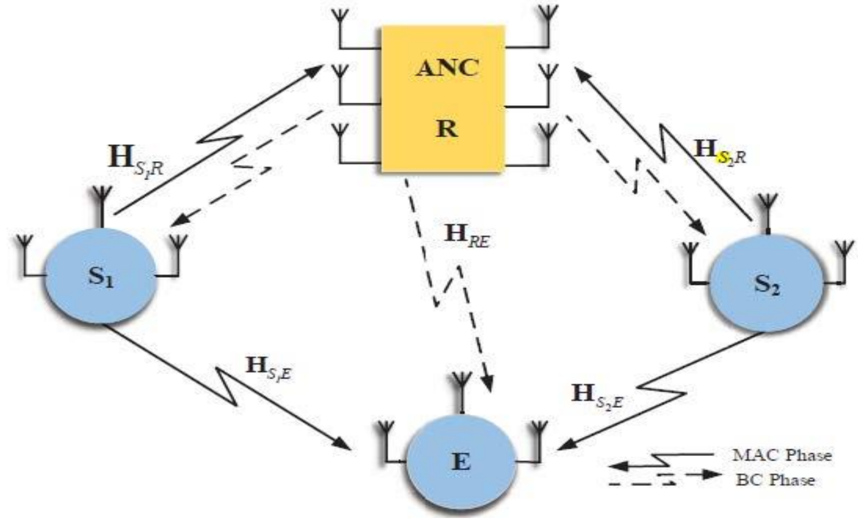
مدل سیستم:

شبکه رله تقویت و ارسال که شامل دو منبع S1 و S2 و یک رله R و یک شنودگر E مطابق شکل زیر می باشد که منابع si مجهز به N_{si}- (i:1,2) آنتن و رله نیز به N_R آنتن و شنودگر مجهز به N_E آنتن می باشد، و فرض می کنیم که منابع از هم دور هستند و از طریق رله با هم در ارتباط هستند و همچنین شنودگر پسیو می باشد، CSI ضرایب کانال بین منابع و رله را فرض می کنیم به یکی از روشهای تخمین در دسترس می باشد به طور کلی این شبکه شامل دو مرحله می باشد. مرحله اول (فاز اول) که فاز MAC می باشد منابع S1 و S2 سیگنال شان را به طور همزمان به رله ارسال می کنند و در فاز دومBC رله سیگنال دریافتی را تقویت و همراه نویز مصنوعی ارسال می کندکه این نویر مصنوعی باید عمود برکانال گره های قانونی که منابع s_1, s_2 باشد، در این پژوهش هدف ما بهینه سازی پرتو شکل دهی (beam forming)رله می باشد واین شروط باید برقرار باشد

$N_R > N_{s_1,s_2}$ و $N_R > N_E$ و $N_R > N_E + N_{s_1,s_2}$.



مدل کانال موج میلیمتری:

مدل ریاضی متناظر کانال های موج میلیمتری به صورت روبرو می باشد

$$\mathbf{H}_{mn} = \sqrt{\frac{N_m N_n}{P_{mn} L}} \sum_{l=1}^{L} a_l a_n(\theta_l^n) a_m^H(\theta_l^m)$$

که a_L بهره محو شدن رایلی در مقیاس کوچک L ام پرتو، که به صورت $CN(0,\sigma_l^2)$ توزیع می شود. p_{mn}، تلفات مسیر بین m و n و بردارهای پاسخ آرایه آنتن $a_n(\theta_L^n)$ و $a_m(\theta_L^m)$ به صورت زیر می باشد.

$$a_m(\theta_L^m) = \frac{1}{\sqrt{N_m}}[1, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin(\theta_L^m)}, \ldots, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(N_m-1)d\sin(\theta_L^m)}]^T$$

$$a_n(\theta_L^n) = \frac{1}{\sqrt{N_n}}[1, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin(\theta_L^n)}, \ldots, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(N_n-1)d\sin(\theta_L^n)}]^T$$

فاز MAC:

$$\mathbf{y}_R = \mathbf{H}_{s_1R}\mathbf{u}_1\sqrt{p_1}s_1 + \mathbf{H}_{s_2R}\mathbf{u}_2\sqrt{p_2}s_2 + \mathbf{n}_R$$

سیگنال دریافتی رله:

که p_i=1,2 توان ارسالی سیگنال های Si (منابع) $\mathrm{E}|s_i| = 1, i = 1,2$ و بردار u_i پرتو شکل دهی ارسالی برای Si (منابع) $\mathbf{u}_1 \in \mathbb{C}^{N_{s_1}\times 1}$ و $\mathbf{u}_2 \in \mathbb{C}^{N_{s_2}\times 1}$ $\{\mathbf{H}_{mn} \in C^{N_n \times N_m} / m = S_1, S_2; n = R, E\}$, است که نرم واحد است.

$$y_e^{(1)} = \boldsymbol{\omega}_e^H \mathbf{H}_{S_1E}\mathbf{u}_1\sqrt{p_1}s_1 + \boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\mathbf{u}_2\sqrt{p_1}s_2 + \boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{n}_\mathbf{E}^{(1)}$$

ω_e **بردارپرتو** شکل دهی شنودگر است $\omega_e \in C^{N_E\times 1}$ و $\mathbf{n}_E^{(1)}$ نویز دریافتی شنودگر

فاز BC:

در اینجا رله سیگنال دریافتی از منابع را تقویت و به همراه نویز مصنوعی ارسال می کند

سیگنال ارسالی رله: $\mathbf{y}_R = \mathbf{A}\mathbf{y}_R + \mathbf{z}$

ماتریس تشکیل پرتو رله A برای تقویت و ارسال سیگنال $\mathbf{y}_R$ اعمال می شودکه $\mathbf{A} \in C^{N_R\times N_R}$ و بردار $\mathbf{z}$ نویزمصنوعی می باشد

سیگنال دریافتی منبع (1) :

$$y_{s_1} = \mathbf{v}_1^H \mathbf{H}_{S_1R}^T \mathbf{A}\mathbf{H}_{S_1R}\mathbf{u}_1\sqrt{p_1}s_1 + \mathbf{v}_1^H \mathbf{H}_{S_1R}^T \mathbf{A}\mathbf{H}_{S_2R}\mathbf{u}_2\sqrt{p_2}s_2 + \mathbf{v_1^H}\mathbf{H_{S_1R}^T}\mathbf{z} + \mathbf{v_1^H}\mathbf{H_{S_1R}^T}\mathbf{A}\mathbf{n_R} + \mathbf{v_1^H}\mathbf{n}_{s_1}$$

vi=1,2 بردارپرتو شکل دهی دریافتی منابع $s_i = 1,2$ که نرم واحد است $\mathbf{v}_1 \in \mathbb{C}^{N_{s_1}\times 1}$.

ترم ($\mathbf{v}_1^H \mathbf{H}_{S_1R}^T \mathbf{A}\mathbf{H}_{S_1R}\mathbf{u}_1\sqrt{p_1}s_1$) سیگنال خود تداخلی می باشدکه منبع (S1) آن را می داند بنابراین حذف می کند و همچنین برای از بین بردن تداخل بین دو منبع، نویز مصنوعی $\mathbf{z}$ را باید در فضای یوچی کانال H_{S_1R} و H_{S_2R} تزریق کنیم، یعنی $H_{s_1R}z = H_{s_2R}z = 0$ و برای اینکه مطمئن شویم که AN بر روی فضای یوچی H_{S_1R} و H_{S_2R} قرار دارد باید فرض کنیم که $N_R > N_{s_1,s_2}$ یعنی تعداد آنتن های رله بیشتر از تعداد آنتن های هر دو منبع است چون رله کانال استراق سمع کنند را ندارد (H_{RE}) بنابراین به جای اینکه توان نویز را در یک جهت منتشر کنیم آن در همه جهت ها منتشر می کنیم و نویز مصنوعی را اینگونه تعریف می کنیم

$$\mathbf{z} = \mathbf{M}^{\perp}\mathbf{n}$$

که $\mathbf{M}^{\perp}$ یک ماتریس که در فضای یوچی $\mathbf{M} = [\mathbf{H_{S_1R}}, \mathbf{H_{S_2R}}]$ قرار دارد یعنی $\mathbf{M}^{\perp} = \mathbf{I} - \mathbf{M}(\mathbf{M}^{\perp}\mathbf{M})^{-1}\mathbf{M}^{\mathbf{T}}$ و n بردار تصادفی گوسی با میانگین صفر و کواریانس $\Sigma^2 I$

پس سیگنال دریافتی منبع s_1:

$$y_{s_1} = \mathbf{v_1^H}\mathbf{H_{S_1R}^T}\mathbf{A}\mathbf{H_{S_2R}}\mathbf{u_2}\sqrt{p_2}s_2 + \hat{n}_{S_1}$$

که $\hat{n}_{S_1} = \mathbf{v_1^H}\mathbf{H_{\delta_1R}^T}\mathbf{A}\mathbf{n_R} + \mathbf{v_1^H}\mathbf{n}_1$

سیگنال دریافتی منبع S2:

$$y_{s_2} = \mathbf{v_2^H}\mathbf{H_{S_2R}^T}\mathbf{A}\mathbf{H_{S_1R}}\mathbf{u_1}\sqrt{p_2}s_1 + \hat{n}_{S_2}$$

$$\hat{n}_{S_2} = \mathbf{v_2^H}\mathbf{H_{S_2R}^T}\mathbf{A}\mathbf{n_R} + \mathbf{v_2^H}\mathbf{n_2}$$

سیگنال دریافتی شنودگر:

$$\mathbf{y}_e^{(2)} = \boldsymbol{\omega}_e^H \mathbf{H}_{RE}\mathbf{A}\mathbf{H}_{S_1R}\mathbf{u}_1\sqrt{p_1}s_1 + \boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{H_{RE}}\mathbf{A}\mathbf{H_{S_2R}}\mathbf{u_2}\sqrt{p_2}s_2 + \boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{H_{RE}}\mathbf{z} + \boldsymbol{\omega}_e^H \mathbf{H}_{RE}\mathbf{A}\mathbf{n}_R + \boldsymbol{\omega}_e^H\mathbf{n}_{e_2}$$

توان ارسالی رله:

$$P_R = \| \mathbf{A}\mathbf{H}_{S_1R}\mathbf{u}_1 \|^2 \ p_1 + \| \mathbf{A}\mathbf{H_{S_2R}}\mathbf{u}_2 \|^2 \ p_2 + \sigma^2 \| \mathbf{A} \|^2 + \Sigma^2(N_R - N_{S_{1,2}})$$

مجموع نرخ محرمانگی قابل دستیابی Rs زمانی حداکثر است که RE حداقل باشد و برای کاهش Re ما باید توان تخصیص شده برای AN را حداکثر کنیم که البته باید تحت محدودیت های مجموع نرخ قابل دستیابی دو منبع که بزرگتر یا مساوی یک آستانه از پیش تعیین شده باشد و همچنین تحت محدودیت کل توان ارسالی رله.

که نرم $E[\|\mathbf{z}\|^2]$ $\Sigma^2(N_R - N_{S_1,s_2}) =$ که توان اختصاصی به نویز است

پس به این منظور ابتدا اطلاعات متقابل بین سیگنال ارسالی منبع S2 و سیگنال دریافتی منبع S1 را حساب می کنیم.

$$I(S_2, y_{S_1}) = R_{12} \le \frac{1}{2}\log_2(1+SNR_1)$$

$$SNR_1 = \frac{E\left[\left|\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\sqrt{p_2}\mathbf{u}_2\right|^2\right]}{E[\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\mathbf{n}_{\mathbf{R}} + \mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{n}_{s_1}]} = \frac{p_2\,|\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\mathbf{u}_2|^2\ E[|S_2|]}{E[[\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\mathbf{n}_{\mathbf{R}} + \mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{n}_{s_1}][\mathbf{n}_{\mathbf{R}}^{\mathbf{H}}\mathbf{A}^{\mathbf{H}}\mathbf{H}^*{}_{\mathbf{S_1R}}\mathbf{v}_1 + \mathbf{n}_{s_1}^{\mathbf{H}}\mathbf{v}_1]} = \frac{p_2\,|\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\mathbf{u}_2|^2}{\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_1^{\mathbf{T}}\mathbf{A}E[\mathbf{n}_{\mathbf{R}}\mathbf{n}_{\mathbf{R}}^{\mathbf{H}}]\mathbf{A}^{\mathbf{H}}\mathbf{H}^*{}_{\mathbf{S_1}}\mathbf{v}_1 + E[n_{s_1}n_{s_1}^H]} = \frac{p_2\,|\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\mathbf{u}_2|^2}{\delta_r^2\,\|\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\|^2 + \delta_{S_1}^2}$$

$$I(s_2, y_{S_1})\Delta = R_{21} \le \frac{1}{2}\log_2\left(1+\frac{P_2\,|\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\mathbf{u}_2|^2}{\delta_r^2\,\|\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\|^2 + \delta_{S_1}^2}\right)$$

برای اطلاعات متقابل بین سیگنالی ارسالی منبع S1 و دریافتی منبع S2 مشابه بالا عمل می کنیم

$$I(s_1, y_{S_2})\Delta = R_{12} \le \frac{1}{2}\log_2\left(1+\frac{P_1\,|\mathbf{v}_2^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}\mathbf{u}_1|^2}{\delta_r^2\,\|\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\|^2 + \delta_{S_2}^2}\right)$$

و اطلاعات درز شده به شنودگر :

$$I(\mathbf{s}, \mathbf{y}_E)\Delta = R_E \le \frac{1}{2}\log_2\det(\mathbf{I} + \mathbf{H}_E\mathbf{P}\mathbf{H}_E^H\mathbf{G}_E^{-1})$$

برای راحتی تجزیه و تحلیل فرض می شود که تمام نویزهای سفید گوسی دریافتی در هر گره ارتباطی در شبکه رله دو طرفه موج‌میلمتری دارای واریانس یکسانی هستند یعنی $\sigma_{si}^2 = \sigma_e^2 = \sigma_r^2 = \sigma^2$ می باشد

با تغییر متغیر $\mathbf{a} = vec(\mathbf{A})$ توان جمله $|\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\mathbf{u}_2|^2$ را با استفاده نکات زیر بر حسب **a** بدست آورد.

$$P_2\,|\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\mathbf{u}_2|^2 = p_2 tr(\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\mathbf{u}_2\mathbf{u}_2^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}^{H}\mathbf{A}^{\mathbf{H}}\mathbf{H}^*_{s_1R}\mathbf{v}_1)$$

$$tr(\mathbf{A}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\mathbf{u}_2\mathbf{u}_2^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}^{\mathbf{H}}\mathbf{A}^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^*\mathbf{v}_1\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}}) = vec^H(\mathbf{A}^H)vec(\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\mathbf{u}_2\mathbf{u}_2^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}^{\mathbf{H}}\mathbf{A}^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^*\mathbf{v}_1\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}}) =$$

$$\mathbf{a}^H p_2(\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}\mathbf{v}_{\mathbf{s_1}}\mathbf{v}_{\mathbf{s_1}}^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{H}} \otimes \mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\mathbf{u}_{s_2}\mathbf{u}_{s_2}^{\mathbf{H}}\mathbf{H}^H{}_{\mathbf{S_2R}})vec(\mathbf{A}^H) = \mathbf{a}^{\mathbf{H}}(\mathbf{.......})\mathbf{a} = \mathbf{a}^{\mathbf{H}}\mathbf{Q}_{\mathbf{2,1}}\mathbf{a}$$

نکات: $tr(A^2B) = tr(BA^2)$, $tr(A^HB) = Vec^H(A)Vec(B)$, $Vec(ABC) = (C^T \otimes A)Vec(B)$

علامت $\otimes$ کرانکر می باشد پس برای محاسبه $|\mathbf{v}_2^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}\mathbf{u}_1|^2$ ، $\|\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_1^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\|^2$ ، $\|\mathbf{v}_2^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_2^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\|^2$

همانند بالا عمل می کنیم

$$p_1\,|\mathbf{v}_2^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}\mathbf{u}_1|^2 = \mathbf{a}^H p_1(\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}\mathbf{u}_{s_1}\mathbf{u}_{s_1}^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{H}} \otimes \mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\mathbf{v}_{s_2}\mathbf{v}_{s_2}^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}^{\mathbf{H}})\mathbf{a} = \mathbf{a}^{\mathbf{H}}\mathbf{Q}_{\mathbf{1,2}}\mathbf{a}$$

$$\sigma^2 \| \mathbf{v}_1^{\mathbf{H}} \mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}} \mathbf{A} \|^2 = \mathbf{a}^H \sigma^2 (\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}} \mathbf{v}_{s_1} \mathbf{v}_{s_1}^{\mathbf{H}} \mathbf{H}_{s_1R}^H \otimes \mathbf{I})\mathbf{a} = \mathbf{a}^{\mathbf{H}} \mathbf{R}_1 \mathbf{a}$$

$$\sigma^2 \| \mathbf{v}_2 \mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}^{\mathbf{T}} \mathbf{A} \|^2 = \mathbf{a}^H \sigma^2 (\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}} \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_2^{\mathbf{H}} \mathbf{H}^H{}_{\mathbf{S_2R}} \otimes \mathbf{I})\mathbf{a} = \mathbf{a}^{\mathbf{H}} \mathbf{R}_2 \mathbf{a}$$

$$P_r = E[\| \mathbf{y}_r \|^2] = E[\hat{\mathbf{y}}_{\mathbf{r}} \hat{\mathbf{y}}_r] = E[tr(\mathbf{A}\mathbf{y}_r)(\mathbf{A}\mathbf{y}_{\mathbf{r}})^H = tr(\mathbf{A}\mathbf{y}_{\mathbf{r}}\mathbf{y}_{\mathbf{r}}^{\mathbf{H}}\mathbf{A}^H)$$

$$tr(\mathbf{A}(\mathbf{y}_{\mathbf{r}}\mathbf{y}_{\mathbf{r}}^{\mathbf{H}})\mathbf{A}^{\mathbf{H}}) = tr(\mathbf{A}P_1(\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}\mathbf{u}_1\mathbf{u}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}^{\mathbf{H}}) + P_2(\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\mathbf{u}_2\mathbf{u}_2^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}^{\mathbf{H}}) + \sigma_R^2 I)\mathbf{A}^H) = P_1 tr(\mathbf{A}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}\mathbf{u}_1\mathbf{u}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{H}}\mathbf{A}^{\mathbf{H}}) + P_2(\mathbf{A}\mathbf{H}_2\mathbf{u}_2\mathbf{u}_2^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_2^{\mathbf{H}}\mathbf{A}^{\mathbf{H}}) + \sigma_R^2 tr(\mathbf{A}\mathbf{A}^{\mathbf{H}})$$

$$\mathbf{a}(p_1(\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}\mathbf{u}_1\mathbf{u}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{H}} \otimes \mathbf{I}) + p_2(\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\mathbf{u}_2\mathbf{u}_2^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}^{\mathbf{H}} \otimes \mathbf{I}) + \sigma_R^2\mathbf{I})\mathbf{a}^H$$

$$\mathbf{a}\mathbf{C}\mathbf{a}^H + \sum{}^2(N_R - N_{S_1,S_2})$$

مسله:

$$\begin{aligned}
&\max \qquad \sum{}^2(N_R - N_{S_2,S_2}) \\
&\mathbf{A}, \sum{}^2 \geq 0 \\
&S.t \frac{1}{2}[\log_2(1 + \frac{p_1 |\mathbf{v}_2^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}\mathbf{u}_1|^2}{\sigma^2 \|\mathbf{v}_2^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\|^2 + \sigma^2})(1 + \frac{p_2 |\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\mathbf{u}_2|^2}{\sigma^2 \|\mathbf{v}_1^{\mathbf{H}}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\|^2 + \sigma^2}) \geq r_d \\
&\|\mathbf{A}\mathbf{H}_{S_1R}\mathbf{u}_1\|^2 \; p_1 + \|\mathbf{A}\mathbf{H}_{S_2R}\mathbf{u}_2\|^2 \; p_2 + \sigma^2 \|\mathbf{A}\|^2 + \sum{}^2(N_R - N_{s_1,s_2}) \leq P_r
\end{aligned}$$

این مسئله غیرمحدب است بنابراین باید آن را به شکل یک مسئله محدب دار در بیاوریم

$$\max \qquad \sum{}^2(N_R - N_{S_2,S_2})$$

$$\begin{aligned}
&\mathbf{a}, \sum{}^2 \geq 0 \\
&S.t \frac{1}{2}[\log_2(1 + \frac{\mathbf{a}^{\mathbf{H}}\mathbf{Q}_{2,1}\mathbf{a}}{\mathbf{a}^{\mathbf{H}}\mathbf{R}_1\mathbf{a} + \sigma^2}) \cdot (1 + \frac{\mathbf{a}^H\mathbf{Q}_{1,2}\mathbf{a}}{\mathbf{a}^H\mathbf{R}_2\mathbf{a} + \sigma^2}) \geq r_d \\
&\mathbf{a}^H\mathbf{C}\mathbf{a} + \sum{}^2(N_R - N_{S_1,S_2}) \leq P_r
\end{aligned}$$

می توان یکی ازقیود را مساوی در نظر کرفت

$$\frac{1}{2}[\log_2(1 + \frac{\mathbf{a}^H\mathbf{Q}_{2,1}\mathbf{a}}{\mathbf{a}^H\mathbf{R}_1\mathbf{a} + \sigma^2}) \cdot (1 + \frac{\mathbf{a}^H\mathbf{Q}_{1,2}\mathbf{a}}{\mathbf{a}^H\mathbf{R}_2\mathbf{a} + \sigma^2})] = r_d$$

با معرفی متغیر τ که یک متغیرکه به یک محدودیت نابرابری اضافه می شود تا به یک برابری تبدیل شود.مسله را باز نویس میکنیم

$$\begin{aligned}
&\max \qquad \sum{}^2(N_R - N_{S_2,S_2}) \\
&\mathbf{a}, \sum{}^2 \geq 0, 0 \leq \tau \leq r_d \\
&s.t 1 + \frac{\mathbf{a}^H\mathbf{Q}_{2,1}\mathbf{a}}{\mathbf{a}^H\mathbf{R}_1\mathbf{a} + \sigma^2} = 2^{2\tau} \\
&1 + \frac{\mathbf{a}^H\mathbf{Q}_{1,2}\mathbf{a}}{\mathbf{a}^H\mathbf{R}_2\mathbf{a} + \sigma^2} = 2^{2(r_d - \tau)}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{a}^H\mathbf{C}\mathbf{a}+\sum^2(N_R-N_{S_1,S_2})\le P_r$$

اگرماتریس $\mathbf{X}$ رتبه یک باشد آنگاه جواب هردو یکی می باشد

$$\begin{aligned}
&\max \qquad \sum^2(N_R-N_{S_1,S_2})\\
&\mathbf{X}\succeq 0 \quad \sum^2\ge 0, 0\le\tau\le r_d\\
&s.t \quad tr(((2^{2\tau}-1)\mathbf{R}_1-\mathbf{Q}_{2,1})\mathbf{X})+\sigma^2(2^{2\tau}-1)=0\\
&tr(((2^{2(r_d-\tau)}-1)\mathbf{R}_2-\mathbf{Q}_{1,2})\mathbf{X})+\sigma^2(2^{2(r_d-\tau)}-1)=0\\
&tr(\mathbf{C}\mathbf{X})+\sum^2(N_R-N_{S_1,S_2})\le P_r
\end{aligned}$$

و این یک مسئله SDP می باشد که می توان با استفاده از روش های نقطه-درونی حل نمود که بسته نرم افزاری CVX از این روش ها استفاده نموده و به حل این مسائل SDP می پردازد.

با جستجوی یک بعدی روی τ حل بهینه حاصل می شود که فرض می کنیم $(\mathbf{a}^*,\sum^{2*})$ مقادیر بهینه می باشند می باشد

سیگنال های دریافتی شنودگر در هر دو فاز : $\mathbf{y}_e=\mathbf{H}_E\mathbf{s}+\mathbf{n}_E$

$$\mathbf{y}_e=\begin{bmatrix} y_e^{(1)}\\ y_2^{(2)}\end{bmatrix},\mathbf{H}_E=\begin{pmatrix}\boldsymbol{\omega}_e^H\mathbf{H}_{S_1E}\mathbf{u}_1 & \boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2}E}\mathbf{u}_2\\ \boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{H}_\mathbf{RE}\mathbf{A}\mathbf{H}_{\mathbf{S_1R}}\mathbf{u_1} & \boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{H}_\mathbf{RE}\mathbf{A}\mathbf{H}_{\mathbf{S_2R}}\mathbf{u}_1\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{P}=diag(P_1,P_2),n_E=\begin{bmatrix}\mathbf{n}_\mathbf{E}^{(1)}\\ \boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{H}_\mathbf{RE}\mathbf{z}+\boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{H}_\mathbf{RE}\mathbf{A}\mathbf{n}_\mathbf{R}+\boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{n}_{\mathbf{E_2}}\end{bmatrix}$$

ماتریس کواریانس n_E برابر است و همچنین $\mathbf{a}^*=vec(\mathbf{a}^*)$

$$\mathbf{G}_E=E\begin{pmatrix}\mathbf{n}_\mathbf{e}^{(1)}\mathbf{n}_\mathbf{e}^{(1)\mathbf{H}} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{n}_\mathbf{e}^{(2)}\mathbf{n}_\mathbf{e}^{(2)}\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{G}_E=E\begin{pmatrix}\mathbf{n}_\mathbf{e}^{(1)}\mathbf{n}_\mathbf{e}^{(1)} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{H}_\mathbf{RE}\mathbf{A}\mathbf{n}_\mathbf{R}\mathbf{n}_\mathbf{R}^\mathbf{H}\mathbf{A}^\mathbf{H}\mathbf{H}_\mathbf{RE}^\mathbf{H}\boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}+\boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{H}_\mathbf{RE}(\mathbf{M}_\perp\mathbf{n})(\mathbf{n}^\mathbf{H}\mathbf{M}_\perp^\mathbf{H})\mathbf{H}_\mathbf{RE}^\mathbf{H}\boldsymbol{\omega}_e+\boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{n}_\mathbf{E}^{(2)}\mathbf{n}_\mathbf{E}^{(2)\mathbf{H}}\boldsymbol{\omega}_e\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{G}_E=\begin{pmatrix}\sigma^2 & 0\\ 0 & \sigma^2(\mathbf{1}+\boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{H}_\mathbf{RE}\mathbf{A}\mathbf{A}^\mathbf{H}\mathbf{H}_\mathbf{RE}\boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}+\sum^2(\boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{H}_\mathbf{RE}\mathbf{M}_\perp\mathbf{M}_\perp^\mathbf{H}\mathbf{H}_\mathbf{RE}^\mathbf{H}\boldsymbol{\omega}_\mathbf{e})\end{pmatrix}$$

$$G_E=\begin{pmatrix}\sigma^2 & 0\\ 0 & \sigma^2(\boldsymbol{\omega}_e^H\mathbf{H}_{RE}\mathbf{A}\mathbf{A}^H\mathbf{H}_{RE}^H\boldsymbol{\omega}_e)+\sigma^2+\sum^2(\boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{H}_\mathbf{RE}\mathbf{M}_\perp\mathbf{M}_\perp^\mathbf{H}\mathbf{H}_\mathbf{RE}^\mathbf{H}\boldsymbol{\omega}_\mathbf{e})\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{a}^*=vec(\mathbf{a}^*)$$

$$\mathbf{G}_E=\begin{pmatrix}\sigma^2 & 0\\ 0 & \sigma^2(\mathbf{a}^{*^H}(\boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{H}_\mathbf{RE}\mathbf{H}_\mathbf{RE}^\mathbf{H}\boldsymbol{\omega}_e\otimes\mathbf{I})\mathbf{a}^*)+\sum^{2*}\|\boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}^\mathbf{H}\mathbf{H}_\mathbf{RE}\mathbf{M}_\perp\|^2\end{pmatrix}$$

اطلاعات درز شده را محاسبه می کنیم

$$R_E = \frac{1}{2}\log_2 \det(\mathbf{I} + \mathbf{H}_E \mathbf{P} \mathbf{H}_E^H \mathbf{G}_E^{-1}) = \frac{1}{2} T$$

احتمال قطع محرمانگی را با استفاده از روش مونت کارلو حساب می کنیم.

$\in = P_r(r_d - R_E < R_S^{\in})$ ترم $R_s^{\in}$ نرخ محرمانگی مورد نظرمان است

$$\in = P_r(R_E > r_d - R_S^{\in}) = P_r(T > 2^{2(r_d - R_S^{\in})})$$

توجه شود برای اینکه حداکثر SNR را در گیرنده داشته باشیم بردارهای $\mathbf{u}$ ها که بردار شکل دهی ارسالی منابع و V ها که بردار های شکل دهی دریافتی منابع می باشند باید متناسب با بزرگترین مقدار ویژه ماتریس $\mathbf{F}$ باشد (تجزیه SVD)

مثال:

$$y_{s_2} = \mathbf{V}_2^H \mathbf{H}_{S_2R}^T \mathbf{A} \mathbf{H}_{S_1R} u_1 \sqrt{P_1} S_1 + \hat{n}_2 \Rightarrow \mathbf{V}_2^H \mathbf{F} \mathbf{u}_1$$

$\mathbf{F} = \mathbf{H}_{S_2R}^T \mathbf{A} \mathbf{H}_{S_1R} \rightarrow$ تجزیه SVD

و همینطور برای $\mathbf{u_2}, \mathbf{v_1}, \boldsymbol{\omega}_\mathbf{e}$ حساب میکنیم و در شبیه سازی قرار میدهیم