

تابع $\tilde{\Phi}_m$ زیر را که در واقع به لحاظ ریاضی تابعیت ρ دارد را در نظر بگیرید. (وابسته به فرکانس نیز است عبارات k_0 و ω)

$$\tilde{\Phi}_m(\rho) = -j\omega\mu_0(2\pi a) \left[\int_0^a G_{-m}(\rho', \rho) g_a^m(\rho', a) \rho' d\rho' \right] + \frac{J_m(k_0\rho)}{J_m(k_0a)} hZ_m$$

که در آن داریم:

$$1. G_{-m}(\rho', \rho) = -\frac{1}{4} \begin{cases} J_m(k_0\rho) \left[Y_m(k_0\rho') - \frac{Y_m(k_0a)}{J_m(k_0a)} J_m(k_0\rho') \right] & \rho < \rho' \\ J_m(k_0\rho') \left[Y_m(k_0\rho) - \frac{Y_m(k_0a)}{J_m(k_0a)} J_m(k_0\rho) \right] & \rho' < \rho \end{cases}$$

تابع $G_{-m}(\rho', \rho)$ در واقع به لحاظ ریاضی تابعی است از ρ و ρ' . (وابسته به فرکانس نیز است عبارات k_0 و ω) به همین ترتیب داریم:

$$2. \tilde{g}_a(k) = \frac{1 - e^{-2h\sqrt{k^2 - k_0^2}}}{2\sqrt{k^2 - k_0^2}} ; g_a^m(\rho', \rho) = \int_0^\infty \tilde{g}_a(k) J_m(k\rho) J_m(k\rho') k dk$$

$$3. Z_m = j\omega\mu_0\zeta_m + \frac{1}{Y_m + \frac{j}{\eta_0} \left[\frac{J_{m-1}(k_0a)}{J_m(k_0a)} - \frac{m}{k_0a} \right]}$$

$$Y_m = \frac{-j\sqrt{\epsilon_r}}{\eta_0} \left[\frac{J_{m-1}(k_0\sqrt{\epsilon_r}a)}{J_m(k_0\sqrt{\epsilon_r}a)} - \frac{m}{k_0\sqrt{\epsilon_r}a} \right]$$

$$4. \zeta_m = -aj \left[\int_0^{k_0} \frac{\sin^2(k_z h)}{k_z^2 h} J_m(\sqrt{k_0^2 - k_z^2} a) \cdot H_m^{(2)}(\sqrt{k_0^2 - k_z^2} a) dk_z \right. \\ \left. + \frac{2j}{\pi} (-1)^m \int_{k_0}^\infty \frac{\sin^2(k_z h)}{k_z^2 h} I_m(\sqrt{k_z^2 - k_0^2} a) \cdot K_m(\sqrt{k_z^2 - k_0^2} a) dk_z \right]$$

$$\varphi(\rho) = \tilde{\Phi}_{m=-1}(\rho) + \tilde{\Phi}_{m=1}(\rho)$$

مطلوب است رسم نمودار ۳ بعدی اندازه و فاز تابع $\varphi(\rho)$ بر حسب ρ ، f ، بازای:

گرفته شود. یعنی مثلا $f=\text{linspace}(1e9,10e9,101)$ ، فرکانس یعنی f نیز برای ۱۰۱ نقطه در بازه اگیگاهرتز تا ۱۰ گیگا در نظر

$$\omega=2\pi f ; \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{f} ; k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} ; \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

$$\rho=\text{linspace}(0,a=5\text{mm},51) , m=[-1 \ 1] , \epsilon_r = 10$$

یکبار دیگر تمام محاسبات فوق را برای $\tilde{g}_a(k) = h = 0.5\text{mm}$ تکرار کنید. (راهنمایی):

در این حالت ترم اول تابع $\tilde{\Phi}_m(\rho)$ صفر باید بشود و فقط ترم دوم میماند

توجه: ۱. J_m تابع بسل نوع اول و Y_m تابع بسل نوع دوم است. توابع I_m و K_m نیز توابع بسل اصلاح شده نوع اول و دوم هستند. $H_m^{(2)}$ نیز تابع هنکل نوع دوم است.

۲. منظور از j نیز عدد مختلط $1i$ یا $1j$ است نه پارامتر دیگری.

سرعت اجرای کد متلب نیز بالا باشد.