

در این تمرین قصد داریم تا مقایسه‌ای میان روش‌های تخمین حالت غیرخطی داشته باشیم. برای این منظور سیستم معروف Inverted Pendulum-Cart را در نظر می‌گیریم.

معادلات تحول حالت این سیستم به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{u \cos(x_1) - (M + m)g \sin(x_1) + ml(\cos(x_1) \sin(x_1))x_2^2}{ml \cos^2(x_1) - (M + m)l} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{u + ml(\sin(x_1))x_2^2 - mg \cos(x_1) \sin(x_1)}{M + m - m \cos^2(x_1)}\end{aligned}$$

و معادلات خروجی (اندازه‌گیری) این سیستم از قرار زیر هستند:

$$y_1 = x_1$$

$$y_2 = x_3$$

شرایط اولیه حالت‌ها و ورودی را صفر در نظر بگیرید. برای مقادیر پارامترها داریم:

$$m = 0.23 \quad M = 2.40 \quad g = 9.81 \quad l = 0.36$$

مرحله اول) سیستم معرفی شده پیوسته بوده و باید به گسسته تبدیل شود. این تبدیل را با در نظر گرفتن زمان نمونه برداری ۱ میلی ثانیه انجام دهید. همچنین مدت زمان شبیه سازی باید ۱۰ ثانیه باشد.

مرحله دوم) نویزهای فرایند و اندازه‌گیری را گوسی با میانگین صفر و ماتریس‌های کواریانس زیر در نظر بگیرید:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.8 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1.2 & 0 \\ 0 & 0.8 \end{bmatrix}$$

مرحله سوم) برای هر کدام از روش های تخمین PF/UKF/EKF هر ۴ حالت سیستم را تخمین زده و برای هر حالت سیگنال واقعی به همراه ۳ تخمین را در شکلی جداگانه نمایش دهید (نمایش ۴ شکل که در هر شکل ۴ سیگنال وجود دارد). در انتخاب نوع UKF و وزن دهی آن آزاد هستید. در انتخاب تعداد ذرات فیلتر ذرات نیز آزاد هستید.

مرحله چهارم) در این مرحله باید Monte Carlo Simulation انجام دهید. این شبیه سازی به این معناست که باید برای هر ۴ حالت سیستم و برای هر ۳ روش تخمین ۱۰۰ بار ران بگیرید و در هر ران خطای RMSE را حساب کرده و در یک شکل نشان دهید. پس باید برای هر حالت سیستم یک شکل نمایش دهید که دارای ۳ سیگنال خطا باشد (هر خطا مربوط به یک روش تخمین) و روند تغییرات خطا را در ۱۰۰ بار شبیه سازی نشان دهید. در نتیجه در کدهای خود نباید از mg در MATLAB یا seed در Python استفاده کنید.

نکات مهم: ورودی سیستم باید از یک توزیع یکنواخت $u \sim U[-0.2, 0.2]$ بدست آید. پس برای داشتن ورودی یکسان در هر شبیه سازی، قبل از انجام شبیه سازی در یک فایل جداگانه ورودی خود را تولید کنید و سپس در فایل اکسل ذخیره کرده تا بتوانید در متلب یا پایتون استفاده کنید. دقت کنید که زمان شبیه سازی از ثانیه ۰ شروع می شود و در ثانیه ۱۰ پایان می یابد. حال از آنجا که زمان نمونه برداری ۱ میلی ثانیه است، شما ۱۰۰۰۱ گام زمانی خواهید داشت. پس در متلب دارید:

$$k = 1, 2, \dots, 2000, 2001, \dots, 10001$$

و در پایتون دارید:

$$k = 0, 1, \dots, 2000, 2001, \dots, 10000$$

همچنین اینکه همانطور که قبلا گفتیم شرایط اولیه صفر است، اولین اندیس ورودی را باید صفر در نظر بگیرید و باقی را از توزیع یکنواخت بدست آورید.