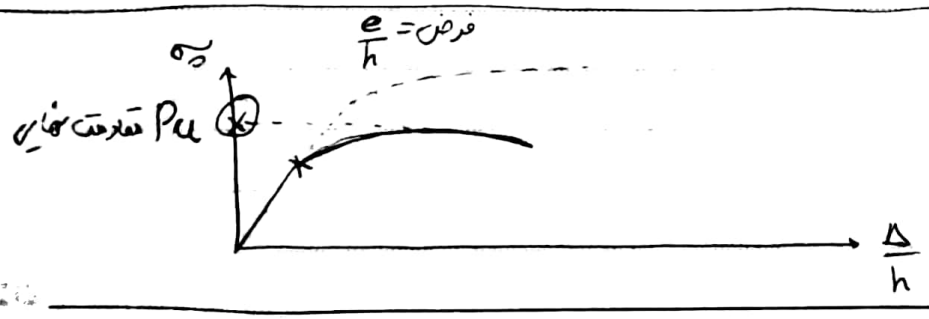
$\Rightarrow \Delta = \text{---}$

گام دوم : $\sigma_{max} = \sigma_0 \left[1 + 6\left(\frac{\Delta}{h} + \frac{e}{h}\right)\right]$

$= \text{---}$ $\begin{cases} < \sigma_y = 150 \checkmark \Rightarrow \Delta = \text{گام اول} \\ > \sigma_y = 150 \rightarrow \text{وارد گام سوم بشوم} \end{cases}$

گام سوم : $\frac{\Delta}{h}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_y}{\sigma_0} - 1\right) - \frac{\Delta}{h} - \frac{e}{h}\right]^2 = \frac{1}{54}\frac{\sigma_0}{\sigma_E}\left(\frac{\sigma_y}{\sigma_0} - 1\right)^3$

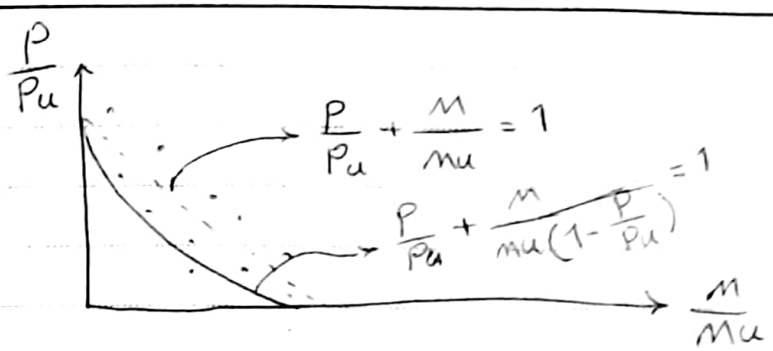
مقایسه با تغییر شکل در ناحیه غیر ارتجاعی



نتیجه گیری

Scanned with CamScanner

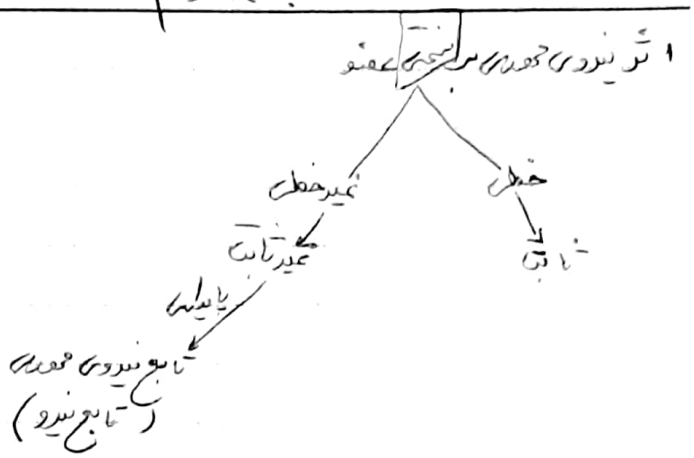
Subject :
Year . Month . Date . ( )

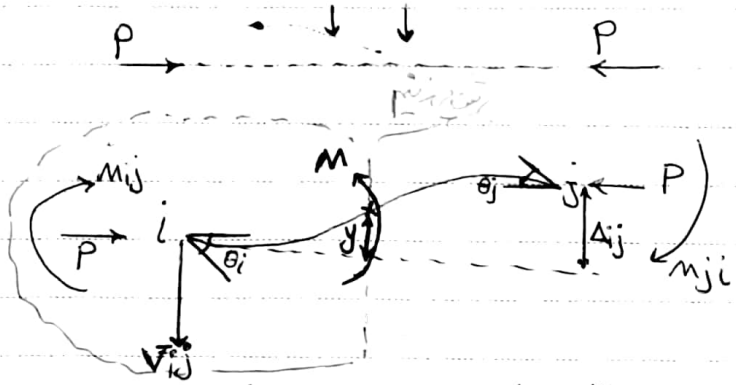


Scanned with CamScanner

Subject :
Year 1401 Month . 02 Date . 23 ( )

جلسه هفدهم





$$M_{ij} = f(\theta_i, \theta_j, \Delta_{ij}, Load) \xrightarrow{\text{تحلیل خطی}} M_{ij} = \frac{2EI}{L}\left(2\theta_i + \theta_j - \frac{3\Delta_{ij}}{L_{ij}}\right) + \overset{F}{M_{ij}}$$

لنگر گیرداری

تحلیل غیرخطی ← $M_{ij} = ?$

$$M = M_{ij} + V_{ij} \cdot x + Py = -EIy''$$

$$EIy'' + Py = -M_{ij} - V_{ij} \cdot x = -M_{ij} - \frac{M_{ij} + M_{ji}}{L} \cdot x$$

$$y = A\sin\lambda x + B\cos\lambda x - \frac{M_{ij}}{P} - \frac{M_{ij} + M_{ji}}{PL} x$$

۱- تاردوران:

فرض $\Delta_{ij} = 0$

$$\begin{cases} y'(0) = \theta_i & (1) \\ y'(L) = \theta_j & (2) \\ y(0) = 0 \longrightarrow B = \frac{M_{ij}}{P} & (3) \\ y(L) = 0 \longrightarrow A = \frac{1}{\sin\lambda L}\left[-\frac{M_{ij}}{P}\cos\lambda L + \frac{M_{ij}}{P} + \frac{M_{ij} + M_{ji}}{P}\right] & (4) \end{cases}$$

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

$$y'(0) = A\lambda - \frac{M_{ij} + M_{ji}}{PL} = \theta_i \quad (1)$$

$$y'(L) = A\lambda\cos\lambda L - B\lambda\sin\lambda L - \frac{M_{ij} + M_{ji}}{PL} = \theta_j \quad (2)$$

(3) (4)

? ?

دستگاه معادلات

$$\begin{cases} a_1 M_{ij} + a_2 M_{ji} = \theta_i \longrightarrow \\ b_1 M_{ij} + b_2 M_{ji} = \theta_j \longrightarrow \end{cases}$$

$a_1, a_2, b_1, b_2 \longrightarrow \lambda, L, P$ تابع

EI, L, P تابع

روش تیپ افت در حزوه قلیل خوانده شد

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_{ij} \\ M_{ji} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \theta_i \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} M_{ij} \\ M_{ji} \end{Bmatrix} = \frac{1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \begin{bmatrix} b_2 & -a_2 \\ -b_1 & a_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_i \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

تعادت با خطی:

$$M_{ij} = \frac{2EI}{L}(2\theta_i) + \frac{2EI}{L}(\theta_j)$$

تحلیل غیرخطی: مدایی سختی θ_i و θ_j تابع P, L, EI

$$\theta = \lambda L$$

$$M_{ij} = \frac{EI}{L}\frac{\theta\sin\theta - \theta\cos\theta}{2 - 2\cos\theta - \theta\sin\theta}\theta_i + \frac{EI}{L}\frac{\theta^2 - \theta\sin\theta}{2 - 2\cos\theta - \theta\sin\theta}\theta_j - \frac{EI}{L}\frac{\Delta}{L}\frac{\theta^2\sin\theta}{2\sin\theta - \theta - \theta\cos\theta} + M_{ij}^{FR}$$

S_{ij}

$\theta = \lambda L$

$\lim_{\theta \to 0}$ برای 4 ترم

(ستون مهاری) اثر θها + اثر Δ + اثر بار گذاری

$\Downarrow$ رابطه تیپ افت (انتقال)

لنگر گیردار ناشی از بار گذاری (حلقه اندرکنش)

Scanned with CamScanner

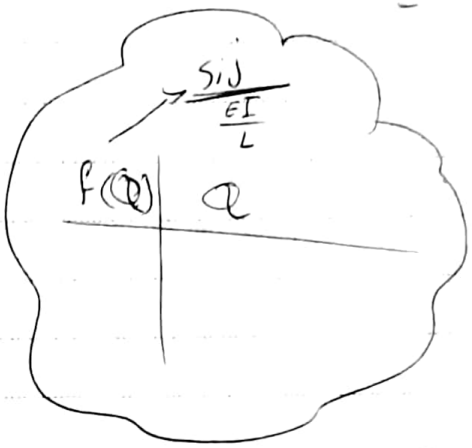
Subject :
Year . Month . Date . ( )

دیتری تعادل خطی

$P = 0$

$P \to 0 \Rightarrow \lambda \to 0 \Rightarrow Q \to 0$

$\lim_{Q \to 0} S_{ij} = \frac{4EI}{L}$

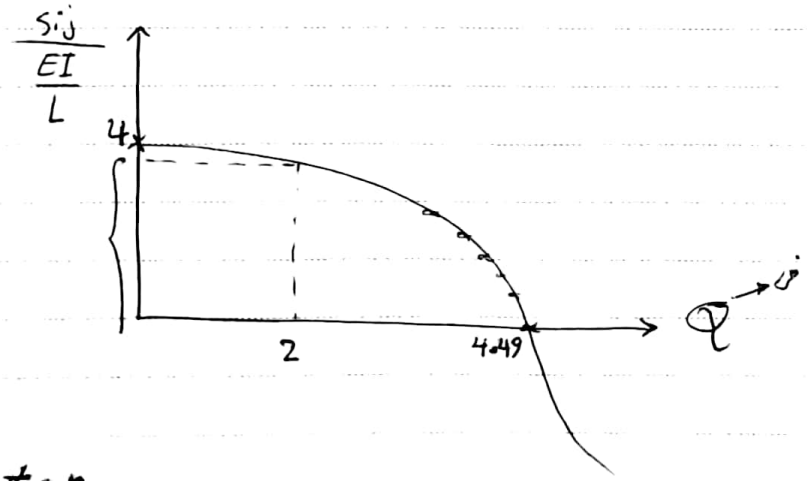


$Q = \lambda L$

$= \sqrt{\frac{P}{EI}} \cdot L = \sqrt{\frac{L^2}{EI} P}$

$P = \alpha \frac{EI}{L^2}$

$Q = \sqrt{\alpha}$



$P = 20\ ton$

$Q = \sqrt{\frac{P}{EI}} \cdot L = 2$

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

روابط شیب-افت اصلاح شده

$$\begin{cases} M_{ij} = S_{ij}\theta_i + C_{ij}S_{ij}\theta_j - (1+C_{ij})S_{ij}\dfrac{\Delta}{L} + M_{ij}^{FR} \\ M_{ji} = C_{ji}S_{ji}\theta_i + S_{ji}\theta_j - (1+C_{ji})S_{ji}\dfrac{\Delta}{L} + M_{ji}^{FR} \end{cases}$$

$C_{ij} \neq \frac{1}{2}$

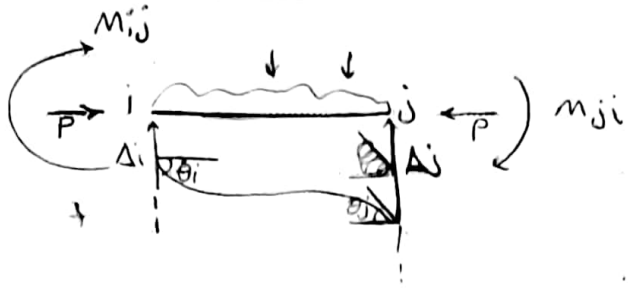
ضریب انتقال

Scanned with CamScanner

Subject :
Year. 1402 Month. 02 Date. 30 ( )

جلسه هجدهم

تحلیل پایداری با روش شیب-افت اصلاح شده



* درجات آزادی مجهول برای عضو

$\theta_i , \theta_j , \Delta_{ij} (=\Delta_j - \Delta_i)$

θ_i, θ_j : درجات آزادی دورانی

Δ_{ij} : درجه آزادی انتقال

درجات آزادی انتقال + درجات آزادی دورانی = تعداد درجه آزادی کل

روابط اصلاح شده شیب-افت

$$\begin{cases} M_{ij} = S_{ij}\theta_i + C_{ij}S_{ij}\theta_j + (1-C_{ij})S_{ij}\dfrac{\Delta_{ij}}{L} + M_{ij}^{FR} \\ M_{ji} = S_{ij}\theta_j + C_{ji}S_{ij}\theta_i + (1-C_{ji})S_{ij}\dfrac{\Delta_{ij}}{L} + M_{ji}^{FR} \end{cases}$$

$$S_{ij} = \frac{EI}{L}k_{ij}$$

تکاهی برای اعضای توسعه نیافته

$$\begin{cases} M_{ij} = \dfrac{EI}{L}k\left(\theta_i - \dfrac{\Delta}{L}\right) + \dfrac{EI}{L}ck\left(\theta_j - \dfrac{\Delta}{L}\right) + M_{ij}^{FR} \\ M_{ji} = \dfrac{EI}{L}ck\left(\theta_i - \dfrac{\Delta}{L}\right) + \dfrac{EI}{L}k\left(\theta_j - \dfrac{\Delta}{L}\right) + M_{ji}^{FR} \end{cases}$$

$$k = \frac{\varphi\sin\varphi - \varphi^2\cos\varphi}{2 - 2\cos\varphi - \varphi\sin\varphi}$$ ضریب سختی

$$c = \frac{\varphi - \sin\varphi}{\sin\varphi - \varphi\cos\varphi}$$ ضریب انتقال

داخل ماشین حساب وارد کنید

مراحل حل تحلیل پایداری با روش شیب-افت

گام 1 - تعیین درجات آزادی (دورانی / انتقال) ✓

گام 2 - نوشتن روابط شیب افت برای هر عضو ✓

اصلاح شده

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date .

گام 3- نوشتن معادلات تعادل ← تعادل گشتاور در گره‌ها ← به تعداد درجات آزادی دورانی
تعادل برش ← به تعداد درجات آزادی انتقال

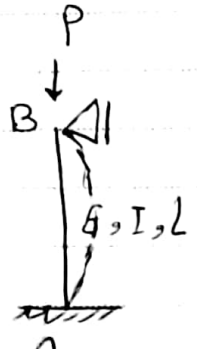
گام 4- حل معادلات تعادل ← هدف 1: محاسبه دوران‌ها و تغییر شکل‌ها ← تحلیل درجه دوم (مشروط بر معلوم بودن نیروهای محوری)
هدف 2: محاسبه نیروهای محوری اعضا (مشروط بر دانستن نیروهای محوری به صورت مجهول + بارگذاری خارجی)

گام 5- درصورتی که هدف آخر مد نظر باشد: محاسبه لنگرهای اعضا از روابط اصلاح شده

نکته: از هر 5 گام گفته شده می‌توان برای تحلیل خطی سازه‌ها استفاده کرد، مشروط بر اینکه $K=4$ و $\frac{EI}{2}$

نکته: در این جلسه دقیقه 46

مثال: تعیین بار بحرانی عضو زیر با روش شیب افت؟



درجات آزادی ← دوران θ_B ← تعداد درجات آزادی
انتقال صفر ← با توجه به وسایل چون تکیه گیردار هست نمی‌تواند انتقال دهد

$$\begin{cases} M_{AB} = \frac{EI}{L}\left[k\left(\theta_A^{\,0} - \frac{\Delta}{L}^{0}\right) + ck\left(\theta_B - \frac{\Delta}{L}^{0}\right)\right] + M_{ij}^{FR\,0} = \frac{EI}{L}\,ck\,\theta_B \\ M_{BA} = \frac{EI}{L}\left[k\left(\theta_B - \frac{\Delta}{L}^{0}\right) + ck\left(\theta_A^{\,0} - \frac{\Delta}{L}^{0}\right)\right] + M_{ji}^{FR\,0} = \frac{EI}{L}\,k\,\theta_B \end{cases}$$

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

B تعادل گره $\sum M_B = 0 \Rightarrow M_{BA} = 0 \Rightarrow \frac{EI}{L} k \theta_B = 0 \Rightarrow k = 0$

$\sum M_{Bj} = M$ ← شرط پایداری

$$k = \frac{\varphi \sin\varphi - \varphi^2 \cos\varphi}{2 - 2\cos\varphi - \varphi \sin\varphi} = 0$$

$$\Rightarrow \varphi \sin\varphi - \varphi^2 \cos\varphi = 0$$

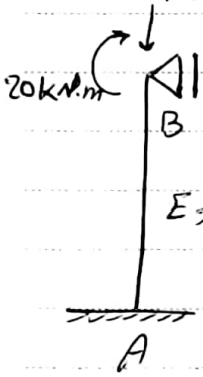
$$\varphi (\underbrace{\sin\varphi - \varphi \cos\varphi}_{=0}) = 0$$

$$\sin\varphi = \varphi \cos\varphi \longrightarrow \tan\varphi = \varphi$$

$$\tan\varphi = \varphi$$

$$\varphi = 4.49 = \lambda L \Rightarrow \lambda^2 L^2 = 4.49^2 \Rightarrow \frac{P}{EI} L^2 = 20.2 \Rightarrow P_{cr} = 20.2 \frac{EI}{L^2}$$

مثال 2 : تحلیل مرتبه دوم ستون زیر و محاسبه ضریب تشدید لنگر در تکیه‌گاه A ؟



$\theta_B = ?$

$B: M_{BA} = 20$

$$\varphi = \lambda L = \sqrt{\frac{P}{EI} L^2} = \sqrt{0.5 \times \frac{20.2 EI}{L^2} \frac{L^2}{EI}}$$

$$= \sqrt{10.1} = 3.17 \text{ rad}$$

ماتریس ضرایب پایدار
مثبت دارای باشد

پایداری φ در k و c در ماتریس ضرایب

$\rightarrow k = \cdots$
$c = \cdots$ $\longrightarrow$ ادامه $k = 2,43 \rightarrow \leq 4$ ✓

$c = 1,04 \rightarrow c \geq 0.5$ ✓

پایدار 0.5 بزرگتر باشد ، k کوچکتر از 4

Scanned with CamScanner

$$M_{AB} = \frac{EI}{L} k\left(\theta_A - \frac{\Delta}{L}\right) + \frac{EI}{L} kc\left(\theta_B - \frac{\Delta}{L}\right) + M_{AB}^{FR}$$

$$B: \sum_j M_{Bj} = 20 \Rightarrow M_{BA} = 20 \Rightarrow \frac{EI}{L} k\left(\theta_B - \frac{\Delta}{L}\right) = 20 \Rightarrow \theta_B = \frac{20L}{EIk}$$

$$M_{AB} = \frac{EI}{L} kc \frac{20L}{EIk} = 20c = 20(1.04) = 20.8 \ kN.m$$

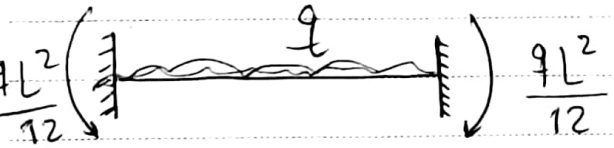
لنگر تکیه گاه A با اثرات مرتبه دوم

ضریب تشدید A = $\frac{\text{لنگر غیر خطی}}{\text{لنگر خطی}} = \frac{20.8}{10} = 2.08$

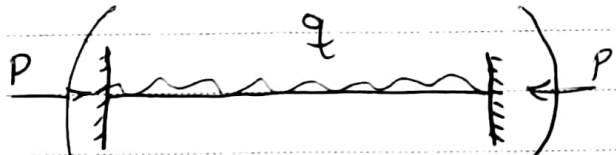
20×0.5

لنگر گیرداری اصلاح شده ← به خاطر تیر ـ ستون

تمرین : لنگر گیرداری ناشی از بارگذاری گسترده یکنواخت



خطی



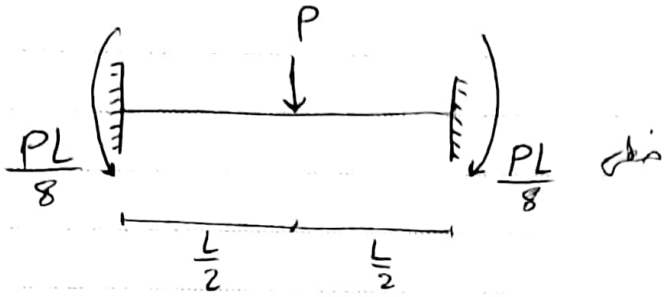
$\beta \frac{qL^2}{12}$ $\beta \frac{qL^2}{12}$ غیر خطی

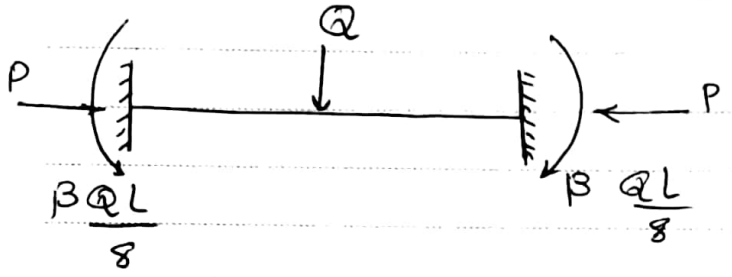
$$\beta = 6 \times \frac{2\sin\varphi - \varphi - \varphi\cos\varphi}{\varphi^2 \sin\varphi}$$

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

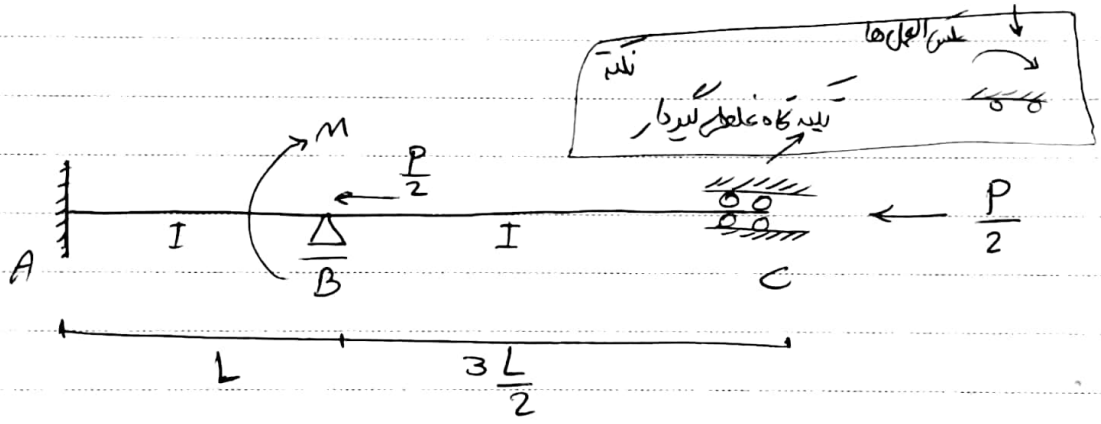
تمرین 2 : کمانش‌پذیری تیرها از پارامتر تیر دوسط





$$\beta = 4 \times \frac{1-\cos\frac{\varphi}{2}}{\varphi \sin\frac{\varphi}{2}} \longrightarrow \beta = 4 \times \frac{1-\cos\frac{\varphi}{2}}{\varphi \sin\frac{\varphi}{2}}$$

مثال 3 :



الف) تعیین بار بحرانی سازه

ب) تحلیل غیرخطی (اثرات P-Δ) سازه برای بار موردی $P = \frac{4EI}{L^2}$ و رسم دیاگرام لنگر خمشی و مقایسه با تحلیل خطی

الف) درجه آزادی ⇒ 1 درجه آزادی
- دوران θ_B
- انتقال 0

$$B: \sum_j M_{Bj} = 0 \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0$$

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

$$\frac{EI}{L}\left[K_{AB}(\theta_B) + C_{AB}K_{AB}(0)\right] + 0 + \frac{2EI}{3L}\left[K_{BC}(\theta_B - 0) + C_{BC}K_{BC}(0-0)\right] + 0 = 0$$

$$\frac{EI}{L}\theta_B\left(K_{AB} + \frac{2}{3}K_{BC}\right) = 0 \Rightarrow K_{AB} + \frac{2}{3}K_{BC} = 0$$

$$K = f(\varphi) \begin{cases} K_{AB} \rightarrow \varphi_{AB} \\ K_{BC} \rightarrow \varphi_{BC} \end{cases}$$

$$\varphi_{AB} = \lambda_{AB} L_{AB} = \sqrt{\frac{P}{EI} \cdot L^2} = L\sqrt{\frac{P}{EI}} = \varphi$$

$$\varphi_{BC} = \lambda_{BC} L_{BC} = \sqrt{\frac{P}{2}{EI}} \times \frac{3}{2}L = \frac{3}{2}\sqrt{0.5}\, L\sqrt{\frac{P}{EI}} = 1.06066\,\varphi$$

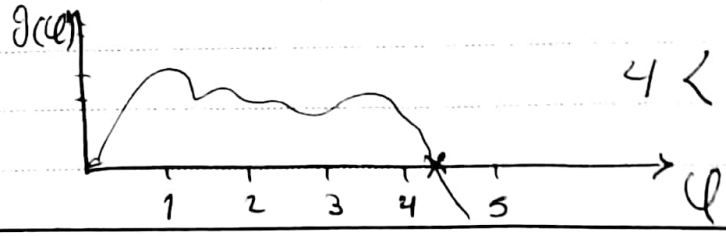
$$\frac{\varphi_{AB}\sin\varphi_{AB} - \varphi_{AB}^2\cos\varphi_{AB}}{2 - 2\cos\varphi_{AB} - \varphi_{AB}\sin\varphi_{AB}} + \frac{2}{3}\,\frac{\varphi_{BC}\sin\varphi_{BC} - \varphi_{BC}^2\cos\varphi_{BC}}{2 - 2\cos\varphi_{BC} - \varphi_{BC}\sin\varphi_{BC}} = 0$$

$\varphi_{AB} \rightarrow \varphi$; $\varphi_{BC} \rightarrow 1.06\,\varphi$

$\varphi = 4.3795$

$$\varphi^2 = \lambda^2 L^2 = \frac{P}{EI}L^2 \Rightarrow P_{cr} = \frac{EI}{L^2}(4.3795)^2$$

φ	K_{AB}	K_{BC}	$K_{AB} + \frac{2}{3}K_B$
1.5	≈	2	≈
2	57.27	57.26	95.5
3	≈	≈	≈
4			+
5	57.15	57.13	−



$4 < \varphi < 5$

PAPCO

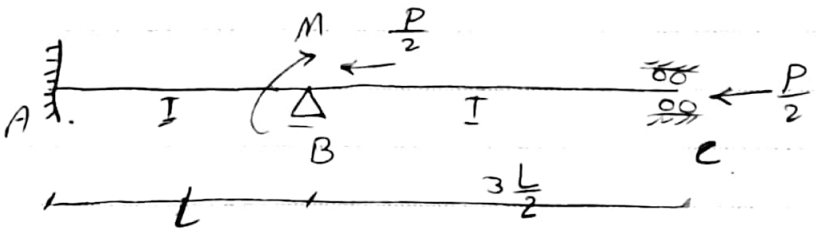
Scanned with CamScanner

Subject :
Year 1402 Month 03 Date 06 ( )

جلسه شش

ادامه حل مثال 3 -

الف) تعیین بار بحرانی سازه



$M_{BA} + M_{BC} = 0 \xrightarrow[\text{معادله مشخصه}]{\theta_B = ?} \varphi_{min} = 4.3795 = L\sqrt{\frac{P}{EI}}$

$$\Downarrow$$

$$P_{cr} = 19.18\ \frac{EI}{L^2}$$

ب) تحلیل مرتبه دوم برای بار خواسته شده ---- و $P = \frac{4EI}{L^2}$

$\theta_B = ?$

B: $M_{BA} + M_{BC} = M$

$$\frac{EI}{L}\left[K_{AB}\,\theta_B\right] + \frac{EI}{\frac{3L}{2}}\left[K_{BC}\,\theta_B\right] = M$$

جهت ساعتگرد ←

$$\frac{EI}{L}\theta_B\left(K_{AB} + \frac{2}{3}K_{BC}\right) = M \Rightarrow \frac{EI}{L}\theta_B = \frac{M}{K_{AB} + \frac{2}{3}K_{BC}} \Rightarrow \theta_B = \frac{M}{K_{AB} + \frac{2}{3}K_{BC}}\ \frac{L}{EI}$$

تحلیل خطی:

$$K_{AB} = K_{BC} = 4$$

$$\frac{EI}{L}\theta_B = \frac{M}{4\left(1 + \frac{2}{3}\right)} = \frac{3}{20}M$$

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

$$M_{AB} = \frac{EI}{L} C_{AB} k_{AB} \theta_B = \frac{1}{2}(4)\frac{3}{20} M = 0.3M$$

$$M_{BA} = \frac{EI}{L} k_{AB} \theta_B = 4\left(\frac{3}{20}M\right) = 0.6M$$

$$M_{BC} = \frac{2}{3}\frac{EI}{L} k_{BC} \theta_B = \frac{2}{3}(4)\left(\frac{3}{20}M\right) = 0.4M$$

$$M_{CB} = \frac{EI}{\frac{3}{2}L} k_{BC} C_{BC} \theta_B = \frac{2}{3}(4)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{20}M\right) = 0.2M$$ جواب

تحلیل غیرخطی (مرتبه دوم)

$$\varphi_{AB} = L\sqrt{\frac{P}{EI}} = L\sqrt{\frac{4EI}{L^2}\frac{1}{EI}} = L\left(\frac{2}{L}\right) = 2$$

$$\varphi_{BC} = \frac{3}{2}L\sqrt{\frac{P}{2EI}} = \frac{3}{2}L\sqrt{\frac{1}{2EI}\frac{4EI}{L^2}} = \frac{3}{2}\sqrt{2} = 2.121$$

$C_{AB} = 0.626$, $k_{AB} = 3.436$

$C_{BC} = 0.647$, $k_{BC} = 3.361$

$$\frac{EI}{L}\theta_B = \frac{M}{3.436 + \frac{2}{3}\times 3.361} = 0.176M \Rightarrow \theta_B = \frac{L}{EI}(0.176M)$$

$$\text{تشدید دوران} = \frac{\text{دوران غیرخطی}}{\text{دوران خطی}} = \frac{0.176}{0.15} = \cdots$$

$$\rightarrow \frac{3}{20}M$$

$$M_{AB} = 0.626(3.436)(0.176M) = 0.379M \longrightarrow \beta_{AB} = \frac{0.379}{0.3} = 1.26$$

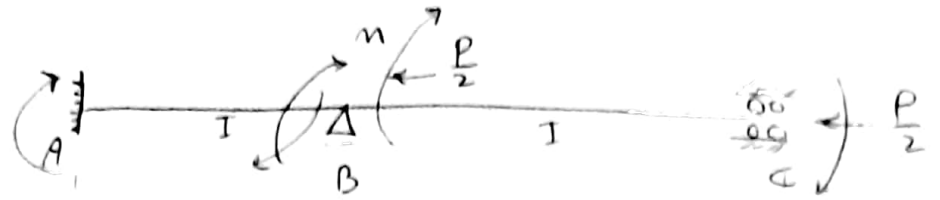
$$M_{BA} = 3.436(0.176M) = 0.605M \longrightarrow \beta_{BA} =$$

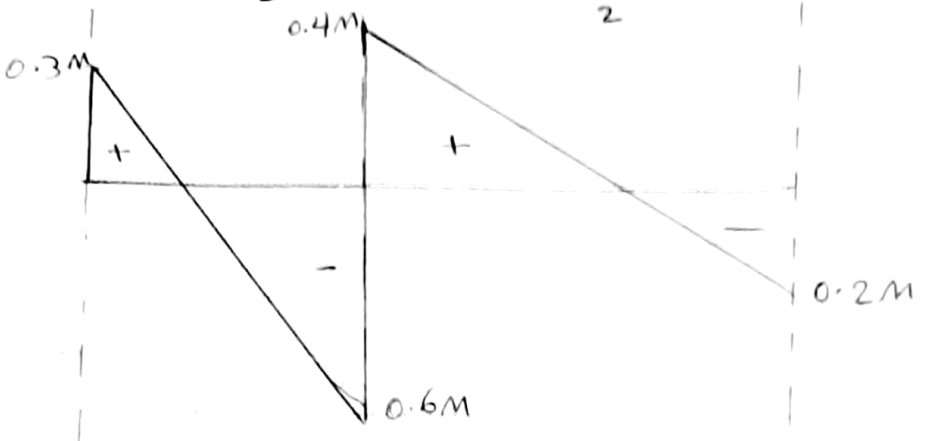
$$M_{BC} = \frac{2}{3}(3.361)(0.176M) = 0.395M \longrightarrow \beta_{BC}$$

$$M_{CB} = \frac{2}{3}(0.647)(3.361)(0.176M) = 0.255M \longrightarrow \beta_{CB}$$

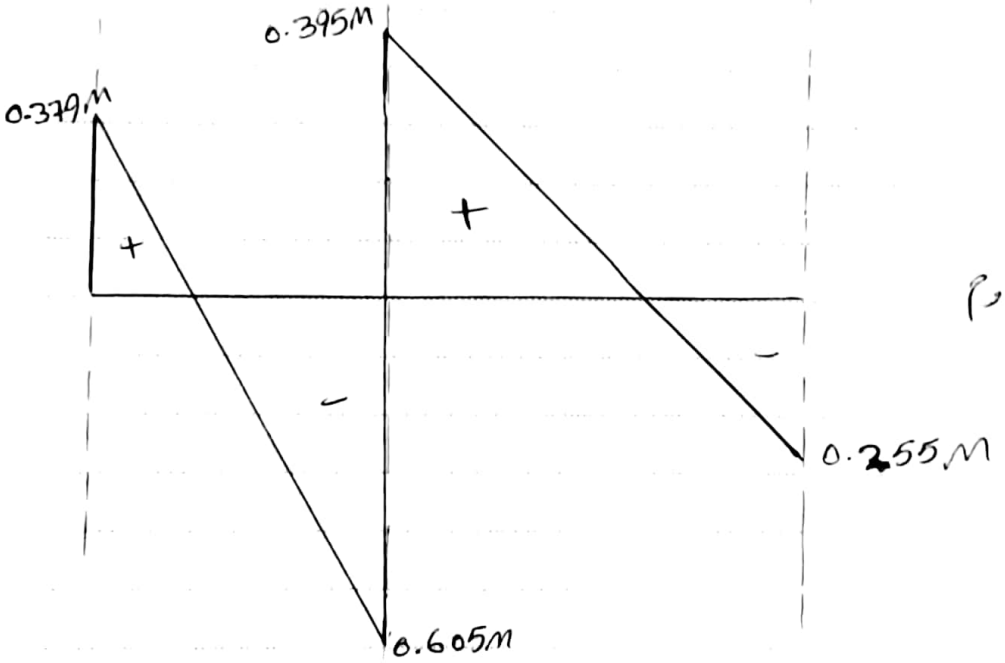
Scanned with CamScanner

Subject :
Year Month Date ( )





تکیل ممان



تکیل مرتبه دوم

تمرین: تغییر شکل گلدار گره A را محاسبه کنید

$E = 2 \times 10^5$ MPa

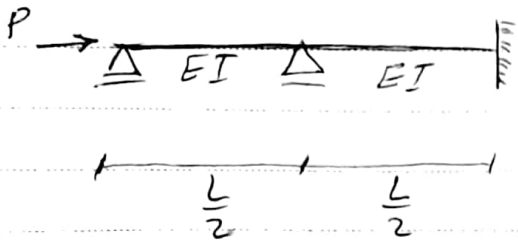
$I = 1000\ cm^4$

$L = 4$ m

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

تمرین 2: تیر زیر را با روش سطح افت تعیین کنید.



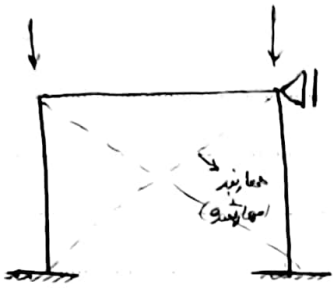
Scanned with CamScanner

Subject :
Year 1402 Month 03 Date 09 ( )

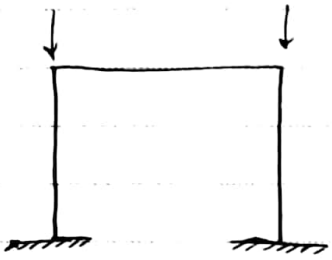
جلسه بیست و نهم

تحلیل پایداری قاب‌ها با روش شیب - افت :

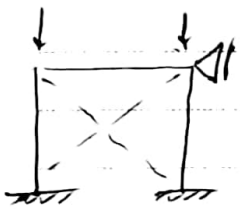
انواع قاب‌ها ← قاب‌های مهارشده (مقید)
← مهارنشده (نامقید)



مقید (مهارشده)

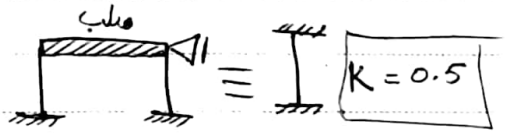


نامقید (مهارنشده)

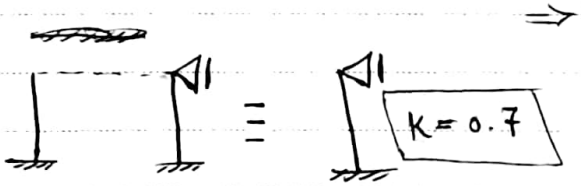


مقید (مهارشده)

بهترین وضعیت

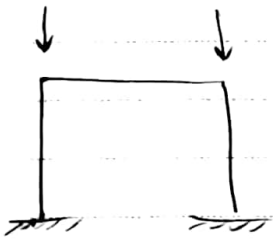


بدترین وضعیت



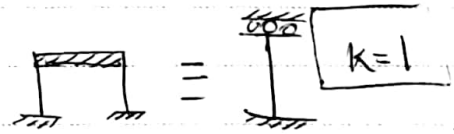
$\Rightarrow 0.5 \leq K \leq 0.7 \rightarrow P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$

$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$



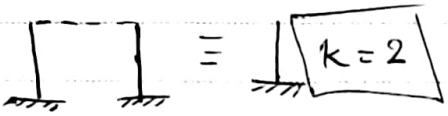
نامقید (مهارنشده)

بهترین



$\Rightarrow 1 \leq K \leq 2$

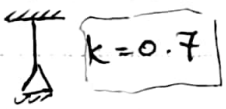
بدترین



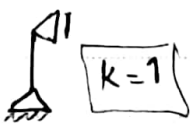
صحت طول موثر قاب‌ها با یاری مفصل

مقید

بهترین



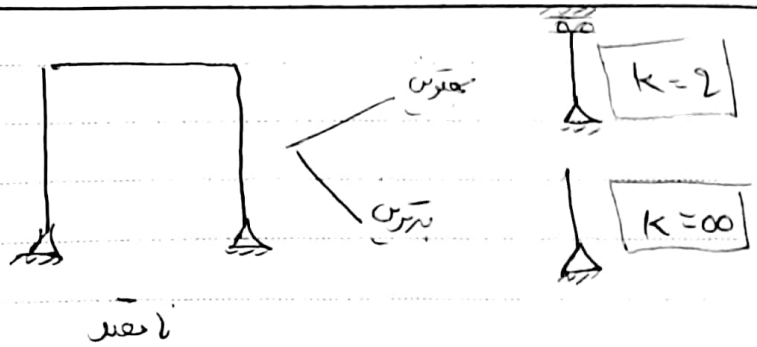
بدترین



$\Rightarrow 0.7 \leq K \leq 1$

جمع‌بندی: طول موثر قاب‌های مهارشده ← $0.5 \leq K \leq 1$

Scanned with CamScanner



جمع‌بندی: حالت مقید قاب‌ها محاسبه شده $k \geq 1$

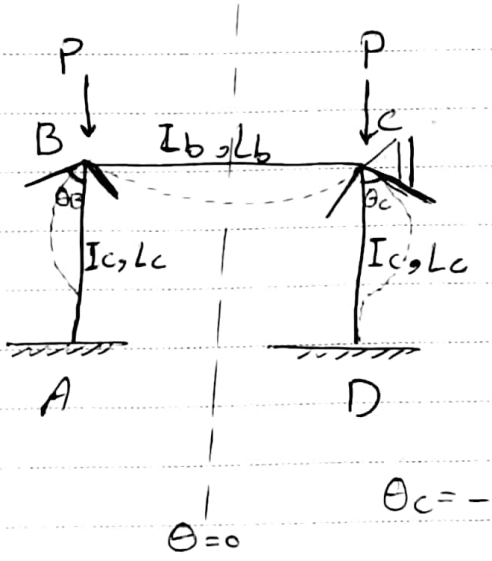
نحوه تحلیل قاب‌ها

مشابه قبل آیتم شده در مبحث شیب - افت انجام می‌شود.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

با این تفاوت که برای تیرها می‌توان با صرفنظر کردن از ضریب سختی 4 و ضریب انتقال $\frac{1}{2}$ استفاده نمود

مثال 1: تعیین بارگذاری و ضریب طول مؤثر برای قاب زیر؟



$\theta_B \leq \theta_C$ و θ_B دوران

درجات آزادی

انتقال صفر

$\theta_C = -\theta_B$

$$B: \sum M_B = \cancel{M}^{\circ} \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0 \Rightarrow \frac{EI_c}{L_c}\left[k_{BA}\theta_B\right] + \frac{EI_b}{L_b}\left[4\theta_B + \frac{1}{2}(4)(-\theta_B)\right] = 0$$

$$\left(\frac{I_c}{L_c} k_{BA} + 2\frac{I_b}{L_b}\right)\theta_B = 0 \Rightarrow \frac{I_c}{L_c} k_{BA} + 2\frac{I_b}{L_b} = 0 \Rightarrow k_{BA} = -2\frac{\frac{I_b}{L_b}}{\frac{I_c}{L_c}}$$

G سختی انتقال

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

$$K_{BA} = \frac{\varphi\sin\varphi - \varphi^2\cos\varphi}{2 - 2\cos\varphi - \varphi\sin\varphi} = -2\,\frac{\frac{I_b}{L_b}}{\frac{I_c}{L_c}}$$

معادله متعالی برحسب φ $\rightarrow f(\varphi) = 0$

$$\varphi = \lambda L = \sqrt{\frac{P}{EI}}\cdot L = \sqrt{\frac{\frac{\pi^2 EI}{(kL)^2}}{EI}}\times L^2 = \frac{\pi}{k} \Rightarrow \boxed{k = \frac{\pi}{\varphi}} \rightarrow P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2}$$

مثال عددی: $\begin{cases} I_b = I_c \\ L_b = L_c \end{cases} \Rightarrow G = 1 \xrightarrow[\text{حل معادله}]{} \boxed{k = 0.626}$

دوربا هست

ضریب ها حاصل حاشین حساب و ارهشود

دوحاشین حساب می نویسیم

$$\frac{2n}{3} + 1 = 5$$

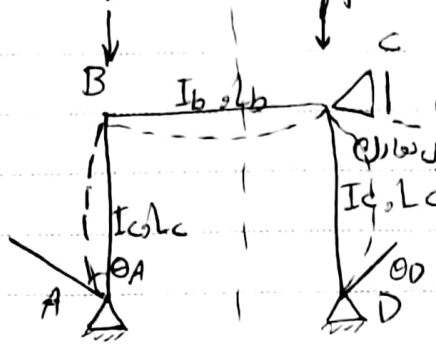
وارد می کنیم سپس دکمه shift + solve را می گیریم و دوباره یک بار دیگر همین کار را می کنیم

جواب آخرین دهد $n = 6$, $L_R = 0$

Subject :
Year . Month . Date

جلسه بیست و دوم

مثال (2) ضرایب حاصل از تغییر مکان زیر



دوران: A و D گیردار و در B و C دوران هستند چون

A و D تکیه گاه مفصلی هست (4) ← (2) به دلیل تعادل

ابتدا گره (صفر)

درجات آزادی

$\theta_C = -\theta_B \qquad \theta_D = -\theta_A$

$A: \sum M_{Aj} = 0 \Rightarrow M_{AB} = 0$ ①

$\Rightarrow \frac{EI_c}{L_c}(k_{AB}\theta_A + C_{AB}k_{AB}\theta_B) = 0$ ①

$B: \sum M_{Bj} = 0 \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0$ ②

$\Rightarrow \frac{EI_c}{L_c}(k_{AB}\theta_B + C_{AB}k_{AB}\theta_A) + \frac{EI_b}{L_b}(4\theta_B + \frac{1}{2}(4)(-\theta_B)) = 0$ ②

$\theta_A = -C_{AB}\theta_B$

$$\begin{cases} ① \; k_{AB}\theta_A + C_{AB}k_{AB}\theta_B = 0 \\ ② \; \frac{I_c}{L_c}C_{AB}k_{AB}\theta_A + \left[\frac{I_c}{L_c}k_{AB} + \frac{2I_b}{L_b}\right]\theta_B = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} k_{AB} & C_{AB}k_{AB} \\ \frac{I_c}{L_c}C_{AB}k_{AB} & \frac{I_c}{L_c}k_{AB} + \frac{2I_b}{L_b} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$D_{et} = 0$

PAPCO

Scanned with CamScanner

یک برگه A4 فرمول حتیا اید سر امتحان بیاوری

Subject :
Year . Month . Date . ( )

$$K_{AB}\left(\frac{I_c}{L_c}K_{AB}+\frac{2I_b}{L_b}\right)-C_{AB}^2K_{AB}^2\frac{I_c}{L_c}=0$$

$K_{AB}\neq 0$

$$\frac{I_c}{L_c}K_{AB}+\frac{2I_b}{L_b}-C_{AB}^2K_{AB}\frac{I_c}{L_c}=0$$

شکل استاندارد

تعریف $G=\frac{I_c/L_c}{I_b/L_b}$ (صفر انتقال)

$$GK_{AB}+2-C_{AB}^2K_{AB}G=0$$

φ توابع برحسب

$$GK_{AB}(1-C_{AB})+2=0$$

فاکتورگیری از فرمول بالا

برنامه نویسی (روانکس) حدسا

تعداد Voice 36

$k=\frac{\pi}{\varphi_{min}}$

π: زاویه حداقل

φ	C	K	$GK+2-C^2KG=F\varphi$	$=\varphi_{min}$
0.1			1.5	
0.5			1.8	
1			2.49	
2			-0.5	

$\Rightarrow 1<\varphi<2$

$$F\frac{I_b}{L_b}=\frac{I_c}{L_b}\Rightarrow G=1$$

$\Downarrow$ حل معادله مشخصه

$\Downarrow$

$\varphi\simeq 3.6$

$\Downarrow$

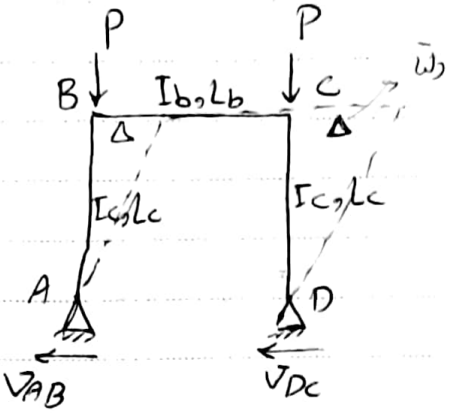
$$k=\frac{\pi}{3.6}=0.87$$

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

کورفانکشن نویسی در ماتریس خطا

مثال 3 - صدر، طول بدون تغییر برای قاب زیر؟



درجات آزادی: دورانی (4) + انتقالی (1)

سازه تقارن معکوس دارد

$\theta_B = \theta_C$

$\theta_A = \theta_D$

∴ تعداد درجات آزادی : $2+1=3$

باید تعداد دوران گره و یک سر آزاد را جدا کرد، گره بزنیم

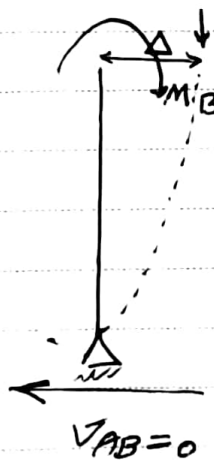
مجهولات $\theta_A, \theta_B, \Delta$

$A: M_{AB} = 0$ ①

$B: M_{BA} + M_{BC} = 0$ ②

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow V_{AB} + V_{DC} = 0 \Rightarrow 2V_{AB} = 0$

$V_{AB} = 0$



$M_{BA} + P\Delta = 0$ ③

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

$$\frac{EI_c}{L_c}\left[k\left(\theta_A - \frac{\Delta}{L_c}\right) + ck\left(\theta_B - \frac{\Delta}{L_c}\right)\right] = 0 \quad (1)$$

$$\frac{EI_c}{L_c}\left[k\left(\theta_B - \frac{\Delta}{L_c}\right) + ck\left(\theta_A - \frac{\Delta}{L_c}\right)\right] + \frac{EI_b}{L_b}\left[4\theta_B + \frac{1}{2}\times 4\theta_c\right] = 0 \quad (2)$$

(θ_B)

$$\frac{EI_c}{L_c}\left[k\left(\theta_B - \frac{\Delta}{L_c}\right) + ck\left(\theta_A - \frac{\Delta}{L_c}\right)\right] + P\Delta = 0 \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} k & ck & -(1+c)k \\ ck & 6k+6 & -(1+c)k \\ ck & k & -(1+c)k + \frac{PL_c^2}{EI_c} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \frac{\Delta}{L_c} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$P_{et} = 0$

$$\frac{1}{\varphi^2} - \frac{\sin\varphi - \varphi\cos\varphi}{\varphi^2 \sin\varphi} = \frac{6}{6}$$

$$P = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2} = \frac{\pi^2 EI}{\left(\frac{\pi}{\varphi} L\right)^2} = \varphi^2 \frac{EI}{L^2}$$

φ^2 مع إيجاد

$$\frac{PL_c^2}{EI_c} = \varphi^2$$

avec Jin : $G = 1 \Rightarrow \varphi + \tan\varphi = 6$

$\varphi_{min} = 1.354 \leftarrow$ Jin

Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

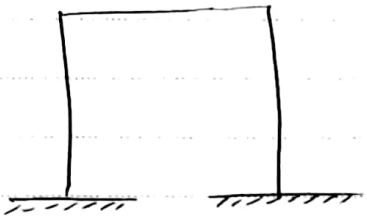
$$K = \frac{\Pi}{\varphi_{min}} = 2.32$$

Scanned with CamScanner

Subject :
Year 1402 Month . 03 Date . 23 ( )

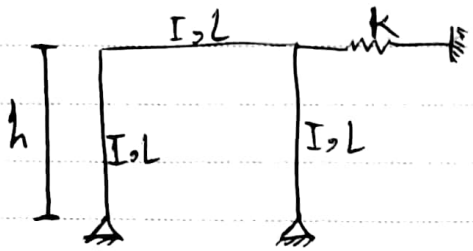
جلسه بیست و سوم

تمرین – حداکثر چه مقدار فشرده گیرد؟



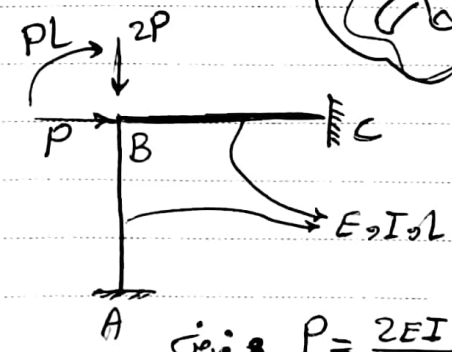
$$\frac{\tan\varphi}{\varphi} = \frac{6}{6}$$

تمرین 2 :



$$k = \frac{EI}{L^3}$$

مثال: تحلیل مرتبه دوم قاب زیر (با روش شیب افت)



گام 1: تحلیل خطی سازه ← تعیین نیروهای تحمیلی اعضا

فرض: $P = \frac{2EI}{L^2}$

θ_B: دوران گره

$$M_{BA} + M_{BC} = M$$

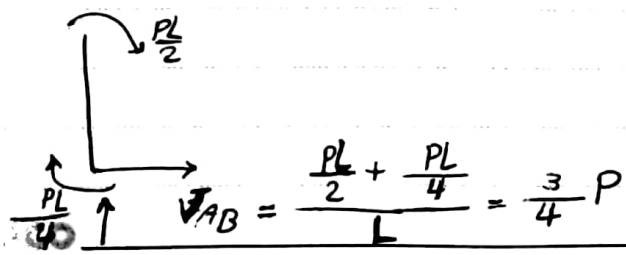
$$\frac{EI}{L}[4\theta_B] + \frac{EI}{L}[4\theta_B] = PL \Rightarrow \frac{8EI}{L}\theta_B = PL$$

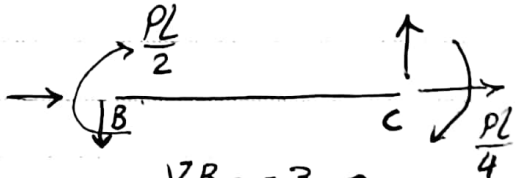
$$\theta_B = \frac{PL^2}{8EI}$$

$$M_{BA} = \frac{EI}{L}(4\theta_B) = \frac{PL}{2} \quad , \quad M_{BC} = M_{BA} = \frac{PL}{2}$$

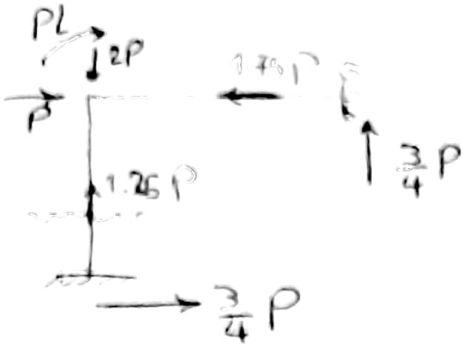
$$M_{AB} = \frac{EI}{L}\left(\frac{4}{2}\theta_B\right) = \frac{PL}{4}$$

$$M_{CB} = \frac{EI}{L}\left(\frac{4}{2}\theta_B\right) = \frac{PL}{4}$$





Scanned with CamScanner



$$P_{AB} = 1.25P \Rightarrow \varphi_{AB} = \sqrt{\frac{1.25\left(\frac{EI}{L^2}\right)}{EI}} \cdot L = \sqrt{26} = 1.581$$

$$P_{BC} = 1.75P \Rightarrow \varphi_{BC} = \sqrt{\frac{175\left(\frac{EI}{L^2}\right)}{EI}} \cdot L = \sqrt{35} = 1.87$$

$k_{AB} = 3.65$

$C_{AB} = 0.571$

$k_{BC} = 3.51$

$C_{BC} = 0.606$

$$B: M_{BA} + M_{BC} = PL$$

$$\frac{EI}{L}(k_{AB}\theta_B) + \frac{EI}{L}(k_{BC}\theta_B) = PL$$

$$\frac{EI}{L}\theta_B = \frac{PL}{k_{AB}+k_{BC}} = \frac{PL}{3.65+3.51} = \frac{PL}{7.16}$$

$$M_{BA} = \frac{EI}{L}(k_{AB}\theta_B) = \frac{PL}{7.16}(3.65) = 0.509PL$$

ضریب تشدید لنگر $\beta_{BA} = \frac{0.509PL}{0.5PL} = 1.01$

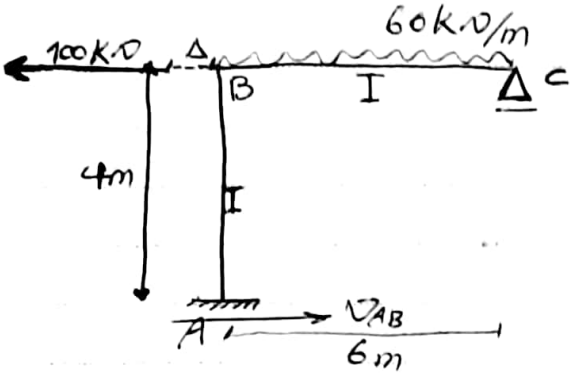
Scanned with CamScanner

Subject :
Year . Month . Date . ( )

$$M_{AB} = \frac{EI}{L}(C_{AB}\, k_{AB}\, \theta_B) = \frac{PL}{7.16}(3.65)(0.571) = \cdots$$

مثال: تحلیل مدرکی دیر؟

تحلیل خطی



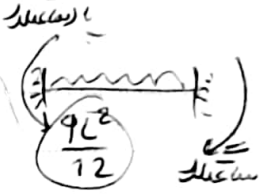
$E = 2\times10^5$ MPa

$I = 2000\ cm^4$

۳ درجه آزادی B، C، Δ

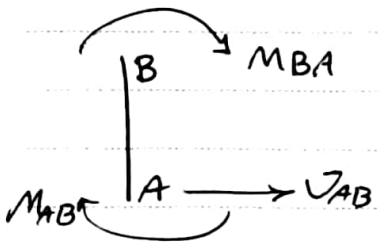
$$B: M_{BA} + M_{BC} = 0 \Rightarrow \frac{EI}{4}\left[4\left(\theta_B + \frac{\Delta}{4}\right) + 2\left(+\frac{\Delta}{4}\right)\right]$$

$$+\frac{EI}{6}[4(\theta_B) + 2(\theta_C)] - \frac{60\times6^2}{12} = 0 \quad (1)$$



$$C: M_{CB} = 0 \Rightarrow \frac{EI}{6}[2\theta_B + 4\theta_C] + \frac{60\times6^2}{12} = 0 \Rightarrow (2)$$

$$\Sigma F_H = 0 \Rightarrow V_{AB} = 100$$



$$V_{AB} = -\frac{M_{AB} + M_{BA}}{4} = 100 \quad (3)$$

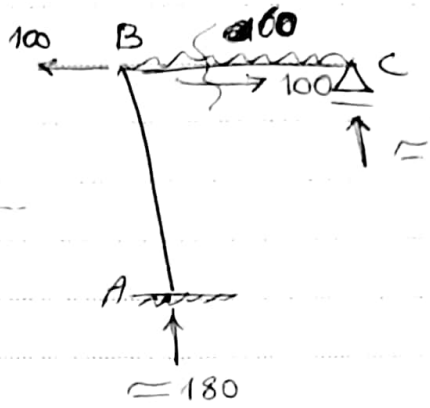
Scanned with CamScanner

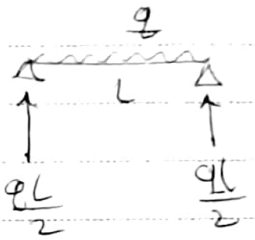
روش تقریبی: برای سه قاب

$K_{BC}=4$

$C_{BC}=\frac{1}{2}$

$AB: P_{AB}= \cdots \rightarrow \varphi_{AB}= \cdots \rightarrow \begin{cases} K_{AB}= \cdots \\ C_{AB}= \cdots \end{cases}$





روش تقریبی

Scanned with CamScanner