Formelvedlegg

Energi og effekt

Generell sammenheng mellom effekt og energi ved tidsvarierende effekt (kontinuerligtid)

$$E = \int_0^t P(t) \cdot \mathrm{d}t \tag{1}$$

Sammenheng mellom effekt og energi ved tidsvarierende effekt (diskret tid med tidssteg Δt)

$$E = \sum_{i=1}^{N} P(t) \cdot \Delta t, \quad \Delta t = t_{i+1} - t_i \tag{2}$$

Merk at for en vektor som indekserer alle hele timer i året, `t=[1:8760]`, så vil Δt være lik 1 time for alle steg.

Interpolering

Interpolering for å finne $y(x_{ny})$, hvor x_{ny} ligger mellom x_i og x_{i+1}

$$y(x_{ny}) = y_i + (x_{ny} - x_i)\frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} \tag{3}$$

Grunnleggende databehandling i MATLAB

Noe av formålet med dette prosjektet er at dere skal få trening i å bruke MATLAB til beregninger og databehandling. Under følger noen tips og triks som kan komme godt med, og ellers anbefales MATLAB-kompendiet til Jon Berg Jørgensen (tilgjengelig på Blackboard), Google, dokumentasjonen i MATLAB, læringsassistenter og diskusjon med hverandre.

Forklaring	Ligning	MATLAB-kommando
Beregne sum av alle element i vektor **X**	$\sum_{i=1}^{N} x_i$	`sum(X)`
Beregne gjennomsnitt av vektor **X**, summerer opp alle elementene, og deler to antall elementer.	$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$	`mean(X)`
Beregne varians av vektor **X**, summerer opp kvadratet av hvert element sitt avvik fra gjennomsnittet og deler to antall elementer minus 1.	$\sigma_x^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - x_i)^2$	`var(X)`
Beregne standardavvik av vektor **X**, kvadratroten av variansen.	$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - x_i)^2}$	`std(X)`

Grunnleggende økonomiberegninger (nåverdi)

Denne seksjonen er inspirert av kapittel 3 i boken ”ENØK i bygninger – Effektiv energibruk”, NTNU og SINTEF 2016, som anbefales for videre lesning ved interesse. Den tar for seg økonomiske aspekter knyttet til energiprosjekter/-anlegg.

Et energitiltak kan forenklet sett bli modellert med fire hovedelementer:

- engangsinvestering (I)
- periodiske vedlikeholdskostnader (V)
- årlige avkastninger/fortjenester/besparelser/andre inntekter (B)
- restverdi/salgsverdi (S) ved endt økonomisk levetid (N)

Disse hovedelementene kan visualiseres som i figuren under. Som det fremgår av figuren, blir de årlige inntektene (som her er like store, men som godt kan variere) sin verdi tilbakeført til år 0, men med en viss reduksjon. Verdiene $B_{01} - B_{0N}$ uttrykker **nåverdiene til hver av inntektene** $B_1 - B_N$, verdiene $V_{01} - V_{0N}$ uttrykker nåverdiene til vedlikeholdskostnadene $V_1 - V_N$, og S_{0N} uttrykker nåverdien til restverdien S_N. Beregning av $B_{01} - B_{0N}$, $V_{01} - V_{0N}$ og S_{0N} er presentert lenger ned.

Et viktig begrep i økonomiske analyser av prosjekter, er nåverdien (NV) til (hele) prosjektet. Alle inntekter og utgifter omregnes til dagens verdinivå, og nåverdien uttrykker hvor lønnsomt et prosjekt/tiltak er. En positiv nåverdi ($NV > 0$) antyder at prosjektet er lønnsomt, mens en negativ nåverdi ($NV < 0$) antyder at prosjektet ikke er lønnsomt. Gitt modellen over, kan nåverdien beregnes som summen av de årlige **inntektene (B)** og **restverdien (S)**, fratrukket **investeringskostnaden (I)** og **utgiftene (V)**:

$$NV_0 = -I - \sum_{t=0}^{N} V_{0t} + \sum_{t=0}^{N} B_{0t} + S_{0N}, \qquad t = 0, 1, 2...N \tag{4}$$

Nåverdien/lønnsomheten for et anlegg beregnes (forenklet sett) med utgangspunkt i alle investeringer (I), inntekter/besparelser (B), driftskostnader (V) og andre inntekter/kostnader i løpet av perioden anlegget driftes (N). Vær oppmerksom på at restverdien S ikke nødvendigvis er positiv, for eksempel ved dyr avvikling og lav inntekt ved salg av anleggsrestene.

Rentefaktor og diskonteringsfaktor

Lønnsomhetsanalyser er svært avhengige av rentefoten, r, og levetiden til anlegget, N. En lang levetid gir mange år med inntjening/besparelse, og en lav forrentelse gir en lav diskontering (høy nåverdi). Dermed, dess lavere rente og høyere levetid, dess mer lønnsomt er prosjektet. En økt levetid øker videre innflytelsen rentefoten har på den totale kostnaden.

Anta at et overskudd, $B_0, (t = 0)$, settes inn i banken med en årlig sparerente, r. Etter ett og to år har dette overskuddet vokst til henholdsvis B_1 og B_2, som videre kan generaliseres til overskuddet B_t etter endt t år:

$$\begin{aligned} B_1 &= B_0(1 + r) = B_0(1 + r)^1 \\ B_2 &= B_1(1 + r) = B_0(1 + r)^2 \\ B_t &= B_0(1 + r)^t \end{aligned} \tag{5}$$

Ved å snu om på uttrykket over kan et beløp som har verdien B_t etter t antall år sies å ha verdien B_0 i dag **(nåverdien)**, hvor B_{0t} betegnes "nåverdien" (NV_B). Indeks $0t$ i B_{0t} angir at verdien B_t fra år t er uttrykt i referanseår 0 ("nå").

$$B_{0t} = NV_{B_t} = B_t(1 + r)^{-t} \tag{6}$$

Faktoren $(1 + r)^t$ betegnes ofte "rentefaktoren" og angir hvordan et beløp forrenter seg (renter og renters rente) t antall år framover i tid. Den inverse faktoren, $(1 + r)^{-1}$ betegnes ofte "diskonteringsfaktoren" og angir hvordan en framtidig verdi kan uttrykkes i dagens verdi.

Med år 0 som referanseår har vi:

$$\begin{aligned} B_{0,tot} &= \sum_{t=0}^{N} B_{0t} = \sum_{t=0}^{N} B_t(1 + r)^{-t} = B\frac{1 - (1 + r)^{-N}}{r}, \qquad t = 0, 1, 2...N \\ V_{0,tot} &= \sum_{t=0}^{N} V_{0t} = \sum_{t=0}^{N} V_t(1 + r)^{-t} = V\frac{1 - (1 + r)^{-N}}{r}, \qquad t = 0, 1, 2...N \\ S_{0N} &= S_N(1 + r)^{-N}, \qquad t = 0, 1, 2...N \end{aligned} \tag{7}$$

hvor den siste likheten for $B_{0,tot}$ og $V_{0,tot}$ *kun* gjelder hvis de årlige besparelsene og vedlikeholdskostnadene er like hvert år, altså $B_t = B$ og $V_t = V$. Den totale nåverdien til prosjektet/anlegget (med referanseår 0) kan dermed beregnes fra

$$NV_0 = -I - V_{0,tot} + B_{0,tot} + S_{0N} \tag{8}$$

Grunnleggende klimagassberegninger

I prosjektet i Fornybar Energi Grunnkurs tar man hensyn til to utslipp:

- Ett engangsutslipp fra produksjon, frakt, installasjon, demontering og deponering av anlegget. Utslippet produsert av anlegget som mikrogridet består av vil dermed være summen av engangsutslipp for de forskjellige installasjonene.
- Årlige utslipp fra produksjonen av den elektriske strømmen som kjøpes fra strømnettet.

Klimagassutslipp per kW installert kapasitet for teknologi i er gitt ved K_i ($\mathrm{kg_{CO_2}/kW}$) og klimagassutslipp per kWh kjøpt strøm fra kilde j i år t er gitt ved $k_{j,t}$ ($\mathrm{g_{CO_2}/kWh}$). Totale klimagassutslipp kan beregnes med:

$$K_{tot} = \sum_i (K_i \cdot P_i) + \sum_{t=1}^{N} (k_{j,t} \cdot E_t) \tag{9}$$

hvor P_i er installert kapasitet, E_t er mengden strøm kjøpt i år t, og N er antall år. Dersom man kjøper like mye strøm hvert år av den samme energimiksen med konstant klimafotavtrykk så kan dette forenkles noe:

$$K_{tot} = \sum_i (K_i \cdot P_i) + N(k_j \cdot E) \tag{10}$$

Verdier for K_i

Det er ofte problematisk å finne gode verdier for utslipp i $\mathrm{kg_{CO_2}/kW}$, da mange oppgir det i $\mathrm{g_{CO_2}/kWh}$ i stedet. Dersom man benytter slike energibaserte verdier og multipliserer dem opp med energiproduksjonen i stedet for å bruke effektbaserte verdier og multipliserer med installert effekt, så vil det "straffe seg" å plassere solcelleanlegget på et sted med mye sol. Dette gir ingen mening, da klimagassutslippene som inkluderes i K_i er helt uavhengig av innstrålingen på lokasjonen. Vi kan derfor ikke bruke $\mathrm{g_{CO_2}/kWh}$-verdien direkte og multiplisere den opp med produksjonen slik mange er fristet til å gjøre.

I mangel på gode verdier for $\mathrm{kg_{CO_2}/kW}$, kan man ta utgangspunkt i verdier man finner for $\mathrm{g_{CO_2}/kWh}$ og gjøre om enheten til $\mathrm{kg_{CO_2}/kW}$. For dette trenger man informasjon om hvilken solinnstråling Φ_m og systemlevetid N som er brukt som grunnlag for $\mathrm{g_{CO_2}/kWh}$-verdien. Disse finnes gjerne oppgitt i samme rapporten hvor $\mathrm{g_{CO_2}/kWh}$-verdiene er gitt. Slike verdier er overslagsverdier, og må ofte tas med en klype salt.

For solceller kan dette f.eks. gjøres ved:

$$\begin{aligned}\left(X\frac{\mathrm{g_{CO_2}}}{\mathrm{kWh}}\right)\left(Y\frac{\mathrm{kWh}}{\mathrm{kW}}\right) &= \left(X\frac{\mathrm{g_{CO_2}}}{\mathrm{kWh}}\right)\left(\frac{E_{\text{tot,alle år}}}{P_{\text{kapasitet}}}\right) = \left(X\frac{\mathrm{g_{CO_2}}}{\mathrm{kWh}}\right)\left(\frac{\Phi_m \cdot A \cdot \eta \cdot 8760\frac{h}{\text{år}} \cdot N}{\Phi_p \cdot A \cdot \eta}\right) \\ &= \left(X\frac{\mathrm{g_{CO_2}}}{\mathrm{kWh}}\right)\left(\frac{\Phi_m \cdot 8760\frac{h}{\text{år}} \cdot N}{\Phi_p}\right) \rightarrow Z\,\mathrm{g_{CO_2}/kW}\end{aligned} \tag{11}$$

Hvor X er utslippsverdien i $\mathrm{g_{CO_2}/kWh}$, Z er skaleringsfaktoren for å gjøre om til $\mathrm{g_{CO_2}/kW}$, og Z er utslippsverdien i $\mathrm{g_{CO_2}/kW}$. Φ_m er gjennomsnittlig arealspesifikk solinnstråling, og Φ_p er maksimal arealspesifikk solinnstråling. Tilsvarende beregninger kan gjøres for vindturbiner, varmepumper og annet.

Statistiske fordelinger

Weibullfordelingen under gir en kurve for hvor stor sannsynlighet Pr det er for at ulike v-verdier inntreffer. Parametrene k og c er form-og skaleringsfaktorer, som er funksjoner av gjennomsnittsverdien $\bar{v}_m$ og standardavviket σ_{v_m}. Det totale integralet under kurven er ALLTID likt 1 (sannsynligheten for alle utfall kan ikke bli større enn 1 = 100%).Vektoren v skal være de vindstyrkene man ønsker å beregne sannsynligheten ved (gjerne såkalte bins). v_m er vindmålinger

$$Pr(v) = \left(\frac{k}{c}\right)\left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right] \tag{12}$$

Hvor form- og skaleringsfaktorene k og c kan tilnærmes gjennomsnittsvinden $\bar{v}$ og standardavviket σ_v som vist under. $\Gamma()$ er gamma-funksjonen som kan brukes i MATLAB via kommandoen `gamma(X)`. Tallet 1.086 er en empirisk (forsøksbasert) verdi som gjerne passer bra i området 0-10 m/s.

$$k = \left(\frac{\sigma_{v_m}}{\bar{v}_m}\right)^{-1.086} \qquad c = \frac{\bar{v}_m}{\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)} \tag{13}$$

Rayleighfordelingen er et spesialtilfelle av Weibullfordelingen, hvor k er lik 2.

$$Pr(v) = \frac{\pi}{2}\left(\frac{v}{\bar{v}_m^2}\right)\exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{v}{\bar{v}_m}\right)^2\right] \tag{14}$$

Gaussfordelingen/normalfordelingen beskrives av følgende funksjonsuttrykk:

$$Pr(v) = \frac{1}{\sigma_{v_m}\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{(\bar{v}_m - v)^2}{2\sigma_{v_m}^2}\right] \tag{15}$$

Gaussfordelingen er en symmetrisk fordeling rundt gjennomsnittshastigheten, som vil si at det det er høyest sannsynlighet for at en vindmåling er lik gjennomsnittshastigheten, og at sannsynligheten blir mindre og mindre lenger unna (både over og under) snittvinden. Mens en justering av gjennomsnittshastigheten flytter kurven (uendret form) mot venstre eller høyre, justerer standardavviket selve formen på kurven.

Standardavviket uttrykker spredningen på verdiene, med andre ord hvor langt fra gjennomsnittet verdiene ligger. Et høyt standardavvik vil derfor gi en bredere kurve. Det totale integralet av kurven (arealet under kurven) må til enhver tid være 1 (100%), og en økning i standardavviket vil derfor gi en lavere kurve.

Ofte oppgis resultater med et dobbelt standardavvik, for eksempel $v_m = \bar{v}_m \pm 2\sigma_{v_m}$, dette har å gjøre med konfidensnivået til fordelingen. Med dobbelt standardavvik vil 95.4% av alle fordelinger (95.4% konfidensintervall) vi lager inneholde den ekte verdien man prøver å estimere med fordelingen.