



۱۳-۲- فیلتر پایین گذر

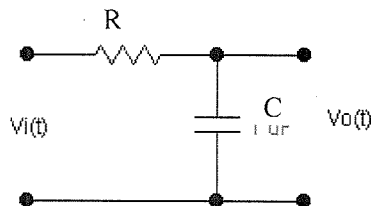
۱-۱۳-۲ پاسخ فرکانسی فیلتر پایین گذر

شکل ۱۷-۲ مدار سری R و C را نشان می دهد. هنگامی که یک موج سینوسی با دامنه ثابت V_{im} و فرکانس متغیر f به دو سر ورودی این مدار اعمال شود، ولتاژ خروجی (پاسخ مدار) نیز موج سینوسی ولی با دامنه و فازی متفاوت با ولتاژ ورودی خواهد بود. بنابراین اگر ولتاژ ورودی به صورت:

$$V_i(t) = V_{im} \sin \omega t = V_{ie} \angle 0^\circ \quad \text{رابطه ۳-۲}$$

باشد می توان ولتاژ خروجی را به صورت زیر نوشت:

$$V_o(t) = V_{om} \sin(\omega t + \phi) = V_{oe} \angle \phi^\circ \quad \text{رابطه ۴-۲}$$



شکل ۱۷-۲

نسبت ولتاژ خروجی به ولتاژ ورودی تابعی از فرکانس بوده و به تابع پاسخ فرکانسی (Frequency Response Function) یا تابع انتقال (Transfer Function) مرسوم است و با رابطه زیر نشان داده می شود:

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \left| \frac{V_o}{V_i} \right| \angle \phi^\circ \quad \text{رابطه ۵-۲}$$

منحنی نمایش تغییرات $\left| \frac{V_o}{V_i} \right|$ نسبت به فرکانس، مشخصه پاسخ دامنه و منحنی نمایش تغییرات ϕ° نسبت به فرکانس، مشخصه پاسخ فاز نامیده می شود. اکنون مدار RC شکل ۱۷-۲ را در نظر می گیریم. تابع پاسخ فرکانسی برای این مدار به صورت زیر تعیین می شود:

$$V_i = \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right) \times I$$

$$V_o = \left(\frac{1}{j\omega C} \right) \times I$$

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = |A_v| \angle \phi^\circ \quad \text{رابطه ۶-۲}$$

$$|A_v| = \left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$\phi^\circ = \text{Arc tan}(-\omega RC)$$



رابطه ۶-۲ نشان می دهد که در فرکانسهای پایین وقتی که $\omega RC \ll 1$ است، $\left| \frac{V_o}{V_i} \right| \approx 1$ خواهد شد. همچنین در فرکانسهای بالا وقتی $\omega RC \gg 1$ شود آنگاه $\left| \frac{V_o}{V_i} \right| \approx 0$ می شود. مدار RC فوق که ولتاژهای با فرکانس پایین را از خود عبور می دهد و ولتاژهای با فرکانس بالا را به شدت تضعیف می نماید، به فیلتر پایین گذر (Low Pass Filter) معروف است. ویژگی دیگر این مدار اختلاف فازی است که بین ولتاژ خروجی و ورودی ایجاد می نماید. همانطور که از رابطه ۶-۲ برمی آید، در فرکانسهای پایین $\phi \approx 0^\circ$ و در فرکانسهای بالا $\phi \approx -90^\circ$ است.

۲-۱۳-۲- فرکانس قطع یا فرکانس نصف قدرت

فرکانس قطع یا فرکانس نصف قدرت که با f_c نشان داده می شود، فرکانسی است که صافی پایین گذر فرکانسهای بالاتر از آن را به شدت تضعیف می کند و در این فرکانس اندازه توان خروجی به $\frac{1}{2}$ ماکزیمم توان خروجی می رسد. یعنی ولتاژ خروجی به $\frac{1}{\sqrt{2}}$ برابر ولتاژ ورودی کاهش می یابد. بنابراین فرکانس قطع برابر است با:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + (\omega RC)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad \text{رابطه ۷-۲}$$

۲-۱۳-۳- انتگرال گیر RC

چنانچه مقادیر R و C طوری انتخاب شوند که $\omega RC \gg 1$ شود، در این صورت برای فرکانسهای بزرگتر از f_c اندازه V_o بسیار کوچک و تقریباً برابر صفر است. در این صورت با توجه به شکل ۱۶-۲ می توان نوشت:

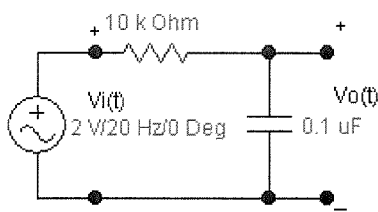
$$V_i(t) = R \times I(t) + V_o(t) \approx R \times I(t) = RC \frac{dV_o(t)}{dt} \Rightarrow V_o(t) = \frac{1}{RC} \int V_i(t) dt \quad \text{رابطه ۸-۲}$$

رابطه ۸-۲ نشان می دهد که ولتاژ خروجی، انتگرال ولتاژ ورودی است. لذا تحت شرایط $\omega RC \gg 1$ ، مدار فوق را یک انتگرال گیر می نامند.



۲-۱۳-۴- آزمایش سوم: صافی پایین گذر RC

الف) با استفاده از مقاومت $R=10\text{ K}\Omega$ و خازن $C=0.1\mu\text{F}$ مداری مطابق شکل مقابل ببندید.



به وسیله نوسان ساز یک موج سینوسی با مقدار پیک ۲ ولت ($|V_i| = 2\text{V}$) به مدار اعمال نمایید و با فرکانسهایی که در جدول ۱-۲ قید شده مقدار ولتاژ خروجی را به وسیله نوسان نگار اندازه گرفته و در جدول مربوطه یادداشت نمایید. دقت داشته باشید هنگامی که فرکانس نوسان ساز را تغییر می دهید، ولتاژ ورودی ثابت بماند.

برای هر یک از فرکانسهای جدول ۱-۲ اختلاف فاز ϕ بین موج ورودی و خروجی را با نوسان نگار اندازه گیری نمایید.

ب) یک مقاومت $R=56\text{ K}\Omega$ را به صورت موازی با C در مدار قرار دهید و آزمایش قبل را تکرار نموده و جدول ۱-۲ را تکمیل کنید. مقاومت $R=56\text{ K}\Omega$ را می توان به عنوان یک بار مصرفی و یا امپدانس ورودی مدار بعدی که به صافی اتصال می یابد در نظر گرفت و اثر بار را بر روی آن ملاحظه نمود.

ج) فرکانس قطع فیلتر را با استفاده از آزمایش و رابطه ۷-۲ به دست آورده و مقایسه نمایید.

۲-۱۳-۵- آزمایش چهارم: مدار انتگرال گیر RC

مدار پایین گذر را با مقاومت $R=10\text{ K}\Omega$ و خازن $C=0.1\mu\text{F}$ ببندید. نوسان ساز را به ورودی مدار متصل نموده و یک موج مربعی با دامنه $V_{p-p}=4\text{V}$ به مدار اعمال نمایید و پاسخ مدار را به وسیله نوسان نگار مشاهده نمایید. فرکانس موج ورودی را در حدود 10 Hz انتخاب نمایید. با استفاده از مقاومت های $10\text{ K}\Omega$ ، $22\text{ K}\Omega$ و $150\text{ K}\Omega$ به جای R شکل موج خروجی را در هر حالت مشاهده و به دقت رسم نمایید.



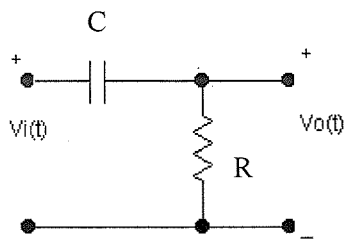
جدول ۱-۲

فرکانس f	V_o اندازه گیری شده	ϕ اندازه گیری شده	V_o محاسبه شده	ϕ محاسبه شده
۲۰Hz				
۵۰Hz				
۱۰۰Hz				
۱۵۰Hz				
۲۵۰Hz				
۵۰۰Hz				
۱۰۰۰Hz				
۳۰۰۰Hz				
۱۰۰۰۰Hz				

۱۴-۲- فیلتر بالا گذر

۱-۱۴-۲- پاسخ فرکانسی و فرکانس قطع فیلتر بالا گذر

شکل ۱۸-۲ را که از اتصال سری خازن و مقاومت به دست آمده در نظر بگیرید. تابع پاسخ فرکانسی برای این مدار عبارت است از:



شکل ۱۸-۲

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{J\omega RC}{1 + J\omega RC} = |A_v| \angle \phi^\circ$$

$$|A_v| = \left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$\phi^\circ = \text{Arc tan}\left(\frac{1}{\omega RC}\right)$$

رابطه ۹-۲

رابطه ۹-۲ نشان می دهد که در فرکانسهای بالا وقتی که $\omega RC \gg 1$ است، $\left| \frac{V_o}{V_i} \right| \approx 1$ و $\phi \approx 0^\circ$ خواهد

شد. همچنین در فرکانسهای پایین وقتی که $\omega RC \ll 1$ شود آنگاه $\left| \frac{V_o}{V_i} \right| \approx 0$ و $\phi \approx 90^\circ$ می شود. مدار RC

فوق که ولتاژهای با فرکانس بالا را از خود عبور می دهد و ولتاژهای با فرکانس پایین را به شدت تضعیف می نماید، به فیلتر بالا گذر (High Pass Filter) معروف است.