

## طراحی کنترل کننده اجماع فازی تاکاگی سوگنو برای سیستم های چندعاملی

محمدحسن عزیزی ابرقوئی<sup>۱</sup>، رضا قاسمی<sup>۲</sup>\*

۱- کارشناسی ارشد مهندسی برق کنترل، دانشگاه قم، قم، ایران،

۲- استادیار دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران

Email: r.ghasemi@qom.ac.ir

### خلاصه

با توجه به مزایای سیستم های چندعاملی، این سیستم ها توجهات زیادی را در زمینه های گوناگون علمی پژوهشی و صنعتی به خود جلب کرده است. طراحی کنترل کننده برای این نوع از سیستم ها می تواند کاربرد این سیستم ها را بیش از پیش مورد توجه قرار دهد. تاکنون طراحی کنترل کننده فازی پایدار برای سیستم های چندعاملی صورت نگرفته است. در این مقاله، طراحی کنترل کننده اجماع فازی تاکاگی سوگنو غیرمتمرکز برای سیستم های چندعاملی که هر یک از عامل ها یک سیستم غیرخطی یکسان در نظر گرفته می شود ارائه شده است. سپس با استفاده از کنترل کننده عامل ها به گونه ای حرکت می کنند که سیستم چندعاملی غیرخطی به یک مقدار مشخص همگرا شود. مقاومت در مقابل عدم یقینی و اغتشاشات خارجی، اعمال اطلاعات فرد خبره در سیستم و کنترل کننده و همگرایی به سمت میانگین عامل ها از بارزترین خصوصیات این روش می باشد. نتایج شبیه سازی، عملکرد مطلوب روش ارائه شده را نشان می دهد.

### کلمات کلیدی

سیستم های چندعاملی، کنترل کننده فازی تاکاگی سوگنو، سیستم های غیرخطی، پایداری لیاپانوف

### ۱- مقدمه

سیستم های چندعاملی<sup>۱</sup> شامل تعدادی عامل هستند که از طریق ارتباط با یکدیگر تعامل دارند. این عامل ها قادر به بروز رفتار در محیط اطرافشان هستند. عامل های مختلف دارای حوزه های نفوذ مختلفی اند که می توانند بخش های مختلف محیط را در اختیار گرفته و یا حداقل آن را تحت تأثیر قرار دهند [۱]. در چنین سیستم هایی رفتار عامل ها قابل پیش بینی نیست، لذا لازم است که عامل ها به شکل مطلوبی کنترل و هدایت شوند.

کنترل سیستم های چندعاملی یکی از مسائل مربوط به کنترل مشارکتی می باشد. انگیزه ی استفاده از سیستم های چند عاملی ایجاد مشارکتی بهینه بین عامل ها جهت افزایش عملکرد گروهی نسبت به زمانی که عامل ها به صورت انفرادی عمل

<sup>۱</sup> Multi-agent system

می کنند، می باشد. کاربرد این سیستمها در زمینه های مشارکتی از قبیل زمینه های مانیتور کردن محیط، جستجو و نجات، نظارت، آتش نشانی، ردیابی هدف، نقشه برداری و اکتشاف و غیره می باشد [۲].

در کنترل گروهی از وسایل نقلیه ی خودگردان<sup>۱</sup>، هدف اصلی معمولاً کار کردن گروه در یک سبک مشارکتی<sup>۲</sup> در طول یک قرارداد<sup>۳</sup> توزیع شده می باشد [۳].

به خوبی شناخته شده که دانش کیفی از یک سیستم به وسیله مدل غیرخطی می تواند بیان شده باشد. این ایده نمایشی از طراحی رویکردی جدید در زمینه ی کنترل فازی است که جایز شمرده شده است. سیستم های غیرخطی به وسیله ی مدل فازی تاکاگی سوگنو می تواند بیان شود [۴، ۵]. سپس طراحی کنترلی با استفاده از روش های شناخته شده یا روش های توسعه یافته اخیر از نظریه ی کنترل تطبیق داده می شود [۶-۸].

در صورتی که این عاملها کنترل شوند نتایج مورد نظر محقق خواهد شد و به همین علت طراحی کنترل کننده برای سیستم های چندعاملی بسیار مهم، اجتناب ناپذیر می باشد. در سال های اخیر سیستم و کنترل کننده های فازی پیشرفت چندانی داشته است و به سبب موفقیت های علمی و عملی در تولید محصولات و سیستم های کاربردی با این روش توجه بیشتری را به خود معطوف داشته است.

منطق فازی یکی از بهترین شیوه های استفاده از اطلاعات کیفی در طراحی کنترل کننده برای یک سیستم می باشد و در طی دهه ی گذشته جایگاه خاصی در کنترل فرایندهای آزمایشگاهی و صنعتی یافته است. از آنجایی که منطق فازی سوگنو در کنترل یک فرایند بر اساس دانسته های شخص خبره می باشد، باعث می شود در طراحی کنترل کننده فازی شیوه خاصی وجود نداشته باشد و عملکرد کنترل فازی به شدت وابسته به تجربیات شخص خبره می باشد.

طراحی کنترل کننده از طریق روش های رایج با استفاده از نظریه ی کنترل مطابقت داده می شود [۹-۱۱]. تجربیات شخصی به صورت یک تابع غیرخطی به عنوان مدل فازی از یک سیستم به کار گرفته می شود. بر اساس مدل فازی بسته به طراح کنترل کننده از ایده های متفاوتی می تواند جهت کنترل استفاده شود.

سیستم های فازی سیستم هایی هستند با تعریف دقیق و کنترل فازی نیز نوع خاصی از کنترل غیرخطی می باشد که آن هم دقیقاً تعریف می گردد. اساساً گرچه سیستم های فازی پدیده های غیرقطعی و نامشخص را توصیف می کنند، با این حال خود تئوری فازی یک تئوری دقیق می باشد. به همین علت در این مقاله از کنترل کننده فازی سوگنو که خود به عنوان یک تخمینگر غیرخطی مطرح می باشد، برای کنترل سیستم های چندعاملی استفاده می شود که دارای دقت بسیار بهتری نسبت به برخی از کنترل کننده های دیگر هست.

## ۲- سیستم های چندعاملی

سیستم های چندعاملی به چندین عامل که با یکدیگر در یک محیط در تعامل (نه تنها در تعامل مثبت بلکه در تعامل منفی) باشند، اطلاق می گردد. محیط های رقابتی برای یک سیستم با تعامل منفی در نظر گرفته می شود و تعامل مثبت به طور معمول با عنوان هماهنگی و همکاری شناخته شده است و از مشخصات مطلوب این گونه از همکاری عبارت است از: مقاوم بودن، انعطاف پذیری و مقیاس پذیری. مقاوم بودن به صورتی که، سیستم در صورت خرابی جزئی از سیستم و یا انحراف از حالت عادی در سیستم به وجود بیاید و سیستم هنوز قابل استفاده باشد، تعریف می شود. انعطاف پذیری به صورت قابلیت تطابق با شرایط و محیط جدید و متفاوت را دارا باشد تعریف می شود. مقیاس پذیری به صورت توانایی توسعه الگوریتم به دست آمده به تعداد بیشتر یا کمتر رباتها تعریف می شود.

<sup>۱</sup> Autonomous vehicle

<sup>۲</sup> cooperative

<sup>۳</sup> Protocol

## ۲-۱ نظریه ی گراف<sup>۱</sup>

نظریه گراف<sup>۱</sup> یکی از ابزارهایی می باشد که برای تسهیل بخشیدن به پژوهش ها در زمینه سیستم های چندعاملی استفاده می شود. بر این اساس در این بخش نتایج ابتدایی در این زمینه ارائه خواهد شد [۱۲].  
گراف نمایشی خلاصه از مجموعه نقاطی است که برخی از آن ها توسط خطوطی به یکدیگر متصل شده اند. در نمایشی دیگر هر گراف به صورت زوج مرتب  $G=(V, E)$  نشان داده می شود که در آن  $G$  مجموعه ای تشکیل شده از  $V$  گره و  $E \subset V \times V$  شاخه هست. هر شاخه زوج مرتبی از دونقطه متمایز می باشد.

یک شاخه جهت دار  $(i, j)$ ، شاخه ای خروجی برای گره  $i$  و شاخه ای ورودی برای گره  $j$  است که برای نمایش آن از فلشی از گره  $i$  به سمت گره  $j$  استفاده می شود. در این حالت گره  $i$  سر منفی شاخه و گره  $j$  سر مثبت شاخه نامیده می شود. در صورتی که هر دوشاخه  $(i, j)$  و  $(j, i)$  عضو مجموعه شاخه های  $E$  باشند دوشاخه را به عنوان یک شاخه بی جهت ترکیب کرده و از یک فلش دوطرفه برای نمایش آن استفاده می شود [۱۲].

با توجه به جهت شاخه ها، گراف ها را به دودسته جهت دار<sup>۲</sup> و بی جهت تقسیم می شوند. اگر تمامی شاخه ها در گراف  $G$  بدون جهت باشند گراف  $G$  بی جهت می باشد در غیر این صورت گراف  $G$  را جهت دار می خوانند. در صورتی که شاخه  $(i, j)$  در گراف موجود باشد، گفته می شود گره  $i$  یک همسایه برای گره  $j$  می باشد، این بدان معناست که در هر گراف جهت دار سر منفی شاخه یک همسایه برای سر مثبت آن می باشد. توجه شود که در گراف های بی جهت اگر  $i$  یک همسایگی برای  $j$  باشد در آن صورت  $j$  نیز یک همسایگی برای  $i$  خواهد بود. مجموعه همسایه ها برای گره  $j$  توسط  $N_j$  نشان داده می شود [۱۲].

در یک گراف اگر برای هر شاخه  $i \in V$  تعداد شاخه های ورودی به آن گره برابر تعداد شاخه های خروجی از آن گره باشد به اصطلاح گراف متعادل گفته می شود. واضح است که هر گراف بی جهت یک گراف متعادل خاص می باشد [۱۲].  
یک مسیر جهت دار، دنباله ای از  $p$  گره  $1, \dots, p$  می باشد. بطوریکه  $\forall i = 1, \dots, p-1$  داریم  $(i, i+1) \in E$ . حلقه یک مسیر جهت دار است بطوریکه گره آغازین و پایانی آن یکسان هستند. یک گراف متصل قوی نامیده می شود در صورتی که بین هر دو گره آن مسیری جهت دار برقرار باشد. توجه شود که برای گراف های بدون جهت مفهوم متصل قوی به طور ساده متصل نامیده می شود. یک گراف را متصل ضعیف می نامیم اگر با جایگزینی تمام شاخه های جهت دار توسط شاخه های بدون جهت یک گراف بدون جهت و متصل پدید آید.

در شکل (۱) چند نمونه از گراف های پنج گره ای، مفاهیم اتصال در گراف را نشان می دهند.  $a$  یک گراف با اتصال بی جهت  $b$  یک گراف متعادل با اتصال قوی،  $c$  یک گراف با اتصال قوی (متصل قوی) و  $d$  یک گراف با اتصال ضعیف (متصل ضعیف) می باشد. شاخه های جهت دار توسط یک خط همراه با یک فلش که نشان دهنده جهت آن می باشد نشان داده شده اند و شاخه های بی جهت توسط فلشی دوطرفه نشان داده شده اند. شماره هر گره در کنار آن نوشته شده است [۱۲].

تعریف ۲-۲-۱ (ماتریس لاپلاسیان گراف<sup>۳</sup>  $L$ )

گراف جهت دار  $G$  با  $N$  گره در نظر گرفته می شود. ماتریس لاپلاسیان گراف  $G$  که با  $L \in R^{N \times N}$  نشان داده می شود به صورت زیر است:

<sup>۱</sup> Graph Theory

<sup>۲</sup> Directed Graph

<sup>۳</sup> Graph Laplacian Matrix

$$l_{ij} = \begin{cases} |N_i| & \text{if } i = j \\ -1 & \text{if } j \in N_i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

در رابطه بالا  $|N_i|$  تعداد همسایه‌ها برای گره  $i$  می‌باشد. تعریف ارائه شده در (۱) منجر به خواص زیر در ماتریس  $L$  می‌شود:

خاصیت ۱-۲. ماتریس لاپلاسیان گراف  $L$  دارای مقدار ویژه صفر برای بردار ویژه  $1_N$  یعنی  $L1_N = 0_N$  می‌باشد [۱۲].  
در حالت خاص ماتریس لاپلاسیان برای گراف‌های بی‌جهت خاصیت‌های ۲-۲ و ۳-۲ گفته شده در زیر را داراست.

خاصیت ۲-۲. ماتریس لاپلاسیان  $L$  برای یک گراف بی‌جهت متقارن و نیمه مثبت معین می‌باشد.

خاصیت ۳-۲. یک گراف بی‌جهت متصل می‌باشد، اگر و تنها اگر دومین مقدار ویژه مینیمم ماتریس لاپلاسیان آن اکیداً مثبت باشد.

مفهوم نیمه مثبت معین ذکر شده در خاصیت ۲-۲ تحت شرایط زیر برقرار می‌شود:

$$y^T Ly \geq 0 \quad \text{where } y \in R^N \quad (2)$$

برای بررسی این رابطه با توجه به رابطه (۱) و با در نظر گرفتن  $y_i$  به‌عنوان  $i$  امین عنصر  $y$  داریم:

$$y^T Ly = \sum_{i=1}^N y_i \sum_{j \in N_i} (y_i - y_j) = \sum_{i=1}^N \sum_{j \in N_i} (y_i^2 - y_i y_j) \quad (3)$$

$$= \sum_{i=1}^N \sum_{j \in N_i} (y_i^2 - 2y_i y_j + y_j^2) + \sum_{i=1}^N \sum_{j \in N_i} (y_i y_j - y_j^2) \quad (4)$$

$$= \sum_{i=1}^N \sum_{j \in N_i} (y_i - y_j)^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j \in N_i} (y_i y_j - y_j^2) \quad (5)$$

از آنجایی که گراف هدایت نشده است داریم:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j \in N_i} y_j^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j \in N_i} y_i^2 \quad (6)$$

که نشان می‌دهد عبارت آخر در رابطه (۵) در واقع  $y^T Ly$  می‌باشد از این رو از رابطه (۵) به دست می‌آید:

$$y^T Ly = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j \in N_i} (y_i - y_j)^2 \geq 0 \quad (7)$$

به‌طور کلی برای گراف‌های جهت‌دار ماتریس لاپلاسیان گراف  $L$  متقارن نیست و  $y^T Ly$  می‌تواند علامت‌دار نامعین باشد. اگرچه در صورتی که گراف جهت‌دار متعادل و شدیداً متصل باشد  $y^T Ly \geq 0$  برای تمامی  $y$  ها به علت خاصیت زیر برقرار خواهد بود [۱۲].

خاصیت ۴-۲. برای ماتریس لاپلاسیان گراف  $L$  برای گراف متعادل و متصل قوی  $G$  رابطه زیر برقرار است:

$$L + L^T = L_{sym} \quad (8)$$

در رابطه بالا  $L_{sym}$  نشان‌دهنده ماتریس لاپلاسیان گراف برای یک گراف بی‌جهت است که از جایگزینی شاخه‌های جهت‌دار گراف  $G$  با شاخه‌های بدون جهت به دست آمده است [۱۳].

گراف بدون جهت  $G$  را می توان با در نظر گرفتن یکی از سرهای هر شاخه به عنوان سر مثبت، جهت دار کرد. با مشخص کردن  $(L_i^+, L_i^-)$ ، مجموعه ای از لینک ها که برای آن ها گره  $i$  سر مثبت (منفی) هست، نشان داده می شود.

تعریف ۲-۲. (ماتریس تلاقی گراف  $D$ )

اگر  $l$  را تعداد کل شاخه های موجود در گراف در نظر بگیریم، ماتریس تلاقی  $D^1$  با ابعاد  $N \times L$  برای گراف بی جهت  $G$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$d_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{if } k \in L_i^+ \\ -1 & \text{if } k \in L_i^- \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

خاصیت ۲-۵. با توجه به رابطه (۹)، ماتریس تلاقی  $D$  به نوع جهت دهی به گراف  $G$  بستگی دارد. مستقل از اینکه این جهت دهی چگونه باشد، ماتریس تلاقی  $D$  خصوصیات زیر را خواهد داشت:

۱- مرتبه  $D$  حداکثر  $N-1$  خواهد بود و این مرتبه  $N-1$  خواهد بود اگر و تنها اگر گراف  $G$  متصل باشد.

۲- ستون های  $D$  مستقل خطی هستند، اگر هیچ حلقه ای در گراف موجود نباشد.

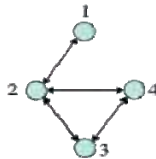
۳- اگر گراف  $G$  متصل باشد، تنها فضای پوچ  $D^T$  با  $1_N$  پوشانده می شود.

۴- برای ماتریس لاپلاسیان گراف  $L$  مربوط به گراف  $G$  رابطه زیر برقرار است:

$$L = DD^T \quad (10)$$

نمونه ۲-۲. آخرین مورد در خاصیت ۲-۵ با در نظر گرفتن گراف  $G$  در شکل (۲) نائید می شود که ماتریس لاپلاسیان آن در ماتریس رابطه (۱۱) نشان داده شده است. شماره هر گره در کنار آن مشخص شده است. از رابطه (۱) به دست می آید:

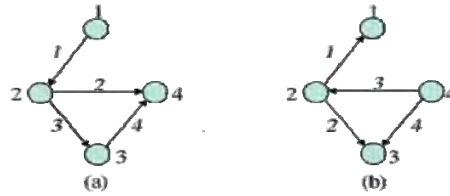
$$L = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (11)$$



شکل (۱): گرافی بی جهت با چهار گره

<sup>۱</sup> Incidence Matrix





شکل (۲): دو ماتریس تلاقی

به منظور نشان دادن عدم تأثیر انتخاب  $D$  بر  $L$  دو جهت‌دهی مختلف به گراف  $G$ ، همانند شکل (۲) ارائه می‌شود. دو جهت‌دهی متفاوت به گراف ارائه شده در شکل (۱) منجر به دو ماتریس تلاقی متفاوت در (۱۱) می‌شود. اگرچه با توجه به رابطه (۱۲) هر دو ماتریس تلاقی یک ماتریس لاپلاسیان مشابه را نتیجه می‌دهند. دو ماتریس تلاقی مربوط به این گراف‌ها به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$D_a = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D_b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

(۱۲)

یک محاسبه ساده نشان می‌دهد  $L = D_a D_a^T = D_b D_b^T$ . از این رو می‌توان گفت نوع جهت‌دهی به گراف تأثیری بر ماتریس لاپلاسیان گراف نخواهد گذاشت [۱۲]. برای فهم بیشتر مسائل مربوط به سیستم‌های چندعاملی، مفاهیم اولیه و نظریه‌ی گراف ارائه شد. کاربرد گراف در این محاسبات به گونه‌ای است که هر گره  $G$  یک عامل محسوب می‌شود و ارتباط بین عامل‌ها از طریق شاخه‌ها  $V$  بیان می‌شود.

### ۳- مدل فازی تاکاگی - سوگنو

مدل تاکاگی سوگنوی اصلی بر اساس قانون‌های اگر و آنگاه نوشته شده است که با استفاده از هر مجموعه قانون یک تابع را به طور ساده نشان می‌دهد. قوانین را می‌توان به صورت زیر نشان داد.

رویکرد فازی تاکاگی سوگنو از زمانی که شناخته شده پژوهش‌های زیادی را به خود جلب کرده است [۱۴-۱۶]. ایده این رویکرد شرح و توضیح سیستم‌های غیرخطی به وسیله‌ی تعداد محدودی از زیرسیستم‌های محلی خطی در نواحی کاری متفاوت است.

در این متن از رویکرد فازی تاکاگی سوگنو، سیستم غیرخطی به وسیله یک تناسب بین سیستم‌های محلی خطی بیان شده است. هر زیرسیستم محلی یک سیستم دینامیکی خطی تغییرناپذیر با زمان است که یک محدوده‌ی کاری را بیان می‌کند. بر اساس اطلاعات سه روش برای به دست آوردن سیستم‌های فازی تاکاگی سوگنو می‌تواند استفاده شود.

(۱) زمانی که سیستم غیرخطی به وسیله‌ی یک مدل جبری ریاضی نمی‌تواند بیان شود، از روش بلوکی استفاده می‌شود.

(۲) زمانی که مدل ریاضی غیرخطی در دسترس باشد از روش خطی استفاده می‌شود.

(۳) روش ناحیه‌ای غیرخطی

در مورد روش فازی تاکاگی سوگنو مطالعات بسیاری صورت گرفته است [۱۷، ۱۸].

#### ۳-۱ مدل فازی تاکاگی سوگنو

مدل فازی تاکاگی سوگنو [۴] به وسیلهی قواعد اگر- آنگاه شرح داده شده که بیان کنندهی روابط ورودی و خروجی از سیستم غیرخطی است. ویژگی های اصلی از مدل تاکاگی سوگنو قسمت های سیستم های غیرخطی را به وسیلهی مجموعه-هایی از مدل های خطی به هم ربط می دهد؛ بنابراین رفتار کلی غیرخطی از سیستم به وسیلهی ترکیب فازی مجموعه ای از زیرمجموعه ها به دست می آید.

جایی که  $\delta$  بیانگر یک عملگر است. برای سیستم های زمان پیوسته  $\delta x(t)$  یعنی  $\dot{x}(t)$  و برای حالت های سیستم های زمان پیوسته یعنی  $x(t) \in R^n \cdot x(t+1)$  یک بردار حقیقی است و همچنین داریم:

$$i \in \phi_r = \{1, \dots, n\}, u(t) \in R^m \quad (14)$$

که  $u(t)$  بردار ورودی و  $y(t) \in R^p$  نیز بردار خروجی می باشد.

همچنین  $z_1(t), \dots, z_\mu(t)$  متغیرهای پیش فرض هستند که می تواند به حالت ها، ورودی ها و یا هر دو بستگی داشته باشد. برای هر قاعده، یک وزن  $w_i(z(t))$  بستگی دارد به بردار  $z(t) = [z_1(t), \dots, z_\mu(t)]^T$  و همچنین به انتخاب عملگر منطقی بستگی دارد. عملگر منطقی "و" اغلب به عنوان ضرب انتخاب می شود.

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^{\mu} M_{ij}(z_j(t)), i = 1, \dots, r$$

$$w_i(z(t)) \geq 0, \forall t \geq 0 \quad (15)$$

مدل جامع به وسیلهی فرمول زیر بیان شده است:

$$\delta x(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (16)$$

$$= \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t))$$

جایی که داریم:

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (17)$$

بردار خروجی نیز با روش مشابه به دست می آید:

$$y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \quad (18)$$

تابع عضویت  $h_i(z(t))$  درجه فعال سازی از  $i$  امین اشتراک مدل محلی را نمایش می دهد. این تابع جبران سازی مدل متناظر محلی با مدل محلی را نمایش می دهد. همچنین این تابع انتقال تدریجی از مدل حاضر به مدل محلی همسایه را فراهم می کند. این توابع که عموماً به بردار حالت  $x(t)$  بستگی دارند، به شکل های مثلثی، سیگموئید، یا گوسی هستند و ویژگی های محدب بودن زیر را ارضا می کنند.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1 \\ 0 \leq h_i(z(t)) \leq 1 \end{cases} \quad (19)$$

از ویژگی های مدل فازی تاکاگی سوگنو این است که مجموعه های فازی فقط در محدودهی فرض مقدم قاعده فازی داده شده به کار می روند. بر اساس پژوهش ها سه روش برای به دست آوردن سیستم فازی تاکاگی سوگنو مورد استفاده قرار می گیرد.

## ۲ روش شناسایی بلوکی

مدل فازی تاکاگی سوگنو برای یک تخمینگر جامع از دینامیک سیستم های غیرخطی نشان داده شده است [۲۳،۲۲].  
یک مدل فازی تاکاگی سوگنو [۲۳] از قواعد زیر استفاده می کند.  
اگر  $z_1(t)$  برابر با  $M_{i1}$  باشد، و  $z_\mu(t)$  برابر با  $M_{i\mu}(t)$  باشد، آنگاه

$$\begin{aligned} \text{if } z_1(t) = M_{i1}, \dots, \text{ and } z_2(t) = M_{i\mu}(t), \text{ then} \\ \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \end{aligned} \quad (۱۳)$$

این روش مدل فازی تاکاگی سوگنو را از طریق مدل کردن اطلاعات ورودی خروجی به دست می آورد. زمانی که مدل سیستم غیرخطی وجود نداشته باشد، مناسب ترین روش، روش شناسایی بلوکی می باشد [۱۹-۱۷]. شکل کلی سیستم فازی تاکاگی سوگنو برای یک سیستم دینامیکی زمان پیوسته غیرخطی به وسیله فرمول زیر بیان می شود:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (۲۰)$$

$z(t) \in R^n$  بردار متغیر فرض مقدم هست و  $h(0)$ ،  $i \in \phi^r$  توابع عضویت هستند. این ها درجه عضویت از  $i$  امین مدل محلی اشتراکی را فراهم می کنند.

به طور کلی ساختار سیستم فازی تاکاگی سوگنو از متغیرهای ورودی خروجی موارد زیر را در برمی گیرد:

- تعریف ساختار فازی تاکاگی سوگنو
- تعریف توابع عضویت از متغیرهای پیش فرض مقدم
- تخمین پارامترهای توابع عضویت وابسته به مدل محلی
- ارزیابی عملکرد فازی تاکاگی سوگنو

برای تخمین پارامترها، از چندین روش بهینه محلی می توان استفاده کرد. این روش ها به مقایسه اطلاعات موجود بستگی دارد. اساس محاسبه ی این روش ها بر روی کوچک سازی تابع هزینه که از اختلاف بین خروج تخمینی از سیستم فازی تاکاگی سوگنو  $y_m(t)$  و خروجی اندازه گیری شده از سیستم  $y(t)$  می باشد. روش کوچک ترین مربعات با استفاده از خروجی های آشکار شده، بیشترین ملاک مورد استفاده است.

جایی که  $N$  محدوده ی بررسی مشاهدات و  $\theta$  برای بردار محلی سیستم فازی تاکاگی سوگنو و تابع فعال سازی استفاده می شود.

### ۳-۳ روش خطی سازی

در این حالت، سیستمی که دارای یک شکل جبری از مدل غیرخطی فرآیند فیزیکی هست لازم است که حول یک نقطه کار مشخص به صورت دقیق خطی سازی شود [۲۴]. سیستم غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \dot{x} = F(x(t), u(t)) \\ y(t) = G(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (۲۱)$$

جایی که  $G \in R^p$ ،  $F \in R^n$  توابع پیوسته ی غیرخطی هست،  $x(t) \in R^n$  بردار حالت است،  $u(t) \in R^m$  بردار ورودی هست،  $y(t) \in R^p$  بردار خروجی است. متعاقباً، ما سیستم غیرخطی (۲۴) را به وسیله ی یک سیستم فازی تاکاگی سوگنو بیان می کنیم، این سیستم شامل چندین مدل محلی خطی یا افاین است که به وسیله ی خطی سازی یک سیستم غیرخطی حول یک نقطه ی عملکرد دلخواه  $(x_i, u_i) \in R^n \times R^m$  به دست آمده است [۲۱].  
نمایش فازی تاکاگی سوگنو به صورت زیر است:

$$\dot{X}_m(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x_m(t) + B_i u(t) + D_i) \quad (۲۲)$$



$$y_m(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(C_i x_m(t) + E_i u(t) + N_i) \quad (23)$$

که مقادیر پارامترها به صورت زیر هستند:

$$A_i = \left. \frac{\partial F(x, u)}{\partial x} \right|_{x=x_i, u=u_i},$$

$$B_i = \left. \frac{\partial F(x, u)}{\partial u} \right|_{x=x_i, u=u_i}, \quad (24)$$

$$D_i = F(x_i, u_i) - A_i x_i - B_i u_i, \quad (25)$$

$$C_i = \left. \frac{\partial G(x, u)}{\partial x} \right|_{x=x_i, u=u_i},$$

$$E_i = \left. \frac{\partial G(x, u)}{\partial u} \right|_{x=x_i, u=u_i}, \quad (26)$$

$$N_i = F(x_i, u_i) - C_i x_i - E_i u_i \quad (27)$$

به خاطر داشته باشید که در این حالت، تعداد مدل های محلی،  $r$ ، به دقت مطلوب در مدل سازی، پیچیدگی سیستم غیرخطی و انتخاب ساختار تابع فعال سازی که باید ویژگی ها را برآورده سازد، بستگی دارد [۲۵].

#### ۴- طراحی کنترل کننده فازی تاکاگی سوگنو برای سیستم های چندعاملی غیرخطی

اگر معادله هر عامل فازی را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^n h_j(z_i)(A_j x_i + B_j u_i) \quad (28)$$

همچنین قواعد فازی را به صورت زیر تعریف می کنیم:

if  $x_1(t) = M_1$  and  $x_2(t) = M_2$ , then

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \quad (29)$$

if  $x_1(t) = M_3$  and  $x_2(t) = M_4$ , then

$$\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \quad (30)$$

در این صورت محاسبات به صورت زیر به دست می آید:

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^n h_j(z_i)(A_j x_i + B_j u_i) \quad (31)$$

$$\dot{x} = \underbrace{\left( \sum_{j=1}^n h_j(z) A_j \right)}_{A(z)} x + \underbrace{\left( \sum_{j=1}^n h_j(z) B_j \right)}_{B(z)} u \quad (32)$$

روابط برای عامل  $i$ ام به صورت زیر به دست می آید:

$$\dot{x}_i = A_i(z_i) x_i + B_i(z_i) u_i \quad (33)$$

و همچنین خطا برای هر عامل به شکل زیر می باشد:

$$e_i = \sum a_{ij} (x_j - x_i) + (x_d - x_i) \quad (34)$$

$$E = -[(L + B)] \otimes I_N (x - x_d) \quad (35)$$

که  $a_{ij}$  وزن بین عامل ها،  $x_d$  موقعیت مطلوب،  $L$  ماتریس لاپلاسین،

و  $I_N$  ماتریس واحد برای عامل ها می باشد.

اگر  $X$  یک بردار با  $N$  عامل باشد به صورت  $X = [x_1, \dots, x_N]^T$  آنگاه مشتق آن به صورت زیر به دست می آید:

$$\dot{X} = (I_N \otimes A_i)X + (I_N \otimes B_i)U \quad (36)$$

$$\dot{X}_d = (I_N \otimes A_i)X_d + Mr \quad (37)$$

و با توجه به رابطه (۳۷) و (۳۸) و (۳۹) داریم:

$$\dot{E} = -[(L+B) \otimes I_n]((I_N \otimes A_i)(x - x_d) + (I_N \otimes B_i)u_i - Mr) \quad (38)$$

با ساده سازی روابط داریم:

$$\dot{E} = ((I_N \otimes A_i)E - ((L+B) \otimes I_n)(I_N \otimes B_i)u_i + ((L+B) \otimes I_n)Mr) \quad (39)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{E} &= A''E + B''U_i - B''r_i \\ U_i &= -K_{(z)}E_i + r_i \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\dot{E} = (A''E - B''K_{(z)}E_i + B''r_i - B''r_i)$$

$$\dot{E} = (A''_{(z)} - B''_{(z)}k)E_i \quad (40)$$

با انتخاب یک تابع لیاپانوف مناسب داریم:

$$V = \frac{1}{2}E^T pE \quad (41)$$

و با در نظر گرفتن پارامترهای  $E$  و  $H$  به صورت زیر:

$$E = M(x - x_d) \rightarrow \dot{E}^T = (\dot{x}^T - \dot{x}_d^T)M^T \quad (42)$$

$$H = A''_{(z)} - B''_{(z)}k \quad (43)$$

$$\dot{V} = \frac{1}{2}\dot{E}^T pE + \frac{1}{2}E^T p\dot{E} \quad (44)$$

$$V = \frac{1}{2}E^T H^T pE + \frac{1}{2}E^T HpE = \frac{1}{2}E^T (H^T p + pH)E \quad (45)$$

که در معادله فوق برای منفی شدن تابع لیاپانوف باید مقدار  $Q = H^T p + pH < 0$  باشد؛ که محاسبات به شکل زیر است:

$$Q < 0 \Rightarrow (A'' - B''K)^T p + p(A'' - B''K) < 0 \quad (46)$$

$$\Rightarrow (A''^T p + pA'' - K^T B''^T p - pB''K) < 0$$

با در نظر گرفتن مقادیر  $-Q_1 = A''^T p + pA''$  و  $-Q_2 = -K^T B''^T p - pB''K$  باید برای پایداری رابطه زیر برقرار باشد:

$$-Q_1 + Q_2 < 0 \Rightarrow Q_2 < Q_1 \quad (47)$$

یا می توان به صورت زیر نوشت:

$$-Q_1 - K^T B''^T p - pB''K < 0 \Rightarrow$$

$$-Q_1 - K^T B''^T P - P'' B'' K < 0 \quad (48)$$

برای برقراری روابط باید مقادیر پارامتری  $K$  به صورتی انتخاب شود که رابطه فوق حاصل شود و در این صورت اثبات پایداری روابط حاصل می شود.

## ۵- نتایج شبیه سازی

برای هر عامل سیستم زیر را در نظر می گیریم. این سیستم شامل دو متغیر حالت می باشد [۴].

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1(t) + x_1(t)x_2^3(t) \\ -x_2(t) + (3+x_2(t))x_1^3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u \quad (49)$$

برای سادگی ما فرض می‌کنیم که  $x_1(t) \in [-1,1]$  و  $x_2(t) \in [-1,1]$ . البته ما می‌توانیم برای ساخت مدل فازی هر محدوده‌ای را برای  $x_1(t)$  و  $x_2(t)$  فرض کنیم. معادله‌ی (۵۱) می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & x_1(t)x_2^3(t) \\ (3+x_2(t))x_1^2(t) & -1 \end{bmatrix} x(t) \quad (50)$$

جایی که  $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$  و  $x_1(t)x_2^3(t)$  و  $(3+x_2(t))x_1^2(t)$  عبارات غیرخطی هستند. برای عبارات غیرخطی  $z_1(t) \equiv x_1(t)x_2^2(t)$  و  $z_2(t) \equiv (3+x_2(t))x_1^2(t)$  تعریف می‌کنیم. سپس ما داریم:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & z_1(t) \\ z_2(t) & -1 \end{bmatrix} x(t) \quad (51)$$

حال باید ما مقادیر بیشینه و کمینه را برای  $z_1(t)$  و  $z_2(t)$  در محدوده‌ی  $x_1(t) \in [-1,1]$  و  $x_2(t) \in [-1,1]$  محاسبه کنیم؛ که این مقادیر به صورت زیر به دست آمده‌اند:

$$\max_{x_1(t), x_2(t)} z_1(t) = 1, \quad \min_{x_1(t), x_2(t)} z_1(t) = -1, \quad (52)$$

$$\max_{x_1(t), x_2(t)} z_2(t) = 4, \quad \min_{x_1(t), x_2(t)} z_2(t) = 0.$$

مقادیر  $z_1(t)$  و  $z_2(t)$  با استفاده از محاسبات مقادیر بیشینه و کمینه به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$z_1(t) = x_1(t)x_2^2(t) = M_1(z_1(t)).1 + M_2(z_1(t)).(-1), \quad (53)$$

$$z_2(t) = (3+x_2(t))x_1^2(t) = N_1(z_2(t)).4 + N_2(z_2(t)).(0),$$

در صورتی که داریم:

$$M_1(z_1(t)) + M_2(z_1(t)) = 1, \quad (54)$$

$$N_1(z_2(t)) + N_2(z_2(t)) = 1,$$

بنابراین توابع عضویت به صورت زیر به دست می‌آید:

$$M_1(z_1(t)) = \frac{z_1(t)+1}{2}, \quad M_2(z_1(t)) = \frac{1-z_1(t)}{2}, \quad (55)$$

$$N_1(z_2(t)) = \frac{z_2(t)}{4}, \quad N_2(z_2(t)) = \frac{4-z_2(t)}{4}, \quad (56)$$

ما به ترتیب توابع عضویت را به صورت "مثبت"، "منفی"، "بزرگ" و "کوچک" نام گذاری می‌کنیم؛ بنابراین، سیستم غیرخطی رابطه (۵۱) به صورت مدل فازی زیر به دست می‌آوردیم.

Rule1: if  $z_1(t)$  is "positive" and  $z_2(t)$  is "big", then

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t)$$

Rule2: if  $z_1(t)$  is "positive" and  $z_2(t)$  is "small", then

$$\dot{x}(t) = A_2 x(t)$$

Rule3: if  $z_1(t)$  is "negative" and  $z_2(t)$  is "big", then

$$\dot{x}(t) = A_3 x(t)$$

Rule4: if  $z_1(t)$  is "negative" and  $z_2(t)$  is "small", then

$$\dot{x}(t) = A_4 x(t) \quad (57)$$

و مقادیر ماتریس ها به صورت زیر به دست می آید:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (58)$$

مقادیر فوق در رابطه ی ۵۹ جایگذاری می شود:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 h_i(z(t))A_i x(t), \quad (59)$$

و همچنین داریم:

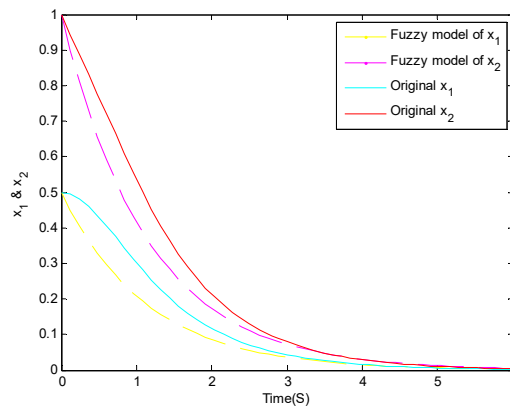
$$h_1(z(t)) = M_1(z_1(t)) \times N_1(z_2(t))$$

$$h_2(z(t)) = M_1(z_1(t)) \times N_2(z_2(t))$$

$$h_3(z(t)) = M_2(z_1(t)) \times N_1(z_2(t))$$

$$h_4(z(t)) = M_2(z_1(t)) \times N_2(z_2(t)). \quad (60)$$

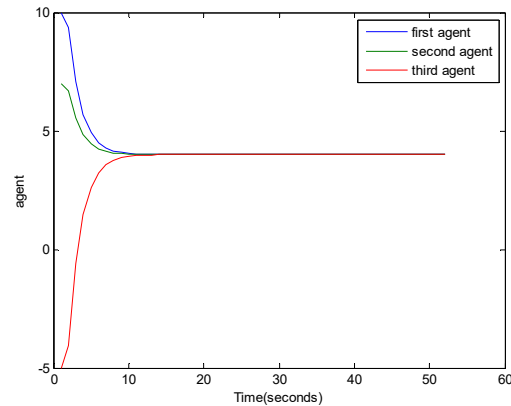
این مدل فازی به صورت دقیق سیستم غیر خطی را در ناحیه ی  $[-1,1] \times [-1,1]$  روی فضای  $x_1 - x_2$  نمایش می دهد. در شکل (۳) پاسخ زمانی مدل فازی به صورت دقیق پاسخ معادلات دیفرانسیلی اولیه را دنبال می کند. به این معنی که مدل فازی می تواند سیستم اولیه را در محدوده ی از پیش تعیین شده به صورت دقیق بیان کند. این موضوع از شکل (۳) که حتی خارج از محدوده ی  $x_1$  و  $x_2$  می باشد را آشکار می سازد.



شکل (۳): پاسخ فرکانسی از مدل فازی و سیستم اولیه

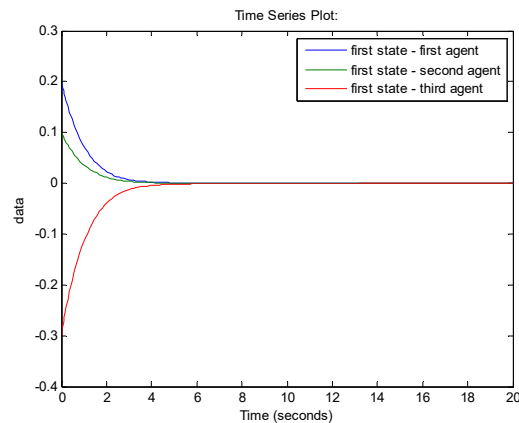
تقریب محلی برای یک سیستم فازی با چهار یا دو قاعده می تواند در نظر گرفته شود. تعداد قواعد مدل، مستقیماً به پیچیدگی تحلیل و طراحی قانون های کنترلی برای کنترل کننده فازی تاکاگی سوگنو ارتباط دارد. این به این دلیل است که تعداد قواعد مدل برای کنترل همه ی سیستم های فازی، اساساً ترکیبی از قواعد مدل و قواعد کنترلی می باشد. (برای مطالعه بیشتر بر روی طراحی پایه کنترل کننده های فازی تاکاگی سوگنو به مراجع ۲۵ و ۲۶ رجوع کنید).

با در نظر گرفتن یک سیستم ساده که شامل سه عامل باشد، شکل کلی پاسخ یک سیستم سه عاملی، در شکل (۵) نشان داده شده است.

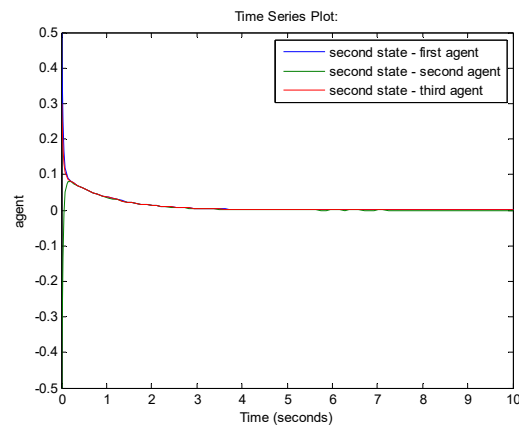


شکل (۴): شکل کلی یک سیستم با سه عامل

حال با طراحی یک کنترل کننده فازی برای سیستم های چندعاملی شکل کنترل شده عامل ها به صورت زیر می باشد. در این حالت برای هر یک از عامل ها یک کنترل کننده در نظر گرفته ایم:



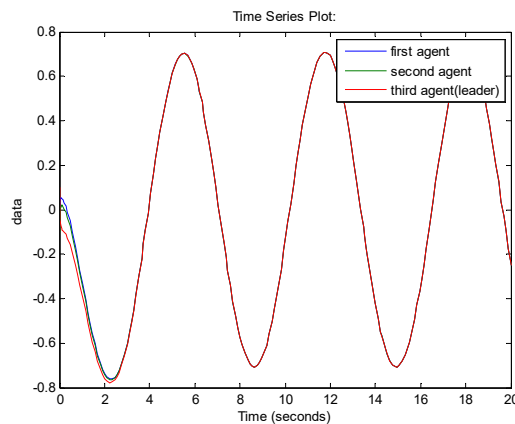
شکل (۵): اولین متغیر حالت از عامل های اول، دوم و سوم



شکل (۶): کنترل دومین متغیر حالت از عامل های اول، دوم و سوم



همان طور که از شکل های (۵) و (۶) ملاحظه می شود، سیستم چندعاملی غیرخطی مدنظر با استفاده از کنترل کننده فازی کنترل شده و متغیرهای حالت عامل های سیستم چندعاملی در زمان بسیار نزدیک به صفر به یکدیگر همگرا می شوند. همچنین ساختار پیروی از رهبر از معروف ترین ساختارها می باشد. در ساختار پیروی از رهبر، یکی از عامل ها به عنوان رهبر در نظر گرفته می شود، و بقیه عامل ها به عنوان دنبال کننده مشخص می شوند. عامل های دنبال کننده، رهبر را ردیابی می کنند و مشخص بودن رهبر برای گروه عامل ها فاصله ی مطلوبی از یکدیگر را حفظ می کنند. گراف متناظر با این ساختار دارای حلقه نیست. پیاده سازی این ساختار بسیار ساده می باشد اما در این ساختار، رهبر گروه برای کاربردهای مختلف گروه برای انجام کار باید از حالت همه ی عامل ها اطلاع داشته باشد که کاری مشکل است. در شکل (۷) ساختار سیستم چندعاملی با رهبر در نظر گرفته شده و با کنترل کننده فازی تاکاگی سوگنو کنترل شده است:



شکل (۷): کنترل دومین متغیرهای حالت با ساختار پیروی از رهبر

همان طور که در شکل (۷) نمایان است عامل ها به خوبی از رهبر پیروی کرده و با استفاده از سیستم فازی تاکاگی سوگنو به خوبی کنترل شده اند.

## نتیجه گیری

در این مقاله، یک کنترل کننده فازی تاکاگی سوگنو برای سیستم های چندعاملی تشریح و سپس پیاده سازی شد. برای هر یک از عامل ها یک سیستم غیرخطی و یکسان در نظر گرفته شد. سپس با استفاده از کنترل کننده فازی تاکاگی سوگنو عامل ها کنترل و به یک مقدار مشخص همگرا شدند.

با توجه به مزایای بیشتر سیستم های چندعاملی، طراحی کنترل کننده فازی تاکاگی سوگنو کاربرد این سیستم ها بیش از پیش مورد توجه قرار می دهد.

از مزایای روش بکار گرفته شده در طراحی کنترل کننده که به عنوان یک کنترل هوشمند دارای دقت بالایی نسبت به کنترل کننده های کلاسیک می باشد و نتایجی که به دست آمده کنترل عامل ها و همگرایی آن ها در زمان های نزدیک به صفر می باشد. مهم ترین مشخصات عبارتند از: استفاده از کنترل کننده هوشمند فازی تاکاگی سوگنو به عنوان یک راهکار جدید در کنترل سیستم های چندعاملی، نداشتن پیچیدگی های روش کنترل کلاسیک، دقت قابل قبول در کنترل سیستم ها، عدم نیاز به روش های خطی سازی جهت تقریب به منظور کاهش خطا.

کارایی و مقاوم بودن کنترل کننده پیشنهادی علاوه بر اثبات با شبیه سازی بر روی سیستم غیرخطی چندعاملی نشان داده شده است.

## مراجع

- [1] Wooldridge, M. (1966), "An Introduction to multiagent systems". Wiley, pp 105-125, 190-220.
- [2] R. Olfati-Saber, J. A. Fax, and R. M. Murray. (2007), "consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems," Proc. IEEE, 95(1), pp 215–233.
- [3] Y. Cao, W. Yu, W. Ren, and G. Chen. ( 2013), "An Overview of Recent Progress in the Study of Distributed Multi-Agent Coordination," IEEE Trans. Ind. Informatics, 9(1), pp 427–438.
- [4] Takagi T, Sugeno M. (1985), "Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control". IEEE Trans Syst Man Cybernetics. 15(1), pp 116–132.
- [5] Wang HO, Tanaka K, Griffin MF. (1996), "An approach to fuzzy control of nonlinear systems : stability and design issues". IEEE Trans Fuzzy Syst. 4(1), pp 14-23.
- [6] Chang WJ, Huang WH, Ku CC. (2011). "Robust fuzzy control for discrete perturbed time-delay affine Takagi- Sugeno fuzzy models." Int J Cont Aut Syst, 9 (1) pp 86–97.
- [7] EL Hajjaji A, Benzaouia A, Naib M. (2006), "Stabilization of fuzzy systems with constrained controls by using positively invariant sets". Math Prob Eng (Article ID. 013832) pp 1–17.
- [8] Lee DH, Park JB, Joo YH, Lin KC, Ham CH. (2010), "Robust  $H_2$  control for uncertain nonlinear active magnetic bearing systems via Takagi-Sugeno fuzzy models". Int J Control Autom Syst, 8(3) pp 636–646.
- [9] Nachidi M, Tadeo F, Hmamed A, Benzaouia A. (2007), "Static output-feedback stabilization for time-delay Takagi-Sugeno fuzzy systems". In: 46th conference decision control, New Orleans-LA, USA, pp 1634–1639.
- [10] M. Nachidi, A. Benzaouia, F. Tadeo and M. A. Rami. (2008), "LMI-Based Approach for Output-Feedback Stabilization for Discrete-Time Takagi--Sugeno Systems," in IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 16(5), pp 1188-1196.
- [11] Wang LK, Liu XD. (2010), "Robust  $H_2$  fuzzy control for discrete-time nonlinear systems". Int J Cont Auto Syst 8(1), pp 118–126.
- [12] H. Bai, M. Arcak, and J. Wen. ( 2011), "Cooperative Control Design - A Systematic, Passivity-Based Approach," in Cooperative Control Design, Springer New York. pp 1–17.
- [13] R. Olfati-Saber and R. M. Murray. (2004), "Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays," IEEE Trans. Autom. Control, 49(9), pp 1520–1533.
- [14] Huang D, Nguang SK. (2007), "Static output feedback controller design for fuzzy systems: an LMI approach". Inf Sci, 177(14), pp 3005–3015.
- [15] Huai-Ning W. (2008). "An ILMI approach to robust  $H_2$  static output feedback fuzzy control for uncertain discrete-time nonlinear systems". Automatica 4(1), pp 2333–2339.
- [16] Kau S, Lee H, Yang CM, Lee CH, Hong L, Fang CH. (2007). "Robust  $H_\infty$  fuzzy static output feedback control of T-S fuzzy systems with parametric uncertainties". Fuzzy Sets Syst 158(1), pp 135 –146.
- [17] Lo JC, Lin ML. (2003). "Robust  $H_\infty$  nonlinear control via fuzzy static output feedback". IEEE Trans Circuits Syst I50(11), pp 1494–1502.

- [18] Wang LX, Mendel JM. (1992), "Fuzzy basis functions, universal approximation and orthogonal least-squares". IEEE Trans Neural Netw, 3(5), pp 807–814.
- [19] Babuska R. (1998), "Fuzzy modeling for control". Kluwer Academic Publishers, Boston.
- [20] Gasso K. (2000), "Identification des Systèmes Dynamiques non Linéaires: Approche Multi modèles".
- [21] Wu HC, Lu CN. (1992), "Automatic fuzzy model identification for short term load forecast". IEEE Gener Transm Distrib 146(5), pp 477–482. (1999)
- [22] Buckley JJ. (1992), "Universal fuzzy controllers". Automatica 28(6), pp 1245–1248.
- [23] Castro J. (1995), "Fuzzy logic controllers are universal approximator". IEEE Trans Syst ManCybern-C, 25(4), pp 629–635.
- [24] Teixeira MCM, Stanislaw H. (1999), "Stabilizing controller design for uncertain nonlinear systems using fuzzy models". IEEE Trans Fuzzy Syst, 7(2), pp 133–142.
- [25] H. Ying. (2000), "Fuzzy Control and Modeling". Analytical Foundations and Applications. Wiley-IEEE Press.
- [26] J. Li, H. Wang, D. Niemann, and K. Tanaka. (2000), "Dynamic parallel distributed compensation for Takagi Sugeno fuzzy systems: An LMI approach," Information Sciences, 123(3-4), pp 201-221.