

" به نام خدا "

۱- نمودار سه بعدی تقاطع دو تابع $f(x, y) = x^2 + y^2$ و $g(x, y) = 16 - x^2 - y^2$ را برای $-3 \leq x \leq 3$ و $-3 \leq y \leq 3$ را رسم کنید.

۲- یک جرم m به یک فنر با ثابت فنر k متصل شده و روی یک سطح افقی بدون اصطکاک نوسان می‌کند. مکان جرم بر حسب زمان از رابطه زیر داده می‌شود:

$$x(t) = A \cos(\omega t)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ که در آن}$$

مقادیر زیر را در نظر بگیرید:

$$A = 0.2 \text{ m}$$

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$k = 25 \text{ N/m}$$

الف) بسامد زاویه‌ای ω را محاسبه کنید.

ب) نمودار مکان-زمان را در بازه $0 \leq t \leq 4\pi$ رسم کنید.

پ) با استفاده از مشتق‌گیری، تابع سرعت $v(t)$ را به‌دست آورده و نمودار سرعت-زمان را در همان بازه سوال ۲ رسم کنید.

ت) مقدار دامنه A را تغییر دهید و بررسی کنید که این تغییر چه اثری بر نمودار مکان-زمان دارد.

۳- به عنوان یک معلم فیزیک فرض کنید می‌خواهید مفهوم جمع بردار نیروها را به دانش‌آموزان نشان دهید و تصمیم دارید با استفاده از Mathematica نمودار گرافیکی ایجاد کنید. فرض کنید که دو نیرو به یک نقطه وارد می‌شوند:

$$\vec{F}_1 = 5 \text{ N در جهت افقی یا } (x)$$

$$\vec{F}_2 = 3 \text{ N در جهت } 60^\circ \text{ نسبت به محور افقی}$$

الف) با استفاده از قوانین مثلثی بردارها، بزرگی و جهت نیروی مؤثر $\vec{F}_{tot}$ را محاسبه کنید.

ب) بردارها را در Mathematica رسم کنید به طوری که دانش‌آموز بتواند جهت و بزرگی هر نیرو و بردار مؤثر را مشاهده کند.

پ) نمودار را طوری رنگ آمیزی کنید که هر بردار یک رنگ متفاوت داشته باشد و بردار مؤثر نیز مشخص باشد.

۴- یک حلقه دایروی با شعاع $R = 0.1 \text{ m}$ جریان $I = 5 \text{ A}$ دارد. میدان مغناطیسی روی محور z حلقه طبق رابطه زیر داده می‌شود:

$$B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

که در آن $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}$

الف) تابع میدان $B(z)$ را در متمتیکا تعریف کنید.

ب) نمودار $B(z)$ را بر حسب z در بازه $-0.2 \leq z \leq 0.2$ متر رسم کنید.

پ) مقدار جریان I و شعاع حلقه R را تغییر دهید و اثر آن‌ها روی نمودار مشاهده کنید.

۵- گلوله ای را در نظر بگیرید که با سرعت اولیه $v_0 = 400 \text{ m/s}$ و زاویه $\theta_0 = \pi/4$ از سطح زمین شلیک می‌شود. با فرض $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ نمودار حرکت این پرتابه را در بازه $t = 0$ تا $t = 70 \text{ s}$ را رسم کنید. تعیین کنید در چه زمانی به زمین برخورد می‌کند و هنگام برخورد به زمین جابجایی افقی آن چقدر خواهد بود. همچنین نمودار حرکت $x-y$ را نیز رسم کنید.