یک تابع هزینه داریم :

$$C(\alpha_i, \alpha_j, \tau) = \int_0^\tau c e^{-rt}\, dt + \int_\tau^\infty C_i(\xi_i, \gamma_i, \alpha_i) e^{-rt}\, dt + \int_0^\tau c e^{-rt}\, dt + \int_\tau^\infty C_j(\xi_j, \gamma_j, \alpha_j) e^{-rt}\, dt + I(\alpha_i, \alpha_j) e^{-rt}$$

مینیمم تابع بالا ساده شده و هدف پیدا کردن متغیرهای کنترلی سیستم، $\alpha_i^*, \alpha_j^*, v^*$ ، است :

$$\underbrace{min}_{\alpha_i,\alpha_j,\tau} \left\{ \left(H(\alpha_i + \alpha_j) + \frac{K}{2}(\alpha_i^2 + \alpha_j^2) + P \right) \left[e^{-\beta_1(v^* - v_0)} \right] + \frac{2c}{r} + a(\alpha_i + \alpha_j) \left[\frac{1}{r} e^{-\beta_1(v^* - v_0)} \right] \right.$$
$$- (\alpha_i + \alpha_j) \left[\frac{v^*}{r} e^{-\beta_1(v^* - v_0)} + \frac{\theta}{r^2} e^{-\beta_1(v^* - v_0)} \right]$$
$$- \left((\xi_j + (1 - \xi_j)\gamma_i)\alpha_j + (\xi_i + (1 - \xi_i)\gamma_j)\alpha_i \right) \left[\left(\left(A e^{\beta_1 v^*} - \frac{v^*}{r} + \frac{c}{r} - \frac{\theta}{r^2} \right) \mathbb{I}_{v^* < c} \right.\right.$$
$$\left.\left.\left. + B e^{\beta_2 v^*} \mathbb{I}_{v^* \geq c} \right) e^{-\beta_1(v^* - v_0)} \right] \right\},$$

عبارت $\mathbb{I}_{v<c}$ بیانگر یک عبارت شرطی است، یعنی تابعی که در آن، این عبارت وجود دارد به شرطی رخ میدهد که v<c باشد در غیر اینصورت این تابع مقدار صفر دارد.

قابل ذکر است که τ ذکر شده در تابع هزینه C که قرار است مینیمم شود، همان زمان v_τ است، که در دستگاه معادلات v^* را به دست می آوریم و زمانی که v_τ با v^* برابر شود یعنی همان زمان τ مد نظر ما خواهد بود.

توجه شود که $\gamma_i = \gamma_j$ و $\xi_i = \xi_j$

جوابهای به دست آمده متغیرهای کنترلی باید تحت شرایط زیر باشند:

If $v_\tau < c$: Self-consumption minimizes the prosumer net operative cost.

$$(\alpha_i^*, \alpha_j^*, v^*)_{v_\tau < c} : \begin{cases} 0 = H + K\alpha_i^* + \frac{a}{r} - \frac{v^*}{r} - \frac{\theta}{r^2} - (\xi_i + (1 - \xi_i)\gamma_j) \left(A e^{\beta_1 v^*} - \frac{v^*}{r} + \frac{c}{r} - \frac{\theta}{r^2} \right) \\ 0 = H + K\alpha_j^* + \frac{a}{r} - \frac{v^*}{r} - \frac{\theta}{r^2} - (\xi_j + (1 - \xi_j)\gamma_i) \left(A e^{\beta_1 v^*} - \frac{v^*}{r} + \frac{c}{r} - \frac{\theta}{r^2} \right) \\ 0 = -\beta_1 \left(P + H(\alpha_i + \alpha_j) + \frac{k}{2}(\alpha_i^2 + \alpha_j^2) \right) - \frac{a}{r}(\alpha_i + \alpha_j)\beta_1 - \frac{1}{r}(\alpha_i + \alpha_j)(1 - v^*\beta_1) \\ + \frac{\theta}{r^2}(\alpha_i + \alpha_j)\beta_1 + \left((\xi_j + (1 - \xi_j)\gamma_i)\alpha_j + (\xi_j + (1 - \xi_i)\gamma_j)\alpha_i \right) \left(A e^{\beta_1 v^*} - \frac{v^*}{r} + \frac{c}{r} - \frac{\theta}{r^2} \right) \beta_1 \\ \qquad - \left((\xi_j + (1 - \xi_j)\gamma_i)\alpha_j + (\xi_i + (1 - \xi_i)\gamma_j)\alpha_i \right) (\beta_1 A e^{\beta_1 v^*} - \frac{1}{r}) \end{cases}$$

If $v_\tau \geq c$: The prosumer minimize net operative cost by selling and buying energy to and from national grid.

$$(\alpha_i^*, \alpha_j^*, v^*)_{v_\tau \geq c}: \begin{cases} 0 = H + K\alpha_i^* + \frac{a}{r} - \frac{v^*}{r} - \frac{\theta}{r^2} - \left(\xi_i + (1-\xi_i)\gamma_j\right)\left(Be^{\beta_2 v^*}\right) \\ 0 = H + K\alpha_j^* + \frac{a}{r} - \frac{v^*}{r} - \frac{\theta}{r^2} - \left(\xi_j + (1-\xi_j)\gamma_i\right)\left(Be^{\beta_2 v^*}\right) \\ 0 = -\beta_1\left(P + H(\alpha_i + \alpha_j) + \frac{k}{2}(\alpha_i^2 + \alpha_j^2)\right) + \frac{a}{r}(\alpha_i + \alpha_j)\beta_1 - \frac{1}{r}(\alpha_i + \alpha_j)(1 - v^*\beta_1) \\ \quad + \frac{\theta}{r^2}(\alpha_i + \alpha_j)\beta_1 + \left(\left(\xi_j + (1-\xi_j)\gamma_i\right)\alpha_j + \left(\xi_j + (1-\xi_i)\gamma_j\right)\alpha_i\right)\left(\beta_1 Be^{\beta_2 v^*}\right) \\ \quad - \left(\left(\xi_j + (1-\xi_j)\gamma_i\right)\alpha_j + \left(\xi_i + (1-\xi_i)\gamma_j\right)\alpha_i\right)\left(\beta_2 Be^{\beta_2 v^*}\right) \end{cases}$$

و یک شرط دیگر:

$$C_i(\xi_i, \gamma_i, \alpha_i) = a\alpha_i + c - v_t\alpha_i - [\xi_i\alpha_i + (1-\xi_j)\alpha_j\gamma_i](c - v_t)\mathbb{I}_{v<c}$$

$$\begin{cases} C_i(\xi_i, \gamma_i, \alpha_i) < c, \\ C_i(\xi_i, \gamma_i, \alpha_i) \ < \ C_i(\xi_i, 0, \alpha_i), \ \ iff \ v_t < c \\ C_i(\xi_i, \gamma_i, \alpha_i) \ \geq \ C_i(0,0,\alpha_i), \ \ iff \ v_t \geq c \end{cases}$$

حرکت تصادفی v_t یک حرکن براونی حسابی است:

$$v_t = v_0 + \theta t + \sigma W_t$$

$$\mathbb{E}_0[v_t] = v_0 + \theta t$$

	Parameter	Value	Description
1	θ	-3.19	Drift
2	σ	34.30	Volatity
3	V_0	87.13	Price v_t at the beginning of the time period
4	c	154.00	Cost to buy energy from National Grid
5	T	25	PV plant life time (yrs)
6	r	0.05	Discounted Rate
7	LCOE	100.00	Levelized cost of electricity for PV plants euro
8	K	2853.98	PV plant cost od capital
9	a	0	PV plant maintenance cost
10	H	-0.15K	Prosumer gain from cooperation
11	P	0.10K	Cost to access to virtual exchange platform
12	ξ_i	0.30	Prosumer's self consumption parameter
13	γ_i	0.10	Prosumer's exchange parameter
14	A	87.358098	
15	B	5377.3164	
16	β_1	0.0123214	
17	β_2	-0.0068985	

خروجی‌های مورد نیاز مدل پس از به دست آوردن مقدار بهینه متغیرها :

1. $\alpha_i^* = \alpha_j^*$
2. $\boldsymbol{v}^*$
3. $I_i^* = \frac{1}{2} I\left(\alpha_i^*, \alpha_j^*\right) = \frac{1}{2}[P + \frac{K}{2}\left((\alpha_i^*)^2 + (\alpha_j^*)^2\right) + H(\alpha_i^* + \alpha_j^*)]$
4. $\mathbb{E}_0[OC_i^*] = \mathbb{E}_0[\int_0^\tau ce^{-rt}\, dt + \int_\tau^\infty C_i^*\, (\alpha_i^*, \alpha_j^*, v_\tau^*) e^{-rt} dt]$

Scenario	$\boldsymbol{\alpha_i^*}$	$\boldsymbol{v}^*$	$\boldsymbol{I_i}^*$	$\mathbb{E}_0[\boldsymbol{OC_i^*}]$
$\mathrm{E}(v_\tau \geq c)$	1.635163	259.119	3258.118	2247.551
$\mathrm{E}(v_\tau < c)$	**0.948976**	**139.987**	1021.530	**1951.837**