

طراحی مدل برنامه ریزی آرمانی پورترفوی بهینه سرمایه گذاری

محمد رضا امینی

استادیار گروه کسب و کار جدید، دانشکده کارآفرینی، دانشگاه تهران

چکیده

در این پژوهش، یک مدل برنامه ریزی آرمانی برای طراحی پورترفوی سرمایه گذاری بهینه با اهداف چندگانه در محیط های تصمیم گیری پیچیده ارائه شد. مدل توسعه یافته با لحاظ کردن اهداف متعارض مانند بیشینه سازی بازده و کمینه سازی ریسک، و همچنین مجموعه ای از محدودیت های عملیاتی و استراتژیک مانند نقدشوندگی، تنوع سبد سرمایه گذاری، نوآوری و افق بازگشت سرمایه طراحی گردید. برای آزمون مدل، یک مثال عددی واقع گرایانه در قالب یک شرکت فرضی با پنج گزینه سرمایه گذاری مختلف مورد تحلیل قرار گرفت. نتایج حاصل از حل مدل با استفاده از نرم افزار LINGO نشان داد که ساختار پیشنهادی قادر است ضمن برآورده سازی تمامی قیود، ترکیب مناسبی از دارایی ها را پیشنهاد دهد. مزیت کلیدی مدل، انعطاف پذیری آن در گسترش به سناریوهای متنوع تصمیم گیری است، که آن را به ابزاری عملیاتی برای مدیران مالی و تحلیلگران سبد در شرایط عدم قطعیت تبدیل می سازد.

کلمات کلیدی: بهینه سازی، پورترفوی، برنامه ریزی چند هدفه، ریسک، بازده

۱. مقدمه

در دنیای پیچیده و پویای امروز، مدیریت بهینه سرمایه یکی از چالش های اساسی برای سازمان ها، نهادهای مالی و شرکت های فناور به شمار می رود؛ به ویژه در شرایطی که اهداف متعددی چون افزایش بازده، کاهش ریسک، تضمین نقدشوندگی، و حمایت از پروژه های نوآورانه به طور هم زمان مدنظر قرار می گیرند. این چالش زمانی پیچیده تر می شود که سرمایه گذار با تنوع گزینه های سرمایه گذاری، شامل ابزارهای مالی بورسی، صندوق های درآمد ثابت، و پروژه های بلندمدت فناورانه مواجه است. در چنین شرایطی، نیاز به مدلهایی که بتوانند تصمیم گیری چندمعیاره را با در نظر گرفتن محدودیت های واقعی تسهیل کنند، بیش از پیش احساس می شود.

مدل های کلاسیک همچون مدل میانگین-واریانس مارکویتز (Markowitz, ۱۹۵۲) تنها به دو هدف بازده و ریسک می پردازند و فرض می کنند که سرمایه گذار، رفتار عقلانی و داده های کامل دارد. در حالی که واقعیت دنیای سرمایه گذاری به ویژه در پروژه های فناورانه بسیار پیچیده تر و نامطمئن تر است. همین موضوع باعث توسعه مدل های جایگزین مانند

برنامه‌ریزی آرمانی (Goal Programming) شده است؛ مدلی که برای اولین بار در دهه ۱۹۵۰ توسط چارلز و کوپر مطرح شد و به مرور به ابزاری قدرتمند در تصمیم‌گیری چندمعیاره تبدیل شد (Jones et al., ۲۰۱۰; Williams et al., ۱۹۶۲). مزیت اصلی مدل GP، توانایی آن در لحاظ کردن هم‌زمان چندین هدف (نه لزوماً هم‌وزن) و مجموعه‌ای از محدودیت‌های پیچیده است. همچنین امکان گنجاندن داده‌های سناریو-محور و عدم قطعیت در این مدل‌ها به کمک توسعه‌های فازی و احتمالاتی فراهم آمده است (He et al., 2015; Mansour et al., 2019). این ویژگی‌ها موجب شده‌اند تا مدل GP به ابزاری جذاب برای سازمان‌هایی تبدیل شود که درگیر تصمیم‌گیری‌های مالی راهبردی در شرایط پیچیده هستند.

در عمل، شرکت‌هایی که با تصمیم‌گیری درباره تخصیص منابع سرمایه‌ای مواجه‌اند، طیفی متنوع از اهداف و الزامات را دنبال می‌کنند. برخی از آن‌ها به دنبال بازدهی بالا هستند، برخی دیگر بر کاهش ریسک تأکید دارند. برای بسیاری، قابلیت نقدشوندگی دارایی‌ها عامل حیاتی است، و گروهی دیگر به استراتژی‌های توسعه پایدار یا حمایت از نوآوری توجه دارند. همچنین الزاماتی نظیر تنوع بخشی به سبد، محدودیت در تمرکز بر یک حوزه خاص، یا الزامات داخلی درباره نسبت نقدینگی نیز از جمله ملاحظات متداول هستند. از سوی دیگر، افق زمانی سرمایه‌گذاری نیز می‌تواند معیاری کلیدی باشد؛ به‌ویژه برای شرکت‌هایی که با نیازهای کوتاه‌مدت عملیاتی یا پروژه‌های بلندمدت نوآورانه مواجه‌اند.

با توجه به این واقعیت‌ها، برای طراحی یک مدل بهینه‌سازی سرمایه‌گذاری، ضروری است که مجموعه‌ای از اهداف و محدودیت‌هایی که در فضای واقعی شرکت‌ها شایع و کاربردی هستند، لحاظ شود. بنابراین، در این پژوهش تصمیم گرفته شد تا با الهام از تجربه‌های واقعی، مجموعه‌ای از اهداف شامل بیشینه‌سازی بازده، کمینه‌سازی ریسک و ارتقای نوآوری، و مجموعه‌ای از محدودیت‌های رایج مانند نسبت سرمایه‌گذاری در دارایی‌های نقدشونده، افق بازگشت سرمایه، تنوع استراتژیک و حمایت از پروژه‌های فناورانه در مدل لحاظ شود.

بنابراین مسئله اصلی پژوهش عبارت است از: «چگونه می‌توان با در نظر گرفتن اهداف و محدودیت‌های متعدد، ترکیب بهینه‌ای از حوزه‌های سرمایه‌گذاری ارائه کرد که به بیشینه‌سازی منافع مالی و راهبردی برای سرمایه‌گذاران منجر شود؟»

به این ترتیب، ساختار مدل برنامه‌ریزی آرمانی بر مبنای ترکیب اهداف عملیاتی و محدودیت‌های استراتژیک شکل گرفته و قابلیت تعمیم به بسیاری از مسائل سرمایه‌گذاری شرکتی را داراست.

۲. پیشینه نظری و تجربی

مدل برنامه‌ریزی آرمانی در سال‌های گذشته به‌عنوان ابزاری کلیدی در مسائل تصمیم‌گیری چندهدفه به‌ویژه در بهینه‌سازی پورتفوی مورد توجه قرار گرفته است. از منظر نظری، مبنای مدل GP بر اساس به حداقل رساندن انحراف از اهداف ازپیش‌تعیین‌شده شکل گرفته است. در این مدل Jones et al. (2010) بیان کردند که تصمیم‌گیرنده می‌تواند اولویت‌ها و وزن‌های متفاوتی به هر هدف اختصاص دهد، که این انعطاف‌پذیری به‌ویژه در مسائل سرمایه‌گذاری با اهداف غیرهم‌جهت (مثلاً بازده بالا و ریسک پایین) بسیار کاربردی است.

He et al. (2015) یک مدل فازی GP معرفی کردند که در آن تابع رضایت (satisfaction function) برای هر هدف تعریف شده و نشان دادند که این رویکرد در شرایطی که داده‌ها دقیق نیستند، عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های قطعی دارد. به‌طور مشابه، Mansour et al. (2019) در بازار مالی تونس مدل GP فازی را برای انتخاب پورتفوی معرفی کردند که توانست عدم قطعیت در بازده دارایی‌ها را با موفقیت مدیریت کند.

در مطالعات کاربردی، Jones et al. (2010) با استفاده از GP موفق شدند مدلی توسعه دهند که هم‌زمان اهداف بازده، ریسک و نقدشوندگی را برآورده می‌کرد. در بازار سرمایه اندونزی، Syahrini et al. (2023) از GP برای انتخاب سبد سهام با شاخص Expected Shortfall بهره گرفتند. در مطالعه ای دیگر، Fauziyah & Purnaningrum (2021) ترکیب Kalman Filter و GP را برای پیش‌بینی و بهینه‌سازی بازده سهام معرفی کردند. همچنین Markos (2021) از مدل GP برای تنوع‌بخشی به درآمد روستاییان در بولیوی استفاده کرد. Chen (2008) مدل GP را با شاخص Value-at-Risk ترکیب کرد و Aksaraylı & Pala (2018) از نسخه چندجمله‌ای GP برای دربرگیری معیارهایی چون کشیدگی و کجی استفاده کردند.

در سایر مطالعات، Safari et al. (2018) از معیارهای اقتصادی مانند سود تقسیمی و ارزش افزوده در مدل GP استفاده کردند. در مطالعه ای دیگر، نیز مدل GP را برای ردیابی شاخص بورس مالزی به‌کار بردند. مطالعات جدیدتری همچون Gasmar et al. (2023) پورتفوی ESG را با مدل GP بهینه کردند و Agarwal (2017) چارچوب داده‌کاوی برای بهبود تحلیل حساسیت در GP توسعه داد La Torre و Maggis (2012) نیز با معرفی معیارهای مجموعه‌ای در GP، دامنه کاربرد آن را گسترش دادند. همچنین در ایران، Sadjadi et al. (2024) مدل توسعه‌یافته GP را برای انتخاب پورتفوی در بورس تهران معرفی کرده‌اند.

تحلیل این مطالعات نشان می‌دهد که مدل برنامه‌ریزی آرمانی (Goal Programming) با وجود سادگی نسبی در فرموله‌سازی، از انعطاف‌پذیری بسیار بالایی در مواجهه با مسائل تصمیم‌گیری چندهدفه برخوردار است. برخلاف مدل‌های کلاسیک مانند مدل مارکوویتز که تنها بر دو هدف ریسک و بازده تمرکز دارند، مدل GP امکان لحاظ کردن هم‌زمان چندین هدف با اولویت‌های متفاوت و قیود پیچیده واقعی را فراهم می‌سازد. در مطالعات مورد بررسی، این قابلیت به‌وضوح در زمینه‌هایی چون کشاورزی خرد (Seitz, 2014)، بازارهای سرمایه نوظهور (Gasmar, 2023)، پروژه‌های فناورانه (Sadjadi, 2024) و ابزارهای مشتقه قابل مشاهده است. در بسیاری از این مطالعات، مدل GP توانسته است هم‌زمان محدودیت‌های عملیاتی، ترجیحات سرمایه‌گذار، ملاحظات اجتماعی و زیست‌محیطی، و حتی شاخص‌های غیرمالی را به شیوه‌ای ساخت‌یافته در تصمیم‌سازی وارد کند.

از منظر تئوریک و کاربردی، جذابیت مدل GP ناشی از توانایی آن در برقراری تعادل میان اهداف متضاد، و همچنین قابلیت تبدیل اولویت‌های کیفی به ساختارهای کمی است. این ویژگی به‌ویژه در مواردی که تصمیم‌گیرنده با چندین ذی‌نفع (stakeholders) یا اهداف راهبردی و مالی هم‌زمان مواجه است، اهمیت می‌یابد. به عنوان مثال، شرکت‌هایی مانند سودکو که به دنبال بازدهی بالا، ریسک پایین، نقدشوندگی بالا، تنوع راهبردی و حمایت از نوآوری هستند، با استفاده از GP می‌توانند بدون قربانی کردن یک هدف، به تعادل قابل قبولی میان اهداف دست یابند. افزون بر این، مدل‌های

توسعه‌یافته مانند Lexicographic GP یا Polynomial GP امکان مدل‌سازی دقیق‌تر ترجیحات را فراهم کرده‌اند که در شرایط واقعی با پیچیدگی‌های زیاد و داده‌های نامطمئن، بسیار کارآمد هستند. بنابراین، GP نه تنها در محاسبات عددی بلکه در تحقق سیاست‌گذاری‌های کلان نیز یک ابزار قوی و کارآمد تلقی می‌شود.

۳. روش‌شناسی و مدل‌سازی

این پژوهش از منظر روشی، در چارچوب طراحی یک مدل ریاضی برای تصمیم‌گیری چندمعیاره قرار می‌گیرد. با توجه به اهداف مختلف، داده‌های تاریخی، و محدودیت‌های عملیاتی موجود، استفاده از مدل برنامه‌ریزی آرمانی (Goal Programming) به عنوان یک ابزار مناسب برای حل این مسئله چندهدفه انتخاب شده است. این مدل امکان لحاظ کردن اهداف متعارض (مانند افزایش بازده و کاهش ریسک) را به صورت همزمان فراهم می‌کند و به واسطه ساختار انعطاف‌پذیر خود، قابلیت گنجاندن انواع مختلف محدودیت‌ها را دارد.

۳.۱. مدل ریاضی پورتفوی بهینه سرمایه‌گذاری

به منظور ایجاد ساختار مدل ریاضی، ابتدا مجموعه اهداف و محدودیت‌های مورد نظر به صورت صریح ارائه شده و سپس فرمول‌بندی ریاضی مدل مطابق با آن‌ها انجام خواهد شد. این اهداف و محدودیت‌ها بر مبنای شرایط واقعی تصمیم‌گیری در حوزه مدیریت پورتفوی تنظیم شده‌اند و از ویژگی‌های رایج در سیاست‌های سرمایه‌گذاری شرکت‌ها و نهادهای مالی برخوردارند. قبل از ارائه مدل، ذکر این نکته ضروری است که این مدل یک مدل همه جانبه که تمامی اهداف و محدودیت‌های تصمیم‌گیری را در بر بگیرد نبوده؛ بلکه در این مقاله تلاش می‌گردد، یک ساختار کلی از مسأله بهینه‌سازی پورتفو ارائه گردد. منطقی ساختار اهداف و محدودیت‌ها قابل توسعه خواهد بود. برای درک بهتر اهمیت اهداف و محدودیت‌های انتخاب‌شده در مدل، در ادامه به تبیین هر یک از اهداف و محدودیت‌ها پرداخته شده است.

هدف ۱: بهینه‌سازی بازده میانگین سبد سرمایه‌گذاری

افزایش بازده مالی یکی از اصلی‌ترین اهداف در سرمایه‌گذاری است. این موضوع ریشه در نظریه کلاسیک پورتفوی مارکوویتز (۱۹۵۲) دارد که فرض می‌کند سرمایه‌گذاران عقلانی تمایل به حداکثرسازی بازده مورد انتظار دارند. بازده بالا، شاخص موفقیت مالی و رشد سرمایه در بلندمدت است و توسط بسیاری از مطالعات از جمله (Fama & French, ۱۹۹۶) و (DeMiguel et al., ۲۰۰۹) به عنوان شاخص اصلی عملکرد سبد شناخته شده است. از آن‌جا که سرمایه‌گذاران نهادی به دنبال افزایش سود خالص در افق‌های زمانی معین هستند، هدف بهینه‌سازی بازده، در بیشتر مدل‌های بهینه‌سازی مالی جایگاه ثابتی دارد. در این تابع، α معادل متوسط بازدهی حوزه سرمایه‌گذاری i می‌باشد. همچنین متغیر $Invest_i$ بیانگر میزان بودجه سرمایه‌گذاری شده در حوزه سرمایه‌گذاری i می‌باشد.

$$\text{Max} \sum_i \alpha_i * \text{Invest}_i$$

هدف ۲: کمینه‌سازی ریسک میانگین سبد سرمایه‌گذاری

کاهش ریسک، دومین محور مهم در تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاری است. ریسک معمولاً به صورت انحراف معیار بازده یا معیارهای جایگزین مانند Value-at-Risk (VaR) یا semi-variance تعریف می‌شود. مدل مارکوویتز نیز ترکیب بازده و واریانس را به صورت هم‌زمان در نظر می‌گیرد. پژوهش‌های اخیر (مثل Mansour et al., ۲۰۱۹) بر لزوم لحاظ کردن ریسک در کنار بازده تأکید دارند، چرا که سرمایه‌گذار تنها در صورت اطمینان از پایداری و کنترل ریسک است که حاضر به ورود منابع مالی خواهد بود. در پروژه‌هایی با افق نامعین مانند فناوری‌های نوآور، درک و کنترل ریسک اهمیتی دوچندان دارد. در این تابع، R_i معادل متوسط ریسک حوزه سرمایه‌گذاری i می‌باشد. همچنین متغیر Invest_i بیانگر میزان بودجه سرمایه‌گذاری شده در حوزه سرمایه‌گذاری i می‌باشد.

$$\text{Min} \sum_i R_i * \text{Invest}_i$$

محدودیت ۱ و ۲: حداقل و حداکثر سرمایه‌گذاری در گزینه‌های نقدشونده (۳۰٪ تا ۶۶٪)

نقدشوندگی یکی از فاکتورهای کلیدی در ارزیابی دارایی‌هاست، به‌ویژه برای شرکت‌هایی که نیاز به پاسخ سریع به بحران‌های مالی یا فرصت‌های بازار دارند. مطالعاتی مانند (Wagner, ۲۰۰۷) و (Chen, ۲۰۰۸) نشان داده‌اند که سطح مشخصی از دارایی‌های نقدشونده باید در هر پورتفوی حفظ شود تا از ریسک عدم‌توانایی پرداخت جلوگیری شود. در عین حال، تمرکز بیش‌ازحد بر دارایی‌های نقد نیز می‌تواند منجر به کاهش بازده کلی سبد گردد. از این رو تعیین یک بازه برای نقدشوندگی $[\text{LowerCash} \quad \text{UpperCash}]$ مثلاً [۳۰٪ تا ۶۶٪] شامل می‌باشد که باعث تعادل بین پایداری نقدی و فرصت رشد سرمایه می‌شود.

$$\text{Invest}_1 + \text{Invest}_2 \leq \text{UpperCash}$$

$$\text{Invest}_1 + \text{Invest}_2 \geq \text{Lower_Cash}$$

محدودیت ۳: سقف β ٪ برای هر گزینه در سبد سرمایه‌گذاری

برای جلوگیری از تمرکز بیش از حد در یک دارایی یا پروژه خاص، سقف سرمایه‌گذاری روی هر گزینه ضروری است. اصل تنوع‌بخشی یا diversification یکی از مفاهیم بنیادی در مدیریت پورتفوی است و به کاهش ریسک غیرسیستماتیک کمک می‌کند (Markowitz, ۱۹۵۲). تعیین سقف مثلاً ۴۰٪ برای هر گزینه سرمایه‌گذاری باعث می‌شود که هیچ حوزه‌ای نتواند به تنهایی ساختار کلی ریسک یا بازده پورتفوی را تحت تأثیر قرار دهد. برای نمایش عمومی این محدودیت از ضریب β استفاده شده است. بر این اساس حداکثر β ٪ از سبد سرمایه‌گذاری کل را می‌توان در هر یک از حوزه‌ها سرمایه‌گذاری کرد.

$$Invest_i \leq \beta * \sum_i Invest_i$$

محدودیت ۴: تعریف حداقل و حداکثر بودجه سرمایه‌گذاری

این محدودیت، نوعی قید بودجه‌ای (budget constraint) است که در تمامی مدل‌های سرمایه‌گذاری لحاظ می‌شود. هر سرمایه‌گذار با منابع محدود مواجه است و تصمیم‌گیری باید در چارچوب این منابع انجام شود. این قید در مطالعات گوناگون از جمله (Jones & Tamiz, ۲۰۱۰) و (Aksarayli & Pala, ۲۰۱۸) نیز به عنوان قید اصلی در مدل‌های تصمیم‌گیری به کار رفته است. بر این اساس مدل می‌بایست در یک بازه بودجه‌ای مورد انتظار سبد سرمایه را بهینه نماید. بطور مثال سرمایه‌گذار علاقه مند است مدل بین ۲۰ تا ۳۰ میلیارد سرمایه‌گذاری را انجام دهد. بر این اساس مجموع سرمایه‌گذاری‌ها در انواع حوزه‌ها می‌بایست در این بازه قرار بگیرد.

$$\sum_i Invest_i \leq TotalUpperBudget$$

$$\sum_i Invest_i \geq TotalLowerBudget$$

محدودیت ۵: تنوع راهبردی: حداقل در n حوزه مختلف و هر کدام حداقل m واحد سرمایه‌گذاری شود

تنوع راهبردی در سبد سرمایه‌گذاری به افزایش پایداری مالی شرکت کمک می‌کند. پژوهش‌هایی مانند (Sadjadi et al., ۲۰۲۴) و (La Torre & Maggis, ۲۰۱۲) نشان داده‌اند که توزیع بهینه در چندین حوزه مختلف می‌تواند نوسانات بازده کل سبد را کاهش دهد و در برابر بحران‌های بخشی مقاومت بیشتری ایجاد کند. الزام به حداقل سرمایه در هر حوزه نیز برای جلوگیری از حضور نمایشی (non-material participation) و تضمین تأثیرگذاری سرمایه‌گذاری در هر بخش ضروری است. به منظور تحقق این محدودیت، لازم است سه نوع محدودیت به شکل زیر به مدل اضافه گردد:

$$Invest_i \geq m * y_i \quad y_i \in \{0,1\}$$

با توجه به تعریف متغیر باینری y_i ، این محدودیت مشخص خواهد کرد که اگر پروژه i انتخاب گردید، حداقل m واحد پولی در آن سرمایه گذاری گردد.

$$invest_i \leq k * y_i$$

به منظور کنترل پروژه هایی که انتخاب نمی شوند، می بایست محدودیتی اضافه نمود که در صورت عدم انتخاب یک پروژه (یعنی اگر y_i مساوی صفر شود) در این محدودیت متغیر $Invest_i$ مربوط به آن پروژه نیز صفر گردد. بر این اساس عدد بزرگ k را به مدل اضافه میکنیم تا در صورت عدم انتخاب پروژه i ، حد بالای مجاز برای سرمایه گذاری در پروژه i مساوی صفر گردد و در صورت انتخاب پروژه حد بالای مجاز عددی بسیار بزرگ (k) لحاظ شود.

$$\sum_i y_i \geq n$$

به منظور تحقق شرط کنترلی برای عبارت "حداقل n پروژه انتخاب شود"، می بایست مجموع متغیرهای باینری y_i بزرگتر مساوی n تعریف شود.

محدودیت 6: حداقل و حداکثر مبلغ سرمایه گذاری در پروژه های خاص

محدودیت 1-6: حداقل $\gamma\%$ از پورتفو در طرح های نوآورانه سرمایه گذاری شود

سرمایه گذاری در پروژه های خاص مثلا پروژه های نوآورانه که نقش مهمی در رشد پایدار و خلق مزیت رقابتی دارد نیز میتواند بر اساس همین محدودیت به مدل اضافه گردد. شرکت هایی با مأموریت نوآوری یا مسئولیت اجتماعی معمولا درصد مشخصی از منابع خود را به پروژه های بلندمدت اختصاص می دهند. این محدودیت بر مبنای شواهد تجربی مانند پروژه های نوآور در صنایع فناوری اطلاعات و سلامت دیجیتال تنظیم شده و با اهداف توسعه ای و بلندمدت همسو است (He et al., 2010). تعیین حداقل سهم $\gamma\%$ از **سبد سرمایه** برای پروژه های **نوآورانه**. در این محدودیت اشاره شده است که جمع پروژه هایی که نوآورانه هستند باید حداقل $\gamma\%$ از کل سرمایه گذاری را به خود اختصاص دهند. مجموعه f پروژه های نوآورانه هستند.

$$\sum_{i \in f} Invest_i \geq \gamma * Totalinvest$$

محدودیت 2-6: حداقل $\theta\%$ از پورتفو در دارایی کاملا نقدشونده سرمایه گذاری شود

برخی نهادها و شرکت‌ها سیاست‌هایی برای نگه‌داشت بخشی از دارایی‌ها به صورت بسیار نقدشونده دارند تا در مواجهه با شوک‌های نقدینگی یا نیازهای فوری سرمایه‌ای، دچار بحران نشوند. این موضوع در ادبیات تحت عنوان "Cash Ratio" یا "Liquidity Buffer" شناخته می‌شود و در مقررات بسیاری از صندوق‌ها و بانک‌ها نیز آمده است (Basel III Framework, BIS, ۲۰۱۱). تعیین حداقل سهم $\theta\%$ از **سبد سرمایه** برای پروژه‌هایی با نقدشوندگی بالا بطور مثال ۱۵٪، به عنوان سطحی محافظه‌کارانه ولی قابل دفاع در عمل پذیرفته شده است. در این محدودیت اشاره شده است که جمع پروژه‌هایی که نقد شوندگی بالایی دارند باید حداقل $\theta\%$ از کل سرمایه‌گذاری را به خود اختصاص دهند. مجموعه c پروژه‌ها با خاصیت نقدشوندگی بالا هستند.

$$\sum_{i \in c} Invest_i \geq \theta * Totalinvest$$

محدودیت ۳-۶: حداقل $\rho\%$ در گزینه‌های با افق زمانی حداکثر ۲ سال (x_4, x_2, x_1)

برای حفظ انعطاف‌پذیری و اطمینان از بازگشت نسبی سرمایه در بازه زمانی کوتاه، تعیین کف برای گزینه‌های کوتاه‌مدت ضرورت دارد. این سیاست به شرکت اجازه می‌دهد در صورت تغییر شرایط اقتصادی یا نیاز فوری، به بخشی از سرمایه دسترسی سریع داشته باشد. ترکیب گزینه‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت به ساختار پایدار مالی کمک می‌کند (Chen, ۲۰۰۸; Tamiz et al., ۱۹۹۸). تعیین حداقل سهم $\rho\%$ از **سبد سرمایه** برای پروژه‌هایی با افق زمانی حداکثر t سال بطور مثال ۲ سال به عنوان سطحی محافظه‌کارانه ولی قابل دفاع در عمل پذیرفته شده است. در این محدودیت اشاره شده است که جمع پروژه‌هایی که دوره بازگشت سرمایه کمتر از t سال دارند باید حداقل $\rho\%$ از کل سرمایه‌گذاری را به خود اختصاص دهند. مجموعه d پروژه‌ها با خاصیت دوره بازگشت نسبی کمتر از t سال هستند.

$$\sum_{i \in d} Invest_i \geq \rho * Totalinvest$$

۳.۲. مدل برنامه ریزی آرمانی پورتفوی بهینه سرمایه‌گذاری

مدل ریاضی پورتفوی بهینه سرمایه‌گذاری طراحی شده در این پژوهش دارای دو هدف می‌باشد، که از رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی برای حل آن استفاده شده است. بر این اساس مدل برنامه‌ریزی آرمانی پورتفوی بهینه سرمایه‌گذاری به شکل زیر ارائه شده است. در این مدل w_g اهمیت نسبی هر یک از آرمان‌ها یا اهداف می‌باشد که می‌تواند توسط سرمایه‌گذار یا خبرگان تعیین شود. منطقاً مجموع اوزان آرمان‌ها می‌بایست برابر با ۱ بشود ($\sum_g w_g = 1$). همچنین به منظور جلوگیری از خطای مقایسه چندگانه در تابع هدف مدل برنامه ریزی، شاخص انحراف از آرمان هر یک از محدودیتهای آرمانی بر اساس مقدار آرمانی هر هدف (یعنی $goal_g$) نرمالایز خواهد گردید. در مدل برنامه ریزی آرمانی، هدف کمینه کردن مجموع وزنی انحرافات از آرمان بوده که بصورت تابع هدف مدل برنامه ریزی آرمانی مطرح گردیده است.

$$[1] Min = \sum_g \frac{w_g (d_g^+ + d_g^-)}{goal_g}$$

$$[2] \sum_i \alpha_i * Invest_i + d_1^- \geq Goal_1$$

$$[3] \sum_i R_i * Invest_i - d_2^+ \leq Goal_2$$

$$[4] Invest_1 + Invest_2 \leq UpperCash$$

$$[5] Invest_1 + Invest_2 \geq Lower_Cash$$

$$[6] Invest_i \leq \beta * \sum_i Invest_i$$

$$[7] \sum_i Invest_i \leq TotalUpperBudget$$

$$[8] \sum_i Invest_i \geq TotalLowerBudget$$

$$[9] Invest_i \geq m * y_i \quad y_i \in \{0,1\}$$

$$[10] invest_i \leq k * y_i$$

$$[11] \sum_i y_i \geq n$$

$$[12] \sum_{i \in c} Invest_i \geq \theta * Totalinvest$$

$$[13] \sum_{i \in f} Invest_i \geq \gamma * \mathbf{Totalinvest}$$

$$[14] \sum_{i \in d} Invest_i \geq \rho * Totalinvest$$

$$[15] Totalinvest = \sum_i Invest_i$$

در ادامه به منظور نمایش کارکرد این مدل، یک مثال عددی ساده مطرح شده است. طبیعتاً این مثال قابل تعمیم به ابعاد بزرگتر می‌باشد.

۴. مثال عددی

در این بخش کاربرد مدل طراحی شده در قالب یک مثال عددی ارائه می‌شود. این مطالعه موردی متعلق به شرکت فرضی X است که با مازاد نقدی به ارزش ۳۰ میلیارد تومان مواجه بوده و قصد دارد این منابع را در پنج گزینه سرمایه‌گذاری متنوع تخصیص دهد. این گزینه‌ها عبارتند از:

- x_1 : صندوق درآمد ثابت (کم‌ریسک، نقدشونده)
- x_2 : صندوق سهامی ETF (بورسی، پرنوسان)
- x_3 : سهم بنیادی از صنایع بزرگ (بورسی، ریسک متوسط)
- x_4 : پروژه سلامت دیجیتال عمان (پروژه نوآورانه با افق پنج ساله)
- x_5 : استارت‌آپ AgriTech (پروژه نوآورانه با افق پنج ساله)

علاوه بر پیشینه کردن بازدهی و کمینه کردن ریسک، مجموعه‌ای از محدودیتها نیز مورد توجه قرار خواهد گرفت که به شرح زیر می‌باشد:

۱. محدودیت ۱: حداقل ۳۰٪ سرمایه در گزینه‌های نقدشونده (x_1 و x_2) باشند.
۲. محدودیت ۲: حداکثر ۶۶٪ سرمایه در گزینه‌های نقدشونده باشد.
۳. محدودیت ۳: هیچ حوزه‌ای نباید بیش از ۴۰٪ سرمایه جذب کند.
۴. محدودیت ۴: مجموع سرمایه‌گذاری‌ها باید حداکثر ۳۰ میلیارد تومان باشد.
۵. محدودیت ۵: تنوع راهبردی (Strategic Diversification): سیاست سازمانی ایجاب می‌کند که حداقل در ۴ حوزه مختلف و برای هر یک حداقل ۲ میلیارد سرمایه‌گذاری انجام شود.
۶. محدودیت 6-1: سیاست حمایت از پروژه‌های نوآور: شرکت مأموریت نوآوری دارد، بنابراین باید حداقل ۳۰٪ بودجه را به پروژه‌های نوآور (x_4 و x_5) اختصاص دهد.
۷. محدودیت 6-2: حفظ نسبت دارایی نقد به کل سبد (Cash Ratio): برای اطمینان از توانایی پاسخگویی سریع به نیازهای نقدی، حداقل ۱۵٪ سبد باید در دارایی‌های کاملاً نقدشونده (x_1) باشد.
۸. محدودیت 6-3: ملاحظه بازگشت سرمایه در کوتاه‌مدت: شرکت می‌خواهد حداقل ۴۰٪ سرمایه را در گزینه‌هایی با افق ≥ 2 سال (یعنی x_1, x_2, x_4) سرمایه‌گذاری کند.

قبل از انجام مدلسازی، لازم است داده‌های مورد نیاز مدل ریاضی را آماده کنیم. بازده و ریسک دو شاخصی هستند که بطور صریح اعلام نشده و می‌بایست با توجه به داده‌های موجود به محاسبه آنها پرداخت. داده‌های بازده و ریسک موجود

برای این ۵ گزینه به شرح سه جدول زیر می‌باشد. برای گزینه‌های اول تا سوم، داده‌های تاریخی پنج‌ساله در دسترس است که میانگین بازده و ریسک (انحراف معیار) آن‌ها قابل محاسبه خواهد بود. بازده تاریخی سه گزینه اول (برای x_1 تا x_3) برای ۵ سال منتهی به ۱۴۰۲ به شرح زیر موجود می‌باشد:

جدول 1 بازده تاریخی طرح‌های اول تا سوم طی دوره ۵ ساله

سال	x_1	x_2	x_3
1398	19	40	34
1399	20	-10	-12
1400	18	15	8
1401	17	22	18
1402	16	25	21
میانگین بازدهی	18.00	18.40	13.80
انحراف از معیار (ریسک)	1.58	18.31	17.15

برای پروژه‌های فناورانه (x_4 و x_5)، داده‌های جریان‌های نقدی آتی در قالب سناریوهای A، B و C همراه با احتمال وقوع و نرخ تنزیل ۱۵٪ ارائه شده است. به این ترتیب، ارزش فعلی خالص (NPV) انتظاری هر پروژه محاسبه و مبنای تعیین متوسط بازدهی این دو طرح خواهد شد.

برای دو پروژه ۴ و ۵ داده‌های مربوط به بازدهی موجود نمی‌باشد از این رو اطلاعات جریان نقدی آتی مربوط به هر پروژه در یک فضای احتمالی قابل تصور می‌باشد که در جدول زیر ارائه شده است.

جدول 2 سرمایه‌گذاری و جریان نقدی طرح سلامت دیجیتال (۵ ساله)

سناریو	احتمال	$Invest_0$	CF1	CF2	CF3	CF4	CF5	NPV ($r = 15\%$)
A	60%	20	6	8	4	7	8	؟
B	30%	20	5	7	3	4	5	؟
C	10%	20	4	6	1	2	3	؟

جدول 3 سرمایه‌گذاری و جریان نقدی طرح استارت آپ Agri-Tech (۵ ساله)

سناریو	احتمال	$Invest_0$	CF1	CF2	CF3	CF4	CF5	NPV ($r=15\%$)
A	60%	10	2.5	3	3.5	4	4.5	؟
B	30%	10	1.5	2	2.5	2.5	2.5	؟
C	10%	10	3	0	0	1	8	؟

برای محاسبه بازدهی هر یک از طرح‌های ۴ و ۵ ابتدا می‌بایست مقدار NPV هر یک از طرح‌ها محاسبه شده و سپس بر اساس رابطه EAR نرخ بازده سالانه معادل هر یک محاسبه گردد. بر این اساس NPV و EAR هر یک از طرح‌ها از طریق فرمولهای زیر محاسبه گردیده است:

$$NPV = \sum_n \frac{P_n}{(1+i)^n} - invest_0$$

بر این اساس NPV و ریسک طرح چهارم و پنجم به شرح جدول زیر می باشد:

جدول 4 محاسبات ریسک و بازدهی طرح ۴

سناریو	احتمال وقوع (p)	invest_0	NPV	$R - \bar{R}$	$(R - \bar{R})^2$	$\sigma^2 = p * (R - \bar{R})^2$
A	60%	20	28.41	3.19	10.16	6.10
B	30%	20	21.55	(3.67)	13.46	4.04
C	10%	20	12.68	(12.55)	157.43	15.74
متوسط وزنی			24.78			25.88

همچنین با توجه به NPV و واریانس محاسبه شده در جدول فوق مقدار متوسط معادل بازده سالانه (EAR) و ریسک (σ) طرح چهارم، به شرح زیر محاسبه گردیده است:

$$\text{ریسک} = \sigma_4 = \sqrt{25.88} = 5.09$$

$$EAR_4 = \sqrt[t]{\frac{(NPV - Invest_0)}{Invest_0}} - 1 = 17.49\%$$

مشابه طرح چهارم، طرح پنجم نیز مورد بررسی قرار گرفته و ریسک و بازده آن به شرح زیر محاسبه گردید:

جدول 5 محاسبات ریسک و بازدهی طرح ۵

سناریو	احتمال وقوع (p)	invest_0	NPV	$R - \bar{R}$	$(R - \bar{R})^2$	$\sigma^2 = p * (R - \bar{R})^2$
A	60%	10	25.14	(0.08)	0.01	0.00
B	30%	10	36.24	11.01	121.31	36.39
C	10%	10	14.29	(10.93)	119.47	11.95
متوسط وزنی			27.38			48.34

همچنین با توجه به NPV و واریانس محاسبه شده در جدول فوق مقدار متوسط معادل بازده سالانه (EAR) و ریسک (σ) طرح پنجم، به شرح زیر محاسبه گردیده است:

$$\text{ریسک} = \sigma_5 = \sqrt{48.34} = 6.95$$

$$EAR_5 = \sqrt[t]{\frac{(NPV - Invest_0)}{Invest_0}} - 1 = 30.18\%$$

بر این اساس داده های مورد نیاز مسأله به شرح جدول زیر خواهند بود:

جدول 6 مقادیر آرمانی و وزن اهداف

اهداف	مقدار آرمانی ($goal_g$)	وزن از نظر خبرگان (W_g)
اول: بیشینه کردن بازدهی		۰,۴۵

دوم: کمینه کردن ریسک	۰,۵۵
----------------------	------

بر اساس محاسبات NPV و EAR و همچنین واریانس، بازدهی و ریسک هر طرح در قالب جدول زیر خلاصه شده است:

جدول ۷ پارامترهای بازدهی و ریسک مخصوص هر طرح

شاخص	نماد	طرح ۱	طرح ۲	طرح ۳	طرح ۴	طرح ۵
بازدهی	α_i	18.00	18.40	13.80	17.49	30.18
ریسک	R_i	1.58	18.31	17.15	5.09	6.95

سایر پارامترهای مرود نیاز مسأله به شرح جدول زیر ارائه شده است:

جدول ۸ سایر پارامترهای مرود نیاز مسأله

پارامتر	نماد	مقدار
حداکثر سرمایه گذاری در طرح های نقدشونده	<i>UpperCash</i>	20.000.000.000
حداقل سرمایه گذاری در طرح های نقدشونده	<i>Lower_Cash</i>	10.000.000.000
حداکثر سرمایه گذاری مجاز برای هر طرح	β	0.4
حداکثر بودجه در اختیار برای سرمایه گذاری	<i>TotalUpperBudget</i>	۳۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰
حداقل سرمایه گذاری مورد نیاز	<i>TotalLowerBudget</i>	۱۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰
حداقل تعداد طرح منتخب	n	۴
عدد بزرگ برای تنظیم محدودیت عدد صحیح	k	10^{13}
حداقل سرمایه گذاری در طرح های منتخب	m	۲,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰
نسبت دارایی نقد به کل	θ	۱۵%
حداقل بودجه طرح های نواورانه نسبت به کل پورتفو	γ	۳۰%
حداقل بودجه طرح های زودبازده نسبت به کل پورتفو	ρ	۴۰%

حال پس از محاسبه داده های مورد نیاز، به حل مدل ریاضی برنامه ریزی آرمانی پورتفوی بهینه خواهیم پرداخت. بر این

اساس مدل ریاضی برنامه ریزی آرمانی پورتفوی بهینه در نرم افزار لینگو نسخه ۱۸,۰، کد نویسی و حل گردید.

نتایج حل به شرح زیر میباشد:

مدل طراحی شده با استفاده از نرم افزار LINGO حل شد و نتیجه بهینه سراسری به دست آمد. مقدار تابع هدف برابر با **0.2337** نشان دهنده دستیابی مناسب به ترکیب اهداف (افزایش بازده و کاهش ریسک) تحت مجموعه ای پیچیده از محدودیت ها است. در ادامه، نتایج تصمیم گیری و تخصیص سرمایه بین گزینه های مختلف ارائه و تحلیل می شود:

گزینه سرمایه گذاری	مقدار تخصیص یافته (میلیارد تومان)	وضعیت انتخاب (Y_i)	تفسیر
x_1 - درآمد ثابت	8.0	1	انتخاب شده؛ نشان از حفظ نقدینگی بالا دارد
x_2 - سهامی ETF	2.0	1	برای رعایت حداقل نقدشوندگی وارد پورترفوی شده
x_3 - سهم بنیادی	0.0	0	حذف شده؛ به دلیل ریسک نسبتاً بالا و نقش جایگزینی توسط x_4 و x_5
x_4 - سلامت دیجیتال	2.0	1	پروژه نوآورانه با افق کوتاه؛ جهت رعایت قیود بازگشت سریع
x_5 - AgriTech	8.0	1	انتخاب به عنوان پروژه نوآورانه بلندمدت و بازده بالا

خلاصه ای از نتایج حل مدل نشان می دهد گزینه x_1 با سهم ۸ میلیارد تومان نقش کلیدی در حفظ نقدشوندگی و رعایت نسبت حداقل ۱۵٪ دارایی نقدی ایفا کرده است. x_5 به عنوان پروژه نوآور داخلی بیشترین سهم را بین گزینه های فناورانه به خود اختصاص داده که نشان از اولویت دهی به نوآوری در بلندمدت دارد. حذف x_3 (سهم بنیادی) نشان می دهد مدل در برابر ترکیب بازده پایین و ریسک بالا حساس بوده و ترجیح داده از گزینه های جایگزین (x_4) و (x_5) استفاده کند. همه قیود مدل از جمله تنوع در حداقل ۴ حوزه، بازگشت سرمایه در افق ≥ 2 سال، و محدودیت ۳۰٪ برای پروژه های نوآور به خوبی رعایت شده اند.

۵. بحث و نتیجه گیری

اگرچه مطالعه عددی ارائه شده در این پژوهش تنها یک مثال خاص از کاربرد مدل برنامه ریزی آرمانی است، اما اهمیت و ارزش این بخش، نه در خروجی عددی آن بلکه در اثبات کارایی و ساختار مدل نهفته است. نتایج عددی به دست آمده به روشنی نشان داد که مدل پیشنهادی قادر است در شرایط واقعی و با محدودیت های پیچیده، ترکیبی منطقی و راهبردی از گزینه های سرمایه گذاری را پیشنهاد دهد. تحلیل انتخاب های مدل) مانند تخصیص به x_1 و x_5 و حذف (x_3) مؤید آن است که منطق بهینه سازی، نه فقط بر اساس بازده و ریسک، بلکه در چهارچوبی جامع و چندمعیاره عمل کرده است.

در عمل، هدف اصلی این پژوهش، ارائه مدلی انعطاف پذیر و قابل توسعه برای تصمیم گیری سرمایه گذاری در محیط های چندهدفه بود. ساختار مدل به گونه ای طراحی شده که به راحتی قابلیت تعمیم به سناریوهای مختلف را دارد. برای مثال، می توان اهداف زیست محیطی، شاخص های پایداری یا معیارهای ریسک غیردقیق (فازی) را در مدل وارد کرد، بدون آنکه

ساختار ریاضی دچار آشفتگی یا پیچیدگی حل شود. همچنین قیود استراتژیک مانند تنوع حوزه‌ای، افق زمانی و نسبت‌های نقدشوندگی می‌توانند متناسب با سیاست‌های هر سازمانی تنظیم شوند.

بنابراین، مدل ارائه‌شده نه فقط به عنوان یک ابزار عددی، بلکه به عنوان یک چارچوب تصمیم‌سازی حرفه‌ای و مبتنی بر واقعیت‌های بازار قابل استفاده است. این مدل می‌تواند راهنمایی علمی و کاربردی برای مدیران مالی، تصمیم‌گیرندگان راهبردی، و تحلیلگران پورترفوی در شرایط عدم قطعیت و چندهدفه باشد. در نهایت، باید تأکید کرد که مدل برنامه‌ریزی آرمانی با انعطاف‌پذیری ساختاری خود، بستری قدرتمند برای توسعه راه‌حل‌های هوشمند در مدیریت بهینه سرمایه فراهم می‌سازد.

۶. پیشنهادات و محدودیت‌های تحقیق

پژوهش حاضر با وجود ارائه یک چارچوب مفهومی و کاربردی، با محدودیت‌هایی نیز همراه بوده است. نخست، داده‌های مورد استفاده در مطالعه عددی به صورت فرضی و برای اهداف مدل‌سازی انتخاب شده‌اند و ممکن است بازتاب کاملی از شرایط واقعی بازارهای مالی ایران نداشته باشند. همچنین، مدل ارائه‌شده در فرم قطعی طراحی شده و عدم قطعیت‌های موجود در داده‌ها (مانند بازده‌های آتی یا نرخ‌های تورم) به صورت فازی یا احتمالاتی مدل‌سازی نشده است.

پیشنهاد می‌شود در مطالعات آتی:

- از مدل‌های توسعه‌یافته‌تری مانند **برنامه‌ریزی آرمانی فازی** یا **تصادفی** برای لحاظ عدم قطعیت در بازده و ریسک استفاده شود.
- شاخص‌های غیرمالی مانند **پایداری زیست‌محیطی (ESG)** یا **رضایت ذینفعان** نیز به عنوان اهداف مکمل در مدل لحاظ شود.
- از داده‌های واقعی تاریخی، به‌ویژه در بازار سرمایه ایران و پروژه‌های نوآور، برای آزمون تجربی دقیق‌تر مدل استفاده گردد.
- امکان به‌کارگیری مدل در بسترهای هوشمند و مبتنی بر داده‌کاوی نیز مورد بررسی قرار گیرد.

(Agarwal, 2017; Aksaraylı & Pala, 2018; Chen, 2008; Fauziyah & Purnaningrum, 2021; Gasmara et al., 2023; He et al., 2015; Jones et al., 2010; Mansour et al., 2019; MARKOS, 2021; Markowitz, 1952; Mohseny-Tonekabony et al., 2024; Safari et al., 2018; Seitz & La Torre, 2014; Siew et al., 2014; Syahrini et al., 2023; Tamiz et al., 1998; Williams et al., 1962)

- Agarwal, S. (2017). Modelling Framework and Advanced Data Analysis for Goal Programming (GP) Portfolio Optimisation. In *Portfolio Selection Using Multi-Objective Optimisation* (pp. 159–197). Springer.
- Aksaraylı, M., & Pala, O. (2018). A polynomial goal programming model for portfolio optimization based on entropy and higher moments. *Expert Systems with Applications*, 94. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2017.10.056>
- Chen, H. H. (2008). Value-at-Risk efficient portfolio selection using goal programming. *Review of Pacific Basin Financial Markets and Policies*, 11(2). <https://doi.org/10.1142/S0219091508001313>
- Fauziyah, & Purnaningrum, E. (2021). Optimization of Stock Portfolios Using Goal Programming Based on the Kalman-Filter Method. *Jurnal Matematika MANTIK*, 7(1). <https://doi.org/10.15642/mantik.2021.7.1.20-30>
- Gasmara, D. D., Achsani, N. A., & Bandono, B. (2023). Optimization investment portfolio of ESG capital market in Indonesia: An investigation of Polynomial Goal Programming based on higher moments. *Jurnal Ekonomi Dan Bisnis*, 26(2). <https://doi.org/10.24914/jeb.v26i2.9666>
- He, F., Qu, R., & John, R. (2015). *A compromise based fuzzy goal programming approach with satisfaction function for multi-objective portfolio optimisation*.
- Jones, D., Tamiz, M., Jones, D., & Tamiz, M. (2010). Case study: Application of goal programming in portfolio selection. *Practical Goal Programming*, 151–160.
- Mansour, N., Cherif, M. S., & Abdelfattah, W. (2019). Multi-objective imprecise programming for financial portfolio selection with fuzzy returns. In *Expert Systems with Applications* (Vol. 138). <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.07.027>
- MARKOS, A. (2021). MODELLING ON-FARM DIVERSIFICATION THROUGH PORTFOLIO OPTIMIZATION AND GOAL PROGRAMMING: A CASE STUDY FROM BOLIVIA. *AGROFOR*, 4(2). <https://doi.org/10.7251/agreng1902108m>
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection/H. Markovitz. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
- Mohseny-Tonekabony, N., Sadjadi, S. J., Mohammadi, E., Tamiz, M., & Jones, D. F. (2024). Robust, extended goal programming with uncertainty sets: an application to a multi-objective portfolio selection problem leveraging DEA. *Annals of Operations Research*, 1–56.
- Safari, S., Sheikh, M. J., & Moshtaghi, Y. (2018). A Hybrid Approach for Economic Value Added and Dividends in Portfolio Optimization Using Goal Programming. *Journal of Asset Management and Financing*, 6(2), 1–14.

Seitz, W., & La Torre, D. (2014). Modelling investment optimization on smallholder farms through multiple criteria decision making and goal programming: A case study from Ethiopia. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 52(3), 97–107.

Siew, L. W., Jaaman, S. H. H., & Ismail, H. bin. (2014). Portfolio optimization in enhanced index tracking with goal programming approach. *AIP Conference Proceedings*, 1614(1), 968–972.

Syahrini, I., Sardini, A., Nurmaulidar, N., & Ikhwan, M. (2023). Application of Lexicographic Goal Programming Method on Stock Portfolio Optimization With Expected Shortfall Approach. *TEM Journal*, 12(3), 1390.

Tamiz, M., Jones, D., & Romero, C. (1998). Goal programming for decision making: An overview of the current state-of-the-art. *European Journal of Operational Research*, 111(3). [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(97\)00317-2](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(97)00317-2)

Williams, K. B., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1962). Management Models and Industrial Applications of Linear Programming. *OR*, 13(3). <https://doi.org/10.2307/3006897>

- Agarwal, S. (2017). Modelling framework and advanced data analysis for goal programming. SciSpace. <https://scispace.com/papers/modelling-framework-and-advanced-data-analysis-for-goal-dpko536ya9>
- Aksarayli, M., & Pala, O. (2018). A polynomial goal programming model for portfolio. SciSpace. <https://scispace.com/papers/a-polynomial-goal-programming-model-for-portfolio-2xcartqim4>
- Charnes, A., & Cooper, W. W. (1961). Management models and industrial applications of linear programming. Wiley.

- Chen, S.P. (2008). Value-at-risk efficient portfolio selection using goal programming. SciSpace. <https://scispace.com/papers/value-at-risk-efficient-portfolio-selection-using-goal-4tdtptj6cc>
- Fauziyah, F., & Purnaningrum, I. (2021). Optimization of stock portfolios using goal programming. SciSpace. <https://scispace.com/papers/optimization-of-stock-portfolios-using-goal-programming-341wurgfio>
- Gasmara, D., et al. (2023). Optimization investment portfolio of ESG capital market in Indonesia. SciSpace. <https://scispace.com/papers/optimization-investment-portfolio-of-esg-capital-market-in-1ymhd29x3r>
- He, L., Chan, F.T.S., & Wu, Y. (2015). A compromise-based fuzzy goal programming approach. SciSpace. <https://scispace.com/papers/a-compromise-based-fuzzy-goal-programming-approach-with-4k1u52cljx>
- Jones, D. F., & Tamiz, M. (2010). Case study application of goal programming in portfolio. SciSpace. <https://scispace.com/papers/case-study-application-of-goal-programming-in-portfolio-46s8uy4oj0>
- La Torre, D., & Maggis, M. (2012). A goal programming model for optimal portfolio. SciSpace. <https://scispace.com/papers/a-goal-programming-model-for-optimal-portfolio-4gyai3mcm8>
- Mansour, N., et al. (2019). Multi-objective imprecise programming for financial portfolio. SciSpace. <https://scispace.com/papers/multi-objective-imprecise-programming-for-financial-4x413ohcv6>
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. Journal of Finance, 7(1), 77–91.
- Markos, T. (2021). Modelling on-farm diversification through portfolio. SciSpace. <https://scispace.com/papers/modelling-on-farm-diversification-through-portfolio-1km4rgakia>

- Moshtaghi, M., et al. (2018). A hybrid approach for economic value added and dividends. SciSpace. <https://scispace.com/papers/a-hybrid-approach-for-economic-value-added-and-dividends-in-14wsoagip0>
- Sadjadi, S. J., et al. (2024). Robust extended goal programming with uncertainty sets. SciSpace. <https://scispace.com/papers/robust-extended-goal-programming-with-uncertainty-sets-an-4sg9puotfx>
- Seitz, W., & La Torre, A. (2014). Modelling investment optimization on smallholder farms. SciSpace. <https://scispace.com/papers/modelling-investment-optimization-on-smallholder-farms-3ti7amq2ni>
- Syahrini, R., et al. (2023). Application of lexicographic goal programming method. SciSpace. <https://scispace.com/papers/application-of-lexicographic-goal-programming-method-on-3lm06e3el4>
- Tamiz, M., Jones, D.F., & Romero, C. (1998). Goal programming for decision making: An overview of the current state-of-the-art. European Journal of Operational Research, 111(3), 569–581.
- Weng Siew, C., et al. (2014). Portfolio optimization in enhanced index tracking. SciSpace. <https://scispace.com/papers/portfolio-optimization-in-enhanced-index-tracking-with-goal-3z67mhspo1>