بسمه تعالی

پروژه‌ی درس ریاضیات صندوق‌های بازنشستگی

استاد: جناب آقای دکتر پاینده

دانشجو: امیرحسین باقرپور

شماره دانشجویی: ۴۰۱۴۲۲۰۲۶

زمستان ۱۴۰۲

معرفی روش استفاده شده برای محاسبات اکچوئری صندوق بازنشستگی:

برای محاسبات این صندوق، از روش Entry Age Normal(Level Percent) استفاده شده است. در این روش میزان کسوراتی که شخص می‌پردازد، ضریب ثابتی از حقوق فرد در همان سال است. این ضریب ثابت که با U_e نشان داده می‌شود، در سنی که فرد استخدام و وارد صندوق می‌شود تعیین می‌شود و تا زمان سن بازنشستگی برای محاسبات از این ضریب استفاده می‌کنیم.

نکته‌ی حائز اهمیت در این روش این است که برای محاسبه‌ی میزان کسوراتی که هر شخص باید بپردازد، در زمان سن استخدام باید معادله‌ی تعادل را تشکیل داده و ارزش فعلی مزایای آتی را برابر با ارزش فعلی کسورات آتی قرار دهیم و میزان کسورات پرداختی هر نفر به صندوق را بدست آوریم.

معرفی دیتای مورد استفاده:

برای انجام این پروژه، فرض کردیم که ۶۱ نفر در صندوق بازنشستگی حضور دارند که سن این افراد در بازه‌ی ۲۰ تا ۸۰ ساله می‌باشد. همچنین در فایل اکسلی که ضمیمه‌ی پروژه شده است، برای هر شخص سن استخدام($employ$) و میزان حقوق دریافتی فرد در بدو استخدام(S_e) مشخص شده است. از جدول عمر، احتمال بقا($p_survive$)، احتمال فوت(q_death)، احتمال ازکارافتادگی($q_disability$) که به طور فرضی ۳۰٪ احتمال فوت در نظر گرفته شده است، احتمال معلق شدن(q_vest) که به صورت فرضی برابر با ۴۰٪ احتمال فوت می‌باشد. همچنین برای هر سن، مقادیر مربوط به Selected annuity value را محاسبه کرده و این مقادیر در فایل اکسل در ستون sav دیده می‌شود که گویای مقادیر $\ddot{a}_x^{12}$ است.

به عنوان نمونه، بخشی از دیتای مورد استفاده که به عنوان ورودی برای محاسبات مورد استفاده قرار داده شده در شکل زیر مشاهده می‌کنیم.

age	employ	Se	p_survive	q_disability	q_death	q_vest	sav
36	26	252	0/999814478	0/000055657	0/000185522	0/000074209	16/59834497
37	27	312	0/999802716	0/000059185	0/000197284	0/000078914	16/44407368
38	21	274	0/999789998	0/000063001	0/000210002	0/000084001	16/28385635
39	27	319	0/999779818	0/000066055	0/000220182	0/000088073	16/11759116
40	30	226	0/999762523	0/000071243	0/000237477	0/000094991	15/94445684
41	22	314	0/999740675	0/000077798	0/000259325	0/000103730	15/76549209
42	27	316	0/999722169	0/000083349	0/000277831	0/000111132	15/58123042
43	28	336	0/999686617	0/000094015	0/000313383	0/000125353	15/39067205

مفروضات اکچوئری:

۱- روش مورد استفاده: Entry Age Normal(Level Percent)

۲- زمان ورود به صندوق: هر فرد در بدو استخدام وارد صندوق می‌شود. همچنین سن استخدام هر فرد بین ۲۰ تا ۳۰ سال می‌باشد.

۳- سن بازنشستگی: ۶۵ سال

۴- مزایای بازنشستگی: ٪۳۵ حقوق سال آخر خدمت به ازای هر سال خدمت که از ابتدای سالی که شخص بازنشسته می‌شود، یعنی از ابتدای ۶۵ سالگی فرد به او پرداخت می‌شود.

۵- مزایای ازکارافتادگی: ٪۵۰ حقوق پایان سالی که فرد در آن سال از کار افتاده شده است. همچنین مزایای ازکارافتادگی در پایان سالی که فرد دچار ازکارافتادگی شده است پرداخت می‌شود.

۶- مزایای معلق شدن: اگر فردی بخواهد از صندوق خارج شود، باید تا انتهای آن سال در صندوق بماند و در پایان سالی که تصمیم به خروج گرفته است، اجازه‌ی خارج شدن از صندوق را دارد. علاوه بر این، به فرد خارج شده از صندوق اجازه‌ی بازگشت داده نمی‌شود. همچنین مزایای معلق شدن به صورت ٪۳۰ حقوق پایان سالی که از صندوق خارج می‌شود، متناسب با ۳۰ سال سابقه‌ی کاری محاسبه می‌شود و از ابتدای سالی که شخص بازنشسته می‌شود، یعنی از ابتدای ۶۵ سالگی فرد به او پرداخت می‌شود.

۷- مزایای فوت: اگر فرد شاغلی که به سن بازنشستگی نرسیده است فوت کند، ٪۶۰ حقوق پایان سالی که فوت کرده را در انتهای سالی که فوت اتفاق افتاده است به بازمانده‌اش پرداخت می‌کنیم. چنانچه فرد بازنشسته شده باشد، یعنی با توجه به دیتای فرضی مورد استفاده بین ۶۵ تا ۷۹ سال سن داشته باشد، ٪۸۰ حقوق سال آخر خدمتش را به عنوان مزایای فوت به بازمانده‌اش پرداخت می‌کنیم.

۸- درصد افزایش حقوق: پس از این‌که حقوق فرد در بدو استخدام مشخص شد، حقوق شخص به ازای هر سال ٪۵ افزایش خواهد داشت.

۹- نرخ بهره: نرخ بهره که با i نشان داده می‌شود را به عنوان متغیر و ورودی توابع تعریف کردیم تا با استفاده از توابعی که در ادامه به تشریح آن‌ها می‌پردازیم، توانایی انجام محاسبات را با توجه به هر نرخی داشته باشیم.

تشریح فرمول‌ها و محاسبات(فردی):

۱- ارزش فعلی مزایای بازنشستگی: ٪۳۵ حقوق سال آخر خدمت به ازای هر سال خدمت که از ابتدای سالی که شخص بازنشسته می‌شود، یعنی از ابتدای ۶۵ سالگی فرد به او پرداخت می‌شود.

همانگونه که در ابتدا گفته شد، باید ارزش فعلی مزایای بازنشستگی را در زمان سن استخدام هر فرد(e) محاسبه کنیم. پس اگر در تاریخ ارزیابی اکچوئری صندوق، داده‌های فایل اکسل پیوست این پروژه را در اختیار داشته باشیم، برای هر شخصی که در این زمان سنی برابر با x دارد باید سن استخدامش را که با e نشان داده شده است پیدا کنیم و سپس ببینیم که این فرد حقوق بدو استخدامش چقدر بوده است و به عبارتی S_e را می‌یابیم. حالا طبق فرمول زیر، می‌توانیم ارزش فعلی مزایای بازنشستگی را در زمان سن استخدام برای تمامی افرادی که در صندوق حضور دارند حساب کنیم.

$$PV(B_{retirement}) = (65-e)(0.35)(S_e(1.05)^{64-e})\ddot{a}_{65}^{12}({}_{r-e}{}^{P}e)v^{r-e}$$

۲- ارزش فعلی مزایای ازکارافتادگی: ٪۵۰ حقوق پایان سالی که فرد در آن سال از کار افتاده شده است. همچنین مزایای ازکارافتادگی در پایان سالی که فرد دچار ازکارافتادگی شده است پرداخت می‌شود.

باید ارزش فعلی مزایای ازکارافتادگی را در زمان سن استخدام هر فرد(e) محاسبه کنیم. طبق فرمول زیر، می‌توانیم ارزش فعلی مزایای ازکارافتادگی را در زمان سن استخدام برای تمامی افراد شاغلی که هنوز بازنشسته نشده‌اند و احتمال ازکارافتادگی برای آن‌ها وجود دارد محاسبه کنیم.

$$PV(B_{disability}) = \sum_{k=x}^{64}\left[(0.5)S_{k+1}\ddot{a}_{k+1}^{12}({}_{1}^{q}k)({}_{k-x+1}{}^{P}x)v^{k-x+1}({}_{x-e}{}^{P}e)v^{x-e}\right]$$

۳- ارزش فعلی مزایای معلق شدن: اگر فردی بخواهد از صندوق خارج شود، باید تا انتهای آن سال در صندوق بماند و در پایان سالی که تصمیم به خروج گرفته است، اجازه‌ی خارج شدن از صندوق را دارد. علاوه بر این، به فرد خارج شده از صندوق اجازه‌ی بازگشت داده نمی‌شود. همچنین مزایای معلق شدن به صورت ٪۳۰ حقوق پایان سالی که از صندوق خارج می‌شود، متناسب با ۳۰ سال سابقه‌ی کاری محاسبه می‌شود و از ابتدای سالی که شخص بازنشسته می‌شود، یعنی از ابتدای ۶۵ سالگی فرد به او پرداخت می‌شود.

باید ارزش فعلی مزایای معلق شدن را در زمان سن استخدام هر فرد(e) محاسبه کنیم. طبق فرمول زیر، می‌توانیم ارزش فعلی مزایای معلق شدن را در زمان سن استخدام برای تمامی افراد شاغلی که هنوز بازنشسته نشده‌اند و احتمال معلق شدن برای آن‌ها وجود دارد را محاسبه کنیم.

$$PV(B_{vest}) = \sum_{k=x}^{64}\left[(\frac{k+1-e}{30})(0.3)S_{k+1}\ddot{a}_{65}^{12}({}_1^qk)({}_{65-k}{}^Pk)v^{65-k}({}_{k-x}{}^Px)v^{k-x}({}_{x-e}{}^Pe)v^{x-e}\right]$$

۴- ارزش فعلی مزایای فوت: اگر فرد شاغلی که به سن بازنشستگی نرسیده است فوت کند، ۶۰٪ حقوق پایان سالی که فوت کرده را در انتهای سالی که فوت اتفاق افتاده است به بازمانده‌اش پرداخت می‌کنیم. چنانچه فرد بازنشسته شده باشد، یعنی با توجه به دیتای فرضی مورد استفاده بین ۶۵ تا ۷۹ سال سن داشته باشد، ۸۰٪ حقوق سال آخر خدمتش را به عنوان مزایای فوت به بازمانده‌اش پرداخت می‌کنیم. همچنین باید درنظر داشته باشیم که ارزش فعلی مزایای فوت را در زمان سن استخدام هر فرد(e) محاسبه کنیم. طبق فرمول‌های زیر، می‌توانیم ارزش فعلی مزایای فوت را در زمان سن استخدام برای تمامی افرادی که در صندوق حضور دارند و احتمال فوت برای آن‌ها وجود دارد را محاسبه کنیم.

الف) محاسبه ارزش فعلی مزایای فوت برای افراد شاغل

$$PV(B_{death}) = \sum_{k=x}^{64}\left[(0.6)S_{k+1}\ddot{a}_{k+1}^{12}({}_1^qk)({}_{k-x}{}^Px)v^{k-x+1}({}_{x-e}{}^Pe)v^{x-e}\right]$$

ب) محاسبه ارزش فعلی مزایای فوت برای افراد بازنشسته

$$PV(B_{death}) = \sum_{k=x}^{79}\left[(0.8)S_{64}\ddot{a}_{k+1}^{12}({}_1^qk)({}_{k-x}{}^Px)v^{k-x+1}({}_{x-e}{}^Pe)v^{x-e}\right]$$

۵- ارزش فعلی مزایای کل: حالا ارزش فعلی مزایای کل را برای هر فرد به صورت زیر محاسبه می‌کنیم.

$$PV(B) = PV(B_{retirement}) + PV(B_{disability}) + PV(B_{vest}) + PV(B_{death})$$

۶- محاسبه‌ی میزان کسورات بدو استخدام: حال می‌توانیم با تشکیل معادله‌ی تعادل در زمان سن استخدام برای هر نفر، میزان کسوراتی که برای هر فرد در بدو استخدام تعیین شده است را برای تمامی افرادی که در صندوق حضور دارند به صورت زیر بدست آوریم:

$$PV(NC) = PV(B)$$

$$NC_e \, \ddot{a}^{0.05}_{e:65-e|i} = PV(B)$$

$$NC_e \, \ddot{a}_{e:65-e\rceil\frac{1+i}{1.05}-1} = PV(B)$$

$$NC_e = \frac{PV(B)}{\ddot{a}_{e:65-e\rceil\frac{1+i}{1.05}-1}} = \frac{PV(B)}{\sum_{k=0}^{65-e-1}({}_kP e)v^k}$$

۷- محاسبه‌ی میزان کسورات در زمان ارزیابی اکچوئری: پس از این‌که میزان کسورات برای تمامی افراد در بدو استخدام بدست آمد، با انباشت این مبالغ می‌توانیم میزان کسوراتی که هر فرد شاغل در زمان ارزیابی اکچوئری باید بپردازد را حساب کنیم. نکته‌ی مهم این است که افرادی که در تاریخ ارزیابی به سن بازنشستگی رسیده‌اند، معاف از پرداخت کسورات هستند و این مورد فقط شامل افراد شاغل یعنی افراد بین ۲۰ تا ۶۴ ساله‌ی موجود در صندوق می‌باشد.

طبق فرمول زیر، می‌توانیم میزان کسورات پرداختی برای هر نفر را در تاریخ ارزیابی اکچوئری محاسبه کنیم:

$$NC_x = NC_e \, (1.05)^{x-e}$$

همچنین مجموع کسوراتی که افراد شاغل موجود در صندوق در زمان ارزیابی باید بپردازند به صورت زیر بدست می‌آید:

$$TNC = \sum_{x=20}^{64} NC_x$$

۸- محاسبه‌ی ارزش تعهدات در زمان ارزیابی اکچوئری: در زمان ارزیابی بیم‌سنجی، می‌توانیم ارزش تعهدات را برای تمامی افراد شاغل و بازنشسته محاسبه کنیم.

الف) محاسبه ارزش تعهدات برای افراد شاغل

$$AL_x = (x-e)(0.35)(S_e(1.05)^{64-e})\ddot{a}^{12}_{65}({}_{65-x}P x)v^{65-x}$$

ب) محاسبه ارزش تعهدات برای افراد بازنشسته

$$AL_r = (65 - e)(0.35)(S_e(1.05)^{64-e})\ddot{a}_{65}^{12}$$

همچنین مجموع ارزش تعهدات برای تمامی افراد موجود در صندوق در زمان ارزیابی اکچوئری به صورت زیر بدست می‌آید:

$$TAL = \sum_{x=20}^{80} AL_x$$

تشریح کدهای نرم افزار R:

محاسبات اکچوئری که در بالا به توضیح و معرفی آن‌ها پرداختیم، با استفاده از کدهای R قابل محاسبه می‌باشد. در ادامه به معرفی و توضیح کدها می‌پردازیم.

۱- نحوه‌ی فراخوانی فایل اکسل: دیتای فایل اکسلی که پیوست این پروژه می‌باشد را با استفاده از دستورات زیر وارد نرم افزار R می‌کنیم.

```
library(readxl)
data<- read_excel("D:/1110.xlsx")
data<- data.frame(data)
age<- data$age
employ<- data$employ
Se<- data$Se
p_survive<- data$p_survive
q_disability<- data$q_disability
q_death<- data$q_death
q_vest<- data$q_vest
sav<- data$sav
data1<- cbind(age,employ,Se,p_survive,q_disability,q_death,q_vest,sav)
View(data1)
```

با ران کردن کد بالا، می‌توانیم داده‌های فایل اکسل که در R فراخوانی شده است را داشته باشیم.

جدول زیر به عنوان نمونه، بخشی از داده‌هایی که از اکسل فراخوانی کردیم را نشان می‌دهد:

	age	employ	Se	p_survive	q_disability	q_death	q_vest	sav
1	20	20	216	0.9998813	3.561362e-05	0.0001187121	4.748483e-05	18.252704
2	21	21	325	0.9998726	3.821189e-05	0.0001273730	5.094918e-05	18.190026
3	22	22	237	0.9998665	4.005633e-05	0.0001335211	5.340845e-05	18.124270
4	23	23	281	0.9998697	3.909844e-05	0.0001303281	5.213125e-05	18.054676
5	24	23	350	0.9998695	3.915968e-05	0.0001305323	5.221291e-05	17.978964
6	25	25	298	0.9998710	3.870842e-05	0.0001290281	5.161123e-05	17.897606
7	26	24	215	0.9998708	3.876845e-05	0.0001292282	5.169126e-05	17.809984
8	27	26	295	0.9998697	3.908580e-05	0.0001302860	5.211440e-05	17.716232
9	28	25	221	0.9998678	3.966210e-05	0.0001322070	5.288280e-05	17.616314
10	29	29	301	0.9998650	4.049899e-05	0.0001349966	5.399865e-05	17.510196
11	30	20	207	0.9998605	4.185657e-05	0.0001395219	5.580876e-05	17.397872
12	31	21	342	0.9998551	4.347961e-05	0.0001449320	5.797281e-05	17.279539

۲- کدهای ارزش فعلی مزایای بازنشستگی: همانطور که قبلا دیدیم، فرمول مربوط به محاسبه‌ی ارزش فعلی مزایای بازنشستگی در سن استخدام به صورت زیر می‌باشد.

$$PV(B_{retirement}) = (65-e)(0.35)(S_e(1.05)^{64-e})\ddot{a}_{65}^{12}({}_{r-e}{}^{P}e)v^{r-e}$$

ابتدا برای محاسبه‌ی بخش مربوط به ${}_{r-e}{}^{P}ev^{r-e}$ از دستور زیر بهره می‌بریم.

```
pxk=function(x,k){
  u<- c()
  for(t in 0:k){
    u[t]<- p_survive[which(age==x+t-1)]
  }
  prod(u)
}
```

و حالا توسط دستورات زیر به محاسبه‌ی ارزش فعلی مزایای بازنشستگی در زمان سن استخدام برای تمامی افرادی که در صندوق حضور دارند می‌پردازیم.

```
PVB_retirement=function(x,i){
  if(x>=20 & x<=80){
    e<- employ[which(age==x)]
    A<- Se[which(age==x)]
    c<- sav[which(age==65)]
    (65-e)*(0.35*A*(1.05)^(64-e))*c*(pxk(e,65-e)*(1+i)^(e-65))
  }
}
```

به عنوان مثال، می‌خواهیم ارزش فعلی مزایای بازنشستگی را در سن استخدام برای افرادی که در زمان ارزیابی بیم‌سنجی به ترتیب ۸۰، ۲۰ و ۵۰ ساله هستند بدست آوریم، در صورتی که نرخ بهره برابر با ۰/۰۵ باشد.

```
> PVB_retirement(80,0.05)
[1] 29150.18
> PVB_retirement(20,0.05)
[1] 31742.55
> PVB_retirement(50,0.05)
[1] 48598.97
```

۳- کدهای ارزش فعلی مزایای ازکارافتادگی: همانگونه که پیش از این دیدیم، فرمول مربوط به محاسبه‌ی ارزش فعلی مزایای ازکارافتادگی در سن استخدام به صورت زیر است.

$$PV(B_{disability}) = \sum_{k=x}^{64}\left[(0.5)S_{k+1}\ddot{a}^{12}_{k+1}\left({}_1^{q}k\right)\left({}_{k-x+1}{}^{P}x\right)v^{k-x+1}\left({}_{x-e}{}^{P}e\right)v^{x-e}\right]$$

توسط دستورات زیر به محاسبه‌ی ارزش فعلی مزایای ازکارافتادگی در زمان سن استخدام برای تمامی افراد شاغلی که هنوز بازنشسته نشده‌اند و احتمال ازکارافتادگی برای آن‌ها وجود دارد می‌پردازیم.

```
PVB_disability=function(x,i){
  if(x>=20 & x<65){
    e<- employ[which(age==x)]
    A<- Se[which(age==x)]
    s<- c()
    a<- c()
    q<- c()
    t<- c()
    c<- pxk(e,x-e)*((1+i)^(e-x))
    for(k in x:64){
      s[k]<- 0.5*(A*(1.05)^(k+1-e))
      a[k]<- sav[which(age==k+1)]
      q[k]<- q_disability[which(age==k)]
      t[k]<- pxk(x,k-x+1)*((1+i)^(x-k-1))
    }
    ans<-cbind(s[x:length(s)],a[x:length(a)],q[x:length(q)],t[x:length(t)])
    ans2<- c*(apply(ans,1,prod))
  }
  if(x>=65 & x<80){
    ans2<- 0
  }
  sum(ans2)
}
```

به عنوان مثال، می‌خواهیم ارزش فعلی مزایای ازکارافتادگی را در سن استخدام برای افرادی که در زمان ارزیابی بیم‌سنجی به ترتیب ۷۰، ۲۵ و ۶۲ ساله هستند بدست آوریم، در صورتی که نرخ بهره برابر با ۰/۰۵ باشد.

```
> PVB_disability(70,0.05)
[1] 0
> PVB_disability(25,0.05)
[1] 12.32589
> PVB_disability(62,0.05)
[1] 2.106002
```

۴- کدهای ارزش فعلی مزایای معلق شدن: همانگونه که قبلا گفته شد، فرمول مربوط به محاسبه‌ی ارزش فعلی مزایای معلق شدن در سن استخدام به صورت زیر است.

$$PV(B_{vest}) = \sum_{k=x}^{64}\left[\left(\frac{k+1-e}{30}\right)(0.3)S_{k+1}\ddot{a}_{65}^{12}\left({}_{1}^{q}k\right)\left({}_{65-k}^{P}k\right)v^{65-k}\left({}_{k-x}^{P}x\right)v^{k-x}\left({}_{x-e}^{P}e\right)v^{x-e}\right]$$

می‌توانیم با استفاده از کدهای زیر ارزش فعلی مزایای معلق شدن را در زمان سن استخدام برای تمامی افراد شاغلی که هنوز بازنشسته نشده‌اند و احتمال معلق شدن برای آن‌ها وجود دارد را محاسبه کنیم.

```
PVB_vest=function(x,i){
  if(x>=20 & x<65){
    e<- employ[which(age==x)]
    A<- Se[which(age==x)]
    s<- c()
    q<- c()
    t<- c()
    t1<-c()
    c1<- pxk(e,x-e)*((1+i)^(e-x))
    c2<- sav[which(age==65)]
    c<- c1*c2
    for(k in x:64){
      s[k]<- ((k+1-e)/30)*(0.3*A*(1.05)^(k+1-e))
      q[k]<- q_vest[which(age==k)]
      t[k]<- pxk(k,65-k)*((1+i)^(k-65))
      t1[k]<- pxk(x,k-x)*((1+i)^(x-k))
    }
    ans<-cbind(s[x:length(s)],q[x:length(q)],t[x:length(t)],t1[x:length(t)])
    ans2<- c*(apply(ans,1,prod))
  }
  if(x>=65 & x<80){
    ans2<- 0
  }
  sum(ans2)
}
```

به عنوان مثال، می‌خواهیم ارزش فعلی مزایای معلق شدن را در سن استخدام برای افرادی که در زمان ارزیابی بیم‌سنجی به ترتیب ۳۴، ۶۰ و ۷۶ ساله هستند بدست آوریم، در صورتی که نرخ بهره برابر با ۰/۰۵ باشد.

```
> PVB_vest(34,0.05)
[1] 3.8274
> PVB_vest(60,0.05)
[1] 2.646928
> PVB_vest(76,0.05)
[1] 0
```

۴- کدهای ارزش فعلی مزایای فوت: همانگونه که پیش از این دیدیم، طبق فرمول‌های زیر، می‌توانیم ارزش فعلی مزایای فوت را در زمان سن استخدام برای تمامی افرادی که در صندوق حضور دارند و احتمال فوت برای آن‌ها وجود دارد را محاسبه کنیم.

الف) محاسبه ارزش فعلی مزایای فوت برای افراد شاغل

$$PV(B_{death}) = \sum_{k=x}^{64}\left[(0.6)S_{k+1}\ddot{a}^{12}_{k+1}\left({}^{q}_{1}k\right)\left({}_{k-x}{}^{P}x\right)v^{k-x+1}\left({}_{x-e}{}^{P}e\right)v^{x-e}\right]$$

ب) محاسبه ارزش فعلی مزایای فوت برای افراد بازنشسته

$$PV(B_{death}) = \sum_{k=x}^{79}\left[(0.8)S_{64}\ddot{a}^{12}_{k+1}\left({}^{q}_{1}k\right)\left({}_{k-x}{}^{P}x\right)v^{k-x+1}\left({}_{x-e}{}^{P}e\right)v^{x-e}\right]$$

کدهای مربوط به محاسبات فوق به شرح زیر است:

```
PVB_death=function(x,i){
  if(x>=20 & x<65){
    e<- employ[which(age==x)]
    A<- Se[which(age==x)]
    s<- c()
    a<- c()
    q<- c()
    t<- c()
    c<- pxk(e,x-e)*((1+i)^(e-x))
    for(k in x:64){
      s[k]<- 0.6*(A*(1.05)^(k+1-e))
      a[k]<- sav[which(age==k+1)]
      q[k]<- q_death[which(age==k)]
      t[k]<- pxk(x,k-x)*((1+i)^(x-k-1))
    }
    ans<-cbind(s[x:length(s)],a[x:length(a)],q[x:length(q)],t[x:length(t)])
    ans2<- c*(apply(ans,1,prod))
  }
  if(x>=65 & x<80){
    e<- employ[which(age==x)]
    A<- Se[which(age==x)]
    a<- c()
    q<- c()
    t<- c()
    c1<- pxk(e,x-e)*((1+i)^(e-x))
    c2<- 0.8*A*((1.05)^(64-e))
    c<- c1*c2
    for(k in x:79){
      a[k]<- sav[which(age==k+1)]
      q[k]<- q_death[which(age==k)]
      t[k]<- pxk(x,k-x)*((1+i)^(x-k-1))
    }
    ans<-cbind(a[x:length(a)],q[x:length(q)],t[x:length(t)])
    ans2<- c*(apply(ans,1,prod))
  }
  sum(ans2)
}
```

به عنوان مثال، می‌خواهیم ارزش فعلی مزایای فوت را در سن استخدام برای افرادی که در زمان ارزیابی بیم‌سنجی به ترتیب ۲۴، ۴۳، ۶۵ و ۷۱ ساله هستند بدست آوریم، در صورتی که نرخ بهره برابر با ۰/۰۵ باشد.

```
> PVB_death(24,0.05)
[1] 58.43243
> PVB_death(43,0.05)
[1] 45.0613
> PVB_death(65,0.05)
[1] 53.49742
> PVB_death(71,0.05)
[1] 32.33776
```

۵- کدهای ارزش فعلی مزایای کل: ارزش فعلی مزایای کل برای هر فرد به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$PV(B) = PV(B_{retirement}) + PV(B_{disability}) + PV(B_{vest}) + PV(B_{death})$$

می‌توانیم برای محاسبه‌ی ارزش فعلی مزایای کل در زمان استخدام برای هر نفر از دستورات زیر استفاده کنیم.

```
TPVB=function(x,i){
    a<- PVB_death(x,i)
    b<- PVB_disability(x,i)
    c<- PVB_vest(x,i)
    d<- PVB_retirement(x,i)
    sum(a,b,c,d)
}
```

به عنوان مثال، می‌خواهیم ارزش فعلی مزایای کل را در سن استخدام برای افرادی که در زمان ارزیابی بیم‌سنجی به ترتیب ۲۱، ۷۵، ۶۰ و ۴۴ ساله هستند بدست آوریم، در صورتی که نرخ بهره برابر با ۰/۰۵ باشد.

```
> TPVB(21,0.05)
[1] 46781.32
> TPVB(75,0.05)
[1] 31100.44
> TPVB(60,0.05)
[1] 33644.42
> TPVB(44,0.05)
[1] 28312.94
```

۶- کدهای محاسبه‌ی میزان کسورات بدو استخدام: مطابق آنچه قبلا گفته شد، با استفاده از رابطه‌ی زیر می‌توانیم میزان کسوراتی که به هر فرد موجود در صندوق در بدو استخدام تعلق می‌گیرد را بدست آوریم:

$$NC_e = \frac{PV(B)}{\ddot{a}_{e:65-e]\frac{1+i}{1.05}-1}} = \frac{PV(B)}{\sum_{k=0}^{65-e-1}({}_kP e)v^k}$$

ابتدا برای محاسبه‌ی بخش مربوط به $\ddot{a}_{e:65-e]\frac{1+i}{1.05}-1}$ از دستور زیر بهره می‌بریم.

```
atrima= function(x,i){
  e<- employ[which(age==x)]
  j=((1+i)/(1+0.05))-1
  a<- c()
  for(k in 1:(65-e)){
    a[k]<- pxk(e,k-1)*((1+j)^(1-k))
  }
  sum(a)
}
```

حالا از کدهای زیر به منظور تعیین میزان کسوراتی که به هر فرد موجود در صندوق در بدو استخدام تعلق می‌گیرد می‌پردازیم:

```
NCe=function(x,i){
  if(x>=20 & x<80){
    e<- employ[which(age==x)]
    j<- ((1+i)/(1+0.05))-1
    TPVB(x,i)/atrima(x,i)
  }
}
```

به عنوان مثال، می‌خواهیم میزان کسورات پرداختی را در زمان استخدام برای افرادی که در زمان ارزیابی بیم‌سنجی به ترتیب ۷۸، ۵۳ و ۲۳ ساله هستند بدست آوریم، در صورتی که نرخ بهره برابر با ۰/۰۵ باشد.

```
> NCe(78,0.05)
[1] 781.8223
> NCe(53,0.05)
[1] 933.7958
> NCe(23,0.05)
[1] 924.8512
```

۷- کدهای محاسبه‌ی میزان کسورات در زمان ارزیابی اکچوئری: براساس آنچه از پیش به خاطر داریم، با انباشت مبالغ NC_e متعلق به هر شخص شاغل، می‌توانیم میزان کسوراتی که هر فرد شاغل در زمان ارزیابی اکچوئری باید بپردازد را حساب کنیم. نکته‌ی مهم این است که افرادی که در تاریخ ارزیابی به سن بازنشستگی رسیده‌اند، معاف از پرداخت کسورات هستند و این مورد فقط شامل افراد شاغل یعنی افراد بین ۲۰ تا ۶۴ ساله‌ی موجود در صندوق می‌باشد.

طبق فرمول زیر، می‌توانیم میزان کسورات پرداختی برای هر نفر را در تاریخ ارزیابی اکچوئری محاسبه کنیم:

$$NC_x = NC_e\,(1.05)^{x-e}$$

کدهای مربوط به محاسبات فوق به شرح زیر است:

```
NCx=function(x,i){
  if(x>19 & x<65){
    e<- employ[which(age==x)]
    s<- NCe(x,i)*((1.05)^(x-e))
  }
  if(x>=65 & x<=80){
    s<- "For this person, the Normal Cost is equal to zero."
  }
  if(x<20 | x>80){
   s<- "Does not exist!"
  }
  s
}
```

به عنوان مثال، می‌خواهیم میزان کسورات پرداختی را در زمان ارزیابی اکچوئری برای افرادی که در این تاریخ به ترتیب۱۵، ۷۸، ۵۳ و ۲۳ ساله هستند بدست آوریم، در صورتی که نرخ بهره برابر با ۰/۰۵ باشد.

```
> NCx(15,0.05)
[1] "Does not exist!"
> NCx(78,0.05)
[1] "For this person, the Normal Cost is equal to zero."
> NCx(53,0.05)
[1] 4449.483
> NCx(23,0.05)
[1] 924.8512
```

همچنین مجموع کسوراتی که افراد شاغل موجود در صندوق در زمان ارزیابی باید بپردازند به صورت زیر بدست می‌آید:

$$TNC = \sum_{x=20}^{64} NC_x$$

اگر نرخ بهره را ۰/۰۵ بدانیم، در نرم افزار R با اجراء کردن کد زیر برای افراد ۲۰ تا ۶۴ ساله که در زمان ارزیابی بیم‌سنجی شاغل هستند، می‌توانیم مجموع کسورات پرداختی را محاسبه کنیم.

```
TNC=function(i){
  s<- c()
  for(k in 20:64){
    s[k]<- NCx(k,i)
  }
  ans<- s[20:64]
  sum(ans)
}
```

نتیجه‌ی ران کردن کد زیر به صورت زیر است:

```
> TNC(0.05)
[1] 120982.5
```

۸-کدهای محاسبه‌ی ارزش تعهدات در زمان ارزیابی اکچوئری: در زمان ارزیابی بیم‌سنجی، می‌توانیم ارزش تعهدات را برای تمامی افراد شاغل و بازنشسته محاسبه کنیم.

الف) محاسبه ارزش تعهدات برای افراد شاغل

$$AL_x = (x-e)(0.35)(S_e(1.05)^{64-e})\ddot{a}_{65}^{12}({}_{65-x}{}^{P}x)v^{65-x}$$

ب) محاسبه ارزش تعهدات برای افراد بازنشسته

$$AL_r = (65-e)(0.35)(S_e(1.05)^{64-e})\ddot{a}_{65}^{12}$$

ابتدا برای محاسبه‌ی بخش مربوط به $(x-e)(0.35)(S_e(1.05)^{64-e})$ برای افراد شاغل و بخش مربوط به $(65-e)(0.35)(S_e(1.05)^{64-e})$ برای افراد بازنشسته از دستور زیر بهره می‌بریم.

```
B=function(x){
  if(x>19 & x<65){
    e<- employ[which(age==x)]
    A<- Se[which(age==x)]
    s<- (x-e)*0.35*A*((1.05)^(64-e))
  }
  if(x>=65 & x<=80){
    e<- employ[which(age==x)]
    A<- Se[which(age==x)]
    s<- (65-e)*0.35*A*((1.05)^(64-e))
  }
  if(x<20 | x>80){
    s<- ("Does not exist!")
  }
  s
}
```

حالا می‌توانیم توسط کدهای زیر، ارزش تعهدات را برای تمامی افراد شاغل و بازنشسته محاسبه کنیم.

```
AL=function(x,i){
  if(x>19 & x<65){
   s<- B(x)*sav[which(age==65)]*pxk(x,65-x)*((1+i)^(x-65))
  }
  if(x>=65 & x<=80){
    s<- B(x)*sav[which(age==65)]
  }
  if(x<20 | x>80){
    s<- ("Does not exist!")
  }
  s
}
```

به عنوان مثال، می‌خواهیم میزان ارزش تعهدات را در زمان ارزیابی اکچوئری برای افرادی که در این تاریخ به ترتیب۱۹، ۷۵، ۶۴ و ۳۰ ساله هستند بدست آوریم، در صورتی که نرخ بهره برابر با ۰/۰۵ باشد.

```
> AL(19,0.05)
[1] "Does not exist!"
> AL(75,0.05)
[1] 193188.6
> AL(64,0.05)
[1] 166114.7
> AL(30,0.05)
[1] 11025.59
```

همچنین مجموع ارزش تعهدات برای تمامی افراد موجود در صندوق در زمان ارزیابی اکچوئری به صورت زیر بدست می‌آید:

$$TAL = \sum_{x=20}^{80} AL_x$$

اگر نرخ بهره را ۰/۰۵ بدانیم، در نرم افزار R با اجراء کردن کد زیر برای افراد ۲۰ تا ۸۰ ساله که در زمان ارزیابی بیم‌سنجی در صندوق حضور دارند، می‌توانیم مجموع ارزش تعهدات را محاسبه کنیم.

```
TAL=function(i){
  s<- c()
  for(k in 20:80){
    s[k]<- AL(k,i)
  }
  ans<- s[20:80]
  sum(ans)
}
```

نتیجه‌ی ران کردن کد زیر به صورت زیر است:

```
> TAL(0.05)
[1] 7047291
```

تشریح فرمول‌ها و محاسبات(جمعی):

برای روش جمعی، ما افراد ۲۰ تا ۸۰ ساله را در ۴ طبقه‌ی ۲۰ تا ۳۴ ساله، ۳۵ تا ۴۹ ساله، ۵۰ تا ۶۴ ساله و ۶۵ تا ۸۰ ساله در نظر گرفته‌ایم. کلیه‌ی فرمول ها و محاسبات برای روش جمعی نیز مشابه با روش فردی است با این تفاوت که به جای این‌که از احتمالات فردی(بقا، ازکارافتادگی، معلق شدن و فوت) استفاده کنیم، از میانگین احتمالات افراد آن طبقه برای کلیه‌ی افراد طبقه‌ی مربوطه بهره می‌بریم.

در این بخش، از ارائه‌ی فرمول‌های تکراری که پیش از این مورد بحث و بررسی قرار دادیم صرف نظر می‌کنیم و تنها به گزارش کدهای این بخش می‌پردازیم.

۱- کدهای مربوط به ایجاد دیتای روش جمعی:

در ابتدا سعی بر این داریم که یک دیتای جدید، مشابه دیتایی که برای روش فردی دیدیم بسازیم. برای ساخت این دیتا کدهای زیر را ارائه می‌دهیم.

دستور زیر به این صورت عمل می‌کند که برای هر سنی که در بازه‌ی ۲۰ تا ۸۰ از کاربر دریافت می‌کند، ابتدا بررسی می‌کند که آن سن به کدام یک از ۴ گروه سنی تعلق دارد و سپس میانگین سن آن گروه سنی را برمی‌گرداند.

```
meanx<- function(x){
  if(x>=20 & x<=34){
    x<- c()
    for(i in 20:34){
      x[i]<- age[which(age==i)]
    }
    x<- round(mean(x[20:34]))
  }
  if(x>=35 & x<=49){
    x<- c()
    for(i in 35:49){
      x[i]<- age[which(age==i)]
    }
    x<- round(mean(x[35:49]))
  }
  if(x>=50 & x<=64){
    x<- c()
    for(i in 50:64){
      x[i]<- age[which(age==i)]
    }
    x<- round(mean(x[50:64]))
  }
  if(x>=65 & x<=80){
    x<- c()
    for(i in 65:80){
      x[i]<- age[which(age==i)]
    }
    x<- round(mean(x[65:80]))
  }
  x
}
```

دستور زیر به این صورت عمل می‌کند که برای هر سنی که در بازه‌ی ۲۰ تا ۸۰ از کاربر دریافت می‌کند، ابتدا بررسی می‌کند که آن سن به کدام یک از ۴ گروه سنی تعلق دارد و سپس میانگین سن استخدام آن گروه سنی را برمی‌گرداند.

```
meane<- function(x){
  if(x>=20 & x<=34){
    e<- c()
    for(i in 20:34){
      e[i]<- employ[which(age==i)]
    }
    e<- round(mean(e[20:34]))
  }
  if(x>=35 & x<=49){
    e<- c()
    for(i in 35:49){
      e[i]<- employ[which(age==i)]
    }
    e<- round(mean(e[35:49]))
  }
  if(x>=50 & x<=64){
    e<- c()
    for(i in 50:64){
      e[i]<- employ[which(age==i)]
    }
    e<- round(mean(e[50:64]))
  }
  if(x>=65 & x<=80){
    e<- c()
    for(i in 65:80){
      e[i]<- employ[which(age==i)]
    }
    e<- round(mean(e[65:80]))
  }
  e
}
```

دستور زیر به این صورت عمل می‌کند که برای هر سنی که در بازه‌ی ۲۰ تا ۸۰ از کاربر دریافت می‌کند، ابتدا بررسی می‌کند که آن سن به کدام یک از ۴ گروه سنی تعلق دارد و سپس میانگین حقوق بدو استخدام آن گروه سنی را برمی‌گرداند.

```
meanse<- function(x){
  if(x>=20 & x<=34){
    s<- c()
    for(i in 20:34){
      s[i]<- Se[which(age==i)]
    }
    s<- round(mean(s[20:34]))
  }
  if(x>=35 & x<=49){
    s<- c()
    for(i in 35:49){
      s[i]<- Se[which(age==i)]
    }
    s<- round(mean(s[35:49]))
  }
  if(x>=50 & x<=64){
    s<- c()
    for(i in 50:64){
      s[i]<- Se[which(age==i)]
    }
    s<- round(mean(s[50:64]))
  }
  if(x>=65 & x<=80){
    s<- c()
    for(i in 65:80){
      s[i]<- Se[which(age==i)]
    }
    s<- round(mean(s[65:80]))
  }
  s
}
```

دستور زیر به این صورت عمل می‌کند که برای هر سنی که در بازه‌ی ۲۰ تا ۸۰ از کاربر دریافت می‌کند، ابتدا بررسی می‌کند که آن سن به کدام یک از ۴ گروه سنی تعلق دارد و سپس میانگین احتمال بقای آن گروه سنی را برمی‌گرداند.

```
meanpsurvive<- function(x){
  if(x>=20 & x<=34){
    p<- c()
    for(i in 20:34){
      p[i]<- p_survive[which(age==i)]
    }
    p<- mean(p[20:34])
  }
  if(x>=35 & x<=49){
    p<- c()
    for(i in 35:49){
      p[i]<- p_survive[which(age==i)]
    }
    p<- mean(p[35:49])
  }
  if(x>=50 & x<=64){
    p<- c()
    for(i in 50:64){
      p[i]<- p_survive[which(age==i)]
    }
    p<- mean(p[50:64])
  }
  if(x>=65 & x<=80){
    p<- c()
    for(i in 65:80){
      p[i]<- p_survive[which(age==i)]
    }
    p<- mean(p[65:80])
  }
  p
}
```

دستور زیر به این صورت عمل می‌کند که برای هر سنی که در بازه‌ی ۲۰ تا ۸۰ از کاربر دریافت می‌کند، ابتدا بررسی می‌کند که آن سن به کدام یک از ۴ گروه سنی تعلق دارد و سپس میانگین احتمال ازکارافتادگی برای آن گروه سنی را برمی‌گرداند.

```
meanqdisability<- function(x){
  if(x>=20 & x<=34){
    q<- c()
    for(i in 20:34){
      q[i]<- q_disability[which(age==i)]
    }
    q<- mean(q[20:34])
  }
  if(x>=35 & x<=49){
    q<- c()
    for(i in 35:49){
      q[i]<- q_disability[which(age==i)]
    }
    q<- mean(q[35:49])
  }
  if(x>=50 & x<=64){
    q<- c()
    for(i in 50:64){
      q[i]<- q_disability[which(age==i)]
    }
    q<- mean(q[50:64])
  }
  if(x>=65 & x<=80){
    q<- c()
    for(i in 65:80){
      q[i]<- q_disability[which(age==i)]
    }
    q<- mean(q[65:80])
  }
  q
}
```

دستور زیر به این صورت عمل می‌کند که برای هر سنی که در بازه‌ی ۲۰ تا ۸۰ از کاربر دریافت می‌کند، ابتدا بررسی می‌کند که آن سن به کدام یک از ۴ گروه سنی تعلق دارد و سپس میانگین احتمال معلق شدن برای آن گروه سنی را برمی‌گرداند.

```
meanqvest<- function(x){
  if(x>=20 & x<=34){
    q<- c()
    for(i in 20:34){
      q[i]<- q_vest[which(age==i)]
    }
    q<- mean(q[20:34])
  }
  if(x>=35 & x<=49){
    q<- c()
    for(i in 35:49){
      q[i]<- q_vest[which(age==i)]
    }
    q<- mean(q[35:49])
  }
  if(x>=50 & x<=64){
    q<- c()
    for(i in 50:64){
      q[i]<- q_vest[which(age==i)]
    }
    q<- mean(q[50:64])
  }
  if(x>=65 & x<=80){
    q<- c()
    for(i in 65:80){
      q[i]<- q_vest[which(age==i)]
    }
    q<- mean(q[65:80])
  }
  q
}
```

دستور زیر به این صورت عمل می‌کند که برای هر سنی که در بازه‌ی ۲۰ تا ۸۰ از کاربر دریافت می‌کند، ابتدا بررسی می‌کند که آن سن به کدام یک از ۴ گروه سنی تعلق دارد و سپس میانگین احتمال فوت برای آن گروه سنی را برمی‌گرداند.

```
meanqdeath<- function(x){
  if(x>=20 & x<=34){
    q<- c()
    for(i in 20:34){
      q[i]<- q_death[which(age==i)]
    }
    q<- mean(q[20:34])
  }
  if(x>=35 & x<=49){
    q<- c()
    for(i in 35:49){
      q[i]<- q_death[which(age==i)]
    }
    q<- mean(q[35:49])
  }
  if(x>=50 & x<=64){
    q<- c()
    for(i in 50:64){
      q[i]<- q_death[which(age==i)]
    }
    q<- mean(q[50:64])
  }
  if(x>=65 & x<=80){
    q<- c()
    for(i in 65:80){
      q[i]<- q_death[which(age==i)]
    }
    q<- mean(q[65:80])
  }
  q
}
```

دستور زیر به این صورت عمل می‌کند که برای هر سنی که در بازه‌ی ۲۰ تا ۸۰ از کاربر دریافت می‌کند، ابتدا بررسی می‌کند که آن سن به کدام یک از ۴ گروه سنی تعلق دارد و سپس میانگین مقادیر مربوط به $\ddot{a}_x^{12}$ یا همان Selected annuity value برای آن گروه سنی را برمی‌گرداند.

```
meansav<- function(x){
  if(x>=20 & x<=34){
    a<- c()
    for(i in 20:34){
      a[i]<- sav[which(age==i)]
    }
    a<- mean(a[20:34])
  }
  if(x>=35 & x<=49){
    a<- c()
    for(i in 35:49){
      a[i]<- sav[which(age==i)]
    }
    a<- mean(a[35:49])
  }
  if(x>=50 & x<=64){
    a<- c()
    for(i in 50:64){
      a[i]<- sav[which(age==i)]
    }
    a<- mean(a[50:64])
  }
  if(x>=65 & x<=80){
    a<- c()
    for(i in 65:80){
      a[i]<- sav[which(age==i)]
    }
    a<- mean(a[65:80])
  }
  a
}
```

حال می‌توانیم طبق دستورات زیر دیتای مربوط به روش جمعی را مشاهده کنیم.

```
a<- c()
b<- c()
c<- c()
d<- c()
e<- c()
f<- c()
g<- c()
h<- c()
for(i in 20:80){
  a[i]<- meanx(i)
  b[i]<- meane(i)
  c[i]<- meanse(i)
  d[i]<- meanpsurvive(i)
  e[i]<- meanqdisability(i)
  f[i]<- meanqdeath(i)
  g[i]<- meanqvest(i)
  h[i]<- meansav(i)
  age1<- a[20:80]
  employ1<- b[20:80]
  Se1<- c[20:80]
  p_survive1<- d[20:80]
  q_disability1<- e[20:80]
  q_death1<- f[20:80]
  q_vest1<- g[20:80]
  sav1<- h[20:80]
  data2<- cbind(age1,employ1,Se1,p_survive1,q_disability1,q_death1,q_vest1,sav1)
}
View(data2)
```

با اجراء کردن کدهای فوق، دیتای مربوط به روش جمعی پدیدار می‌شود. بخشی از دیتا به شکل زیر می‌باشد.

	age1	employ1	Se1	p_survive1	q_disability1	q_death1	q_vest1	sav1
13	27	24	276	0.9998628	4.115492e-05	0.0001371831	5.487323e-05	17.65980
14	27	24	276	0.9998628	4.115492e-05	0.0001371831	5.487323e-05	17.65980
15	27	24	276	0.9998628	4.115492e-05	0.0001371831	5.487323e-05	17.65980
16	42	26	280	0.9996969	9.091510e-05	0.0003030503	1.212201e-04	15.52861
17	42	26	280	0.9996969	9.091510e-05	0.0003030503	1.212201e-04	15.52861
18	42	26	280	0.9996969	9.091510e-05	0.0003030503	1.212201e-04	15.52861
19	42	26	280	0.9996969	9.091510e-05	0.0003030503	1.212201e-04	15.52861
20	42	26	280	0.9996969	9.091510e-05	0.0003030503	1.212201e-04	15.52861
21	42	26	280	0.9996969	9.091510e-05	0.0003030503	1.212201e-04	15.52861
22	42	26	280	0.9996969	9.091510e-05	0.0003030503	1.212201e-04	15.52861
23	42	26	280	0.9996969	9.091510e-05	0.0003030503	1.212201e-04	15.52861
24	42	26	280	0.9996969	9.091510e-05	0.0003030503	1.212201e-04	15.52861
25	42	26	280	0.9996969	9.091510e-05	0.0003030503	1.212201e-04	15.52861
26	42	26	280	0.9996969	9.091510e-05	0.0003030503	1.212201e-04	15.52861
27	42	26	280	0.9996969	9.091510e-05	0.0003030503	1.212201e-04	15.52861
28	42	26	280	0.9996969	9.091510e-05	0.0003030503	1.212201e-04	15.52861
29	42	26	280	0.9996969	9.091510e-05	0.0003030503	1.212201e-04	15.52861
30	42	26	280	0.9996969	9.091510e-05	0.0003030503	1.212201e-04	15.52861
31	57	25	299	0.9989263	3.221124e-04	0.0010737080	4.294832e-04	12.16534
32	57	25	299	0.9989263	3.221124e-04	0.0010737080	4.294832e-04	12.16534
33	57	25	299	0.9989263	3.221124e-04	0.0010737080	4.294832e-04	12.16534

۲- کدهای ارزش فعلی مزایای بازنشستگی روش جمعی:

```
pxk1=function(x,k){
  u<- c()
  for(t in 0:k){
    u[t]<- p_survive1[which(age1==meanx(x+t-1))]
  }
  prod(u)
}
```

```
PVB_retirement1=function(x,i){
  if(x>=20 & x<=80){
    e<- mean(employ1[which(age1==meanx(x))])
    A<- mean(Se1[which(age==meanx(x))])
    c<- sav[which(age==65)]
    (65-e)*(0.35*A*(1.05)^(64-e))*c*(pxk1(e,65-e)*(1+i)^(e-65))
  }
}
```

۳- کدهای ارزش فعلی مزایای ازکارافتادگی روش جمعی:

```
PVB_disability1=function(x,i){
  if(x>=20 & x<65){
    e<- mean(employ1[which(age1==meanx(x))])
    A<- mean(Se1[which(age1==meanx(x))])
    s<- c()
    a<- c()
    q<- c()
    t<- c()
    c<- pxk1(e,meanx(x)-e)*((1+i)^(e-meanx(x)))
    for(k in x:64){
      s[k]<- 0.5*(A*(1.05)^(k+1-e))
      a[k]<- sav1[which(age==meanx(k+1))]
      q[k]<- mean(q_disability1[which(age1==meanx(k))])
      t[k]<- pxk1(meanx(x),(k-meanx(x)+1)*(1+i)^(meanx(x)-k-1))
    }
    ans<-cbind(s[x:length(s)],a[x:length(a)],q[x:length(q)],t[x:length(t)])
    ans2<- c*(apply(ans,1,prod))
  }
  if(x>=65 & x<80){
    ans2<- 0
  }
  sum(ans2)
}
```

۴- کدهای ارزش فعلی مزایای معلق شدن روش جمعی:

```
PVB_vest1=function(x,i){
  if(x>=20 & x<65){
    e<- mean(employ1[which(age1==meanx(x))])
    A<- Se1[which(age==meanx(x))]
    s<- c()
    q<- c()
    t<- c()
    t1<-c()
    c1<- pxk(e,meanx(x)-e)*((1+i)^(e-meanx(x)))
    c2<- sav[which(age==65)]
    c<- c1*c2
    for(k in x:64){
      s[k]<- ((k+1-e)/30)*(0.3*A*(1.05)^(k+1-e))
      q[k]<- q_vest1[which(age==meanx(k))]
      t[k]<- pxk1(meanx(k),65-k)*((1+i)^(k-65))
      t1[k]<- pxk1(meanx(x),k-x)*((1+i)^(meanx(x)-k))
    }
    ans<-cbind(s[x:length(s)],q[x:length(q)],t[x:length(t)],t1[x:length(t)])
    ans2<- c*(apply(ans,1,prod))
  }
  if(x>=65 & x<80){
    ans2<- 0
  }
```

۵- کدهای ارزش فعلی مزایای فوت روش جمعی:

```
PVB_death1=function(x,i){
  if(x>=20 & x<65){
    e<- mean(employ1[which(age1==meanx(x))])
    A<- mean(Se1[which(age1==meanx(x))])
    s<- c()
    a<- c()
    q<- c()
    t<- c()
    c<- pxk(e,meanx(x)-e)*((1+i)^(e-meanx(x)))
    for(k in x:64){
      s[k]<- 0.6*(A*(1.05)^(k+1-e))
      a[k]<- sav1[which(age==meanx(k+1))]
      q[k]<- q_death1[which(age==meanx(k))]
      t[k]<- pxk1(meanx(x),k-meanx(x))*((1+i)^(meanx(x)-k-1))
    }
    ans<-cbind(s[x:length(s)],a[x:length(a)],q[x:length(q)],t[x:length(t)])
    ans2<- c*(apply(ans,1,prod))
  }
  if(x>=65 & x<80){
    e<- mean(employ1[which(age1==meanx(x))])
    A<- mean(Se1[which(age1==meanx(x))])
    a<- c()
    q<- c()
    t<- c()
    c1<- pxk1(e,meanx(x)-e)*((1+i)^(e-meanx(x)))
    c2<- 0.8*A*((1.05)^(64-e))
    c<- c1*c2
    for(k in x:79){
      a[k]<- sav1[which(age==meanx(k+1))]
      q[k]<- q_death1[which(age==mean(k))]
      t[k]<- pxk1(meanx(x),k-meanx(x))*((1+i)^(meanx(x)-k-1))
    }
    ans<-cbind(a[x:length(a)],q[x:length(q)],t[x:length(t)])
    ans2<- c*(apply(ans,1,prod))
  }
  sum(ans2)
}
```

۶- کدهای ارزش فعلی مزایای کل روش جمعی:

```
TPVB1=function(x,i){
  a<- PVB_death1(x,i)
  b<- PVB_disability1(x,i)
  c<- PVB_vest1(x,i)
  d<- PVB_retirement1(x,i)
  sum(a,b,c,d)
}
```

۷- کدهای محاسبه‌ی میزان کسورات بدو استخدام روش جمعی:

```
atrima1= function(x,i){
  e<- mean(employ1[which(age1==meanx(x))])
  j=((1+i)/(1+0.05))-1
  a<- c()
  for(k in 1:(65-e)){
    a[k]<- pxk1(e,k-1)*((1+j)^(1-k))
  }
  sum(a)
}
```

```
NCe1=function(x,i){
  if(x>=20 & x<80){
    e<- mean(employ1[which(age1==meanx(x))])
    j<- ((1+i)/(1+0.05))-1
    TPVB1(x,i)/atrima1(x,i)
  }
}
```

۸- کدهای محاسبه‌ی میزان کسورات در زمان ارزیابی اکچوئری روش جمعی:

```
NCx1=function(x,i){
  if(x>19 & x<65){
    e<- mean(employ1[which(age1==meanx(x))])
    s<- NCe1(x,i)*((1.05)^(meanx(x)-e))
  }
  if(x>=65 & x<=80){
    s<- "For this person, the Normal Cost is equal to zero."
  }
  if(x<20 | x>80){
    s<- "Does not exist!"
  }
  s
}
```

به عنوان مثال، می‌خواهیم میزان کسورات پرداختی را در زمان ارزیابی اکچوئری در روش جمعی برای افرادی که در این تاریخ به ترتیب ۲۰، ۲۵، ۳۴، ۴۵، ۴۹، ۵۰، ۶۰، ۶۴، ۷۰ و ۷۲ ساله هستند بدست آوریم، در صورتی که نرخ بهره برابر با ۰/۰۵ باشد.

نکته: افراد ۲۰، ۲۵ و۳۴ ساله در یک طبقه قرار دارند. افراد ۴۵ و ۴۹ ساله در یک طبقه هستند. افراد ۵۰، ۶۰ و ۶۴ ساله در یک طبقه می‌باشند و انتظار می‌رود میزان کسورات بدست آمده برای افرادی که در یک طبقه قرار دارند مشابه یکدیگر باشد. همچنین می‌دانیم که افرادی که در تاریخ ارزیابی به سن بازنشستگی رسیده‌اند، یعنی بین ۶۵ تا ۸۰ ساله هستند، معاف از پرداخت کسورات هستند. بنابراین انتظار می‌رود میزان کسورات برای افراد ۷۰ و ۷۲ ساله برابر با صفر بدست آید.

```
> NCx1(20,0.05)
[1] 1053.52
```

```
> NCx1(25,0.05)
[1] 1053.452
```

```
> NCx1(34,0.05)
[1] 1053.32
```

```
> NCx1(45,0.05)
[1] 2014.021
```

```
> NCx1(49,0.05)
[1] 2013.78
```

```
> NCx1(50,0.05)
[1] 4691.864
```

```
> NCx1(60,0.05)
[1] 4688.149
```

```
> NCx1(64,0.05)
[1] 4686.479
```

```
> NCx1(70,0.05)
[1] "For this person, the Normal Cost is equal to zero."
> NCx1(72,0.05)
[1] "For this person, the Normal Cost is equal to zero."
```

۹-کدهای محاسبه‌ی ارزش تعهدات در زمان ارزیابی اکچوئری روش جمعی:

```
B1=function(x){
  if(x>19 & x<65){
    e<- mean(employ1[which(age1==meanx(x))])
    A<- mean(Se1[which(age1==meanx(x))])
    s<- (meanx(x)-e)*0.35*A*((1.05)^(64-e))
  }
  if(x>=65 & x<=80){
    e<- mean(employ1[which(age1==meanx(x))])
    A<- mean(Se1[which(age1==meanx(x))])
    s<- (65-e)*0.35*A*((1.05)^(64-e))
  }
  if(x<20 | x>80){
    s<- ("Does not exist!")
  }
  s
}
```

```
AL1=function(x,i){
  if(x>19 & x<65){
  s<- B1(x)*sav[which(age==65)]*pxk1(meanx(x),65-meanx(x))*((1+i)^(meanx(x)-65))
  }
  if(x>=65 & x<=80){
    s<- B1(x)*sav[which(age==65)]
  }
  if(x<20 | x>80){
    s<- ("Does not exist!")
  }
  s
}
```

به عنوان مثال، می‌خواهیم میزان ارزش تعهدات را در زمان ارزیابی اکچوئری در روش جمعی برای افرادی که در این تاریخ به ترتیب ۲۰، ۲۵، ۳۴، ۴۵، ۴۹، ۵۰، ۶۰، ۶۴، ۷۰ و ۷۲ ساله هستند بدست آوریم، در صورتی که نرخ بهره برابر با ۰/۰۵ باشد.

```
> AL1(20,0.05)
[1] 3133.223
```

```
> AL1(25,0.05)
[1] 3133.223
```

```
> AL1(34,0.05)
[1] 3133.223
```

```
> AL1(45,0.05)
[1] 32069.93
```

```
> AL1(49,0.05)
[1] 32069.93
```

```
> AL1(50,0.05)
[1] 151004.2
```

```
> AL1(60,0.05)
[1] 151004.2
```

```
> AL1(64,0.05)
[1] 151004.2
```

```
> AL1(70,0.05)
[1] 231491.9
```

```
> AL1(72,0.05)
[1] 231491.9
```