در این پروژه هدف برازش مدل های مطرح زیر بر داده های موجود می باشد و پس از برازش کردن داده ها می بایست این مدل ها بر روی این داده ها با یکدیگر مقایسه گردند. فاکتور های مقایسه این مدل ها به شرح زیر می باشند :

1. میانگین خطای مطلق ( $MAE$ )
2. ریشه میانگین مربع خطا ( RMSE )
3. $R^{2}=1-\frac{\frac{1}{T}\sum\_{t=1}^{T}(σ\_{t |t-1}r\_{t-1}^{γ}-\left|e\_{t}\right|)^{2}}{\frac{1}{T}\sum\_{t=1}^{T}e\_{t}^{2}}$

**مدل نوسان تصادفی:**

مدل نوسان تصادفی خود را تحت یک بسط ساده از مدل های انتشار در زمان گسسته ارائه کنند و معادله زیر را ارئه دادند :

$$∆r\_{t}=a+br\_{t-1}+σ\_{t}r\_{t-1}^{γ}ε\_{t} (1)$$

معرفی متغیر های داخلی مدل :

1. $r\_{t}$ معرف نرخ های ورودی است ( مثلا قیمت ارز در زمان t )
2. $γ$ معرف جمله انتشار است که برابر با سه حالت مجزا 1، 0.5 و 0 می بایست در نظر گرفته شود
3. $σ\_{t}$ برابر با واریانس در طی کل بازه است.
4. $ε\_{t}$ هم جمله آشوب می باشد ( جمله خطا ) و تصادفی است.

در این مدل می بایست $a$ و $b$ و $σ$ براورد گردد. پس از براورد مدل براساس شاخص های اعلام شده با سایر مدل ها مقایسه گردد.

**مدل مارکوف سویچینگ :**

مدل مارکوف سویچینگ به صورت زیر است :

$$∆r\_{t}=a+br\_{t-1}+σ\_{i}r\_{t-1}^{γ}ε\_{t} (2)$$

و چون به نظر می رسد تنها دو رژیم داشته باشیم پس داریم :

$$i\in \{1,2\}$$

$$P=\left[\begin{matrix}P\_{11}&1-P\_{22}\\1-P\_{11}&P\_{22}\end{matrix}\right] انتقال احتمال$$

همان طور که می دانیم جمله ای که باعث اشوب در مدل بالا می شود، قسمت انتهایی مدل، $σ\_{i}r\_{t-1}^{γ}ε\_{t}$ ، است . در این جمله $σ\_{i}$ ، جمله نوسان نرخ بهره و یا همان واریانس هر رژیم است، $r\_{t}$ نشان دهنده نرخ بهره و یا قیمت در زمان t است و $ε\_{t}$ جمله ای تصادفی است . پارامتر$γ$ نشان دهنده جمله ای انتشاری است که می بایست 0 و 0.5 و 1 در نشر گرفته شود ( سه حالت )

در این مدل می بایست $a$ و $b$ و$σ$ همچنین احتمالات انتقال براورد گردد. پس از براورد مدل براساس شاخص های اعلام شده با سایر مدل ها مقایسه گردد.

* کد نویسی این مدل را به راحتی می توان در اینترنت جستجو کرد.

**مدل هستون سویچینگ :**

مدل هستون به صورت زیر تعریف می گردد :

$$dS\_{t}=μS\_{t}+S\_{t}\sqrt{v\_{t}}dZ $$

می دانیم که فرایند های $Z$ و$B$ فرایند های براونی می باشند. $S\_{t}$ قیمت در زمان t ، $v\_{t}$ واریانس در هر رژیم می باشد . پارامتر های $k\_{i}$ ، $θ\_{i}$ می بایست در هر رژیم براورد گردند.

تابع انتقال مابین دو رژیم از توزیع پواسون تبعیت می نماید. حال جهت هر رژیم خواهیم داشت:

$$dV\_{i}=k\_{i}\left(θ\_{i}-V\_{i}\right)dt+σ\_{i}\sqrt{V\_{i}}dB\_{i} $$

$$dZ\_{i} dB\_{i}=ρ\_{i}dt $$

$$dZ\_{i} dZ\_{j}= dB\_{i} dB\_{j}=0 $$

$$P=\left[\begin{matrix}P\_{11}&1-P\_{22}\\1-P\_{11}&P\_{22}\end{matrix}\right] $$

که در آن انتقال احتمال $p\_{ij}$ توسط $p\_{ij}=Pr\left(s\_{t}=j|s\_{t-1}=i\right)$ برای $i.j=1.2$ است.

در این مدل پارامتر ها k ، $θ$ ، $V$ ، $ρ\_{i}$ به علاوه تابع انتقال می بایست براورد گردند. حال می توان جهت سهولت کار تابع انتقال را برابر با تابع انتقال مارکوف گرفت و جهت دو رژیم متفاوت این پارامتر ها براورد گردند.