ما معادله هلمهولتز زیر را حل کردیم به روش FDM

$$\begin{cases} -(k^2+\nabla^2)y = F & \text{in } \Omega \\ \dfrac{\partial y}{\partial n} + iky = 0 & \text{on } \partial\Omega \end{cases}$$

و بعد از گسسته‌سازی و پیاده‌سازی به فرم ماتریس

$$Hy = F$$

رسیدیم:

$$K = \begin{cases} 100 & \text{in } (x-0.5)^2+(y-0.5)^2<0.01 \quad \text{در حالیکه} \\ 30 & \text{o.w} \end{cases}$$

ماتریس H از مرتبه‌ی زیر می‌باشد

$$H \in \mathbb{C}^{(N+2)^2\times(N+2)^2}$$

و بردار K را هم به این صورت از تعریف ما

$$K \in \mathbb{R}^{(N+2)\times(N+2)}$$ داریم:

$$\Rightarrow k = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ k_{(N+2)(N+2)} \end{bmatrix} \qquad H[k] = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}_{(N+2)^2 \times (N+2)^2}$$

هر درایه $H_{ij}[k]$ به k_1 و k_2 ... $k_{(N+2)(N+2)}$ بستگی دارد

حال ما احتیاج داریم که مشتق $\dfrac{\partial H}{\partial k}$ را حساب کنیم

$$\frac{\partial H_{ij}[k]}{\partial k_k} \qquad ij \longrightarrow H \qquad k \longrightarrow k$$

برای محاسبه $\dfrac{\partial H_{ij}}{\partial k_k}$ ما مشتق می‌گیریم از هر درایه H_{ij} نسبت

به k_k که برای هر درایه k_k به ماتریس $(N+2)(N+2)$

خواهیم داشت:

$$\frac{\partial H}{\partial k_i} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial H_{11}[k]}{\partial k_i} & \cdots & \dfrac{\partial H_{1(N+2)^2}}{\partial k_i} \\ \vdots & & \\ \dfrac{\partial H_{(N+2)^2 1}[k]}{\partial k_i} & \cdots & \dfrac{\partial H_{(N+2)^2 (N+2)^2}[k]}{\partial k_i} \end{bmatrix}$$

که درنهایت $\frac{\partial H}{\partial k}$ یک تنسور سه‌بعدی خواهد بود.

$$\frac{\partial H}{\partial k} \in \mathbb{C}^{(N+2)^2 \times (N+2)^2 \times (N+2)^2}$$

من خودم ماتریس H را حساب کردم فقط

این مشتق از H نسبت به k $\left(\frac{\partial H}{\partial k}\right)$ را

در دو بعدی نوشته‌ام که کلاً اشتباه است.

ماتریس k را هم تعریف کرده‌ام که کافیست فقط او

نیاز است با دستور reshape آن را به بردار تبدیل

کنید:

نمی‌دانم چه‌جور این تنسور سه‌بعدی $\frac{\partial H}{\partial k}$

را بنویسیم.