



بسمه تعالی

دانشگاه آیت ا... العظمی بروجردی
تحصیلات تکمیلی دانشکده‌ی علوم پایه
پیشنهادیه‌ی موضوع تحقیق پایان‌نامه کارشناسی ارشد

نام و نام خانوادگی: افشین رحمانی
گرایش اصلی: مالی
استاد راهنما: دکتر مرجان علی یاری
عنوان پایان‌نامه: بهینه‌سازی سبد سهام مارکویتز با توجه به هزینه‌های معاملاتی

شماره‌ی دانشجویی: ۴۰۳۱۲۶۱۲۱۰۵
موبایل: ۰۹۱۶۸۵۸۲۲۳۴

رشته: ریاضی
تلفن: ۰۶۶۴۲۳۳۸۳۰۶

Markowitz Portfolio Optimization with Respect to Transaction Costs

مالکیت نتایج

کلیه‌ی حقوق مادی مترتب بر این پایان‌نامه متعلق به دانشگاه آیت ا... العظمی بروجردی و انتشار نتایج آن نیز تابع مقررات این دانشگاه است و با موافقت استاد راهنمای محترم دکتر مرجان علی یاری پایان‌نامه صورت می‌گیرد.
تاریخ و امضای دانشجو: افشین رحمانی

تایید استاد راهنما

ضمن تایید این پیشنهادیه از نظر علمی و نگارشی، آمادگی خود را برای راهنمایی آقای افشین رحمانی در تمام مراحل انجام، ارایه و ارزیابی پایان‌نامه‌ای با موضوع تحقیق مزبور و محتوای مبتنی بر مقالات پیوست، بر اساس مقررات دانشگاه و دانشکده اعلام می‌دارم و دکتر محمدرضا حدادی را به عنوان استاد مشاور پیشنهاد می‌کنم.
تاریخ و امضا: دکتر مرجان علی یاری

تایید استاد مشاور

بدین وسیله اینجانب دکتر محمدرضا حدادی آمادگی خود را برای مشاوره‌ی آقای افشین رحمانی در تمام مراحل انجام، ارایه و ارزیابی پایان‌نامه‌ای با موضوع تحقیق مزبور و بر اساس مقررات دانشگاه و دانشکده اعلام می‌دارم.
تاریخ و امضا: دکتر محمدرضا حدادی

تایید شورای گروه تخصصی

این پیشنهادیه در جلسه‌ی به شماره مورخ شورای گروه تخصصی مربوطه در دانشکده‌ی علوم پایه به تصویب رسید.
تاریخ و امضا مدیر گروه: دکتر مرجان علی یاری

تایید شورای پژوهشی دانشکده

این پیشنهادیه در جلسه‌ی به شماره مورخ شورای پژوهشی دانشکده‌ی علوم پایه به تصویب رسید.
تاریخ و امضا معاون پژوهشی دانشکده: دکتر مهدی صادقی

بیان مساله

یکی از مسائل مهم در سرمایه‌گذاری، انتخاب سبد سرمایه‌گذاری^۱ به صورت بهینه و به حداقل رساندن ریسک در سطوح مختلف بازده است. مارکوویتز^۲ (۱۹۵۳) در الگوی کلاسیک خود نشان داد چگونه با توجه به دو عامل ریسک و بازده، یک سبد سرمایه‌گذاری بهینه تشکیل داد^۳. نظریه کلاسیک سبد سرمایه‌گذاری مارکوویتز، با تأکید بر بهینه‌سازی ریسک-بازده، حوزه مدیریت سبد سرمایه‌گذاری مالی را متحول کرد. با این حال، شرایط دنیای واقعی، مانند هزینه‌های معاملاتی^۴، محدودیت‌های نقدینگی و اصطکاک‌های بازار، اغلب کاربرد عملی این نظریه را تضعیف کرده‌اند. هدف این پژوهش، گسترش مدل مارکوویتز با گنجاندن هزینه‌های معاملاتی و بررسی تأثیر آن‌ها بر بهینه‌سازی و عملکرد سبد سرمایه‌گذاری است. در این راستا، عملکرد سبد سرمایه‌گذاری مارکوویتز تعدیل شده با هزینه معاملات در مقایسه با مدل سنتی (بدون در نظرگیری هزینه‌های معاملات) مورد تحلیل قرار خواهد گرفت.

پیشینه تحقیق

مدیریت سبد سرمایه‌گذاری و انتخاب ترکیب بهینه دارایی‌ها، از کلیدی‌ترین چالش‌های پیش روی سرمایه‌گذاران و مدیران مالی است که هدف نهایی آن، دستیابی به بالاترین بازده ممکن در سطح مشخصی از ریسک است. مدل کلاسیک مارکوویتز که بر پایه بهینه‌سازی میانگین-واریانس استوار است، برای دهه‌ها به عنوان سنگ بنای این حوزه مطرح بوده است. انتخاب سبد بهینه سرمایه‌گذاری بر مبنای مدل مارکوویتز دارای دو تابع هدف است: یکی حداکثر کردن بازده سبد و دیگری حداقل کردن ریسک آن. مارکوویتز، واریانس یا انحراف استاندارد را به عنوان معیاری از ریسک به کار گرفت و فرض کرد که ریسک سبد می‌تواند به صورت رابطه (۱) فرمول‌بندی شود:

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \omega_i \omega_j \sigma_{ij}, \quad (1)$$

که در مدل فوق ω_i و ω_j به ترتیب سهم سرمایه‌گذاری در سهام i و j ، σ_{ij} کوواریانس بین دارایی‌های i و j است. رابطه (۱)، کل واریانس (ریسک) سبد سرمایه‌گذاری را حداقل می‌کند^[۱۳]. در دنیای واقعی، سرمایه‌گذاران با محدودیت‌های متعددی مانند هزینه‌های معاملات، اندازه سبد سرمایه‌گذاری، افزایش تعداد متغیرها و موارد مشابه روبه‌رو هستند که هر یک از این محدودیت‌ها می‌تواند به‌تنهایی مسئله بهینه‌سازی را پیچیده کرده و آن را با چالش مواجه سازد. مدل مارکوویتز در مواجهه با بازارهای واقعی با چالش‌های جدی مواجه می‌شود. برای مثال این مدل فرض می‌کند که بازده مورد انتظار دارایی‌ها توزیع نرمال است، که به وسیله دو پارامتر میانگین و واریانس به طور کامل بیان می‌شود، در حالی که این فرض در دنیای واقع در بسیاری از اوقات نادرست است^[۴]. یکی دیگر از محدودیت‌های این مدل نادیده گرفتن هزینه‌های معاملاتی است که اگر چه مسئله را ساده می‌کند اما کاربرد آن را در بازارهای واقعی محدود می‌کند^[۱۰]. هزینه‌های معاملاتی، نظیر کارمزد کارگزاری و مالیات، اگرچه به‌ظاهر سهم اندکی از ارزش هر معامله را تشکیل می‌دهند، اما در صورت وقوع تکرار معاملات به‌ویژه در نتیجه تنظیمات مکرر در ترکیب سبد سرمایه‌گذاری مجموع مبالغ پرداختی به‌صورت درصدی از ارزش کل معاملات می‌تواند قابل توجه باشد. این هزینه‌ها تأثیر قابل توجهی بر ثروت حاصل از سرمایه‌گذاری داشته و بخش عمده‌ای از سود بالقوه را تحلیل می‌برند. با وجود این محدودیت‌ها، پژوهشگران همواره در پی توسعه مدل مارکوویتز با در نظر گرفتن این محدودیت‌ها هستند. بنابراین، آن‌ها برای کاربردی کردن رابطه (۱) در مسئله بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، به آن به‌عنوان یک مسئله چندهدفه می‌نگرند. به این صورت که بازده مورد انتظار به‌عنوان تابع هدف اول باید حداکثر و ریسک به‌عنوان تابع هدف دوم باید حداقل شود. بنابراین، شکل استاندارد محدودیت‌ها و اهداف

¹ portfolio

² Markowitz

³ Transaction Costs

مطابق معادله زیر خواهد بود:

$$\max \quad \mu_p = \sum_{i=1}^N \omega_i \mu_i, \quad (2)$$

$$\min \quad \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \omega_i \omega_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N \omega_i = 1, \quad (4)$$

$$0 \leq \omega_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

که در آن، μ_i بازده مورد انتظار دارایی i ام، ω_i نسبت سرمایه‌گذاری در دارایی i ام، N تعداد دارایی‌های در دسترس، σ_i و σ_j به ترتیب، انحراف معیار بازده سهام i و j و ρ_{ij} همبستگی بین دارایی i و j است. بنابراین طبق روابط بالا، رابطه (۲)، بازده سبد سهام را حداکثر می‌کند، رابطه (۳)، ریسک سرمایه‌گذاری را به حداقل می‌رساند، در رابطه (۴) شاهد این هستیم که مجموع وزن‌های سرمایه‌گذاری همواره ۱ خواهد بود و در نهایت، رابطه (۵) به کران بالا و پایین وزن سرمایه‌گذاری اشاره می‌کند که بین صفر و یک است [۱]. در تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری، دو مؤلفه اصلی وجود دارد: میزان ریسک و بازده دارایی‌ها. سرمایه‌گذاران عموماً هنگام انتخاب سبد خود در حال تبادل بین ریسک و بازده هستند و هرچه سطح ریسک بالاتر باشد، انتظار بازده بیشتری نیز خواهند داشت. در این راستا، شناسایی مرز کارا^۱ مربوط به سبد دارایی‌ها، این امکان را به سرمایه‌گذاران می‌دهد که با توجه به میزان ریسک‌پذیری یا ریسک‌گریزی خود و تابع مطلوبیت شخصی، نقطه‌ای را روی مرز کارا انتخاب کنند. از این طریق، با انتخاب ترکیب بهینه پرتفوی، می‌توانند به بیشترین بازده ممکن با در نظر گرفتن شرایط موجود دست یابند [۱۴]. با این وجود، در عمل، ساخت و مدیریت چنین پرتفوی‌هایی با هزینه‌های معاملاتی همراه است. وجود این هزینه‌های معاملاتی می‌تواند مزایای حاصل از بهینه‌سازی پرتفوی، به ویژه در استراتژی‌های فعالی که نیازمند تعدیلات مستمر هستند، را تا حد زیادی خنثی کند. مطالعات در این حوزه را می‌توان به دو دسته خارجی و داخلی تقسیم کرد:

الف) مطالعات خارجی

انتخاب سبد با در نظر گرفتن هزینه معاملات با مقالات بنیادی ماگیل^۲ و کنستانتینیدس^۳ (۱۹۷۶)، کنستانتینیدس (۱۹۸۶) و دوما^۴ و لوچیانو^۵ (۱۹۹۱) آغاز می‌شود چندین مطالعه، از جمله پژوهش‌های پرولد^۶ (۱۹۸۸) و فرسون^۷ و خانگ^۸ (۲۰۰۲)، تأثیر هزینه‌های معامله بر تصمیمات تخصیص دارایی را بررسی کرده‌اند. نتایج این مطالعات نشان می‌دهد که هزینه‌های معامله می‌تواند منجر به کاهش حجم معاملات و نرخ گردش مالی پایین‌تر شود. همچنین، چندین بسط برای مدل مارکوویتز پیشنهاد شده است تا هزینه‌های معاملات را در نظر بگیرد. به عنوان نمونه، لیو^۹ و همکاران (۲۰۰۲) و برندت^{۱۰} و همکاران (۲۰۰۹) مدل‌هایی را توسعه دادند که تأثیر هزینه‌های معاملات را به حداقل می‌رسانند و در عین حال موازنه ریسک-بازده را بهینه می‌کنند. با این حال، این رویکردها عمدتاً نظری بوده‌اند و اعتبارسنجی تجربی آنها

¹Efficient Frontier

²Magill

³Constantinides

⁴Dumas

⁵Luciano

⁶Perold

⁷Ferson

⁸Khang

⁹Liu

¹⁰Brandt

محدود است. کیربی^۱ و اوستدیک^۲ (۲۰۱۲)، به بهینه سازی سبدهای با روش میانگین-واریانس با در نظر گرفتن یک حد بالا برای هزینه های معاملاتی، به عنوان یکی از محدودیت های مساله پرداختند. گارلیانو^۳ و پدرس^۴ (۲۰۱۳)، به بررسی معاملات پویا در حالت قابل پیش بینی بودن بازدهی ها و هزینه های معاملاتی پرداختند. دمیگویل^۵ (۲۰۰۹)، به بررسی تاثیر عدم قطعیت در پارامترها در بهینه سازی سبدهای با محدودیت هزینه های معاملاتی پرداخت. بسیاری از مطالعات دانشگاهی، هزینه های معاملات را در نظر می گیرند مشکل این است که اکثر چنین مطالعاتی این کار را به روشی غیرواقعی و غیربهینه انجام می دهند: زیرا فرض می کنند که هزینه های معاملات در بین سهام ثابت است و همچنین هزینه های معاملات را در مرحله انتخاب سبدهای سهام در نظر نمی گیرند. و پس از انجام معامله، آنها را پرداخت می کنند. برای نمونه می توان به مطالعات نیلی^۶ و همکاران (۲۰۱۴)، آو^۷ و همکاران (۲۰۱۹)، کان^۸ و همکاران (۲۰۲۲) و چن^۹ و همکاران (۲۰۲۴) اشاره کرد، انتظار می رود انجام این کار منجر به عملکرد خالص بدتر (یعنی عملکرد پس از هزینه های معاملات) شود، حداقل برای استراتژی های با گردش مالی بالا. بنابراین، لدویت^{۱۰} و ولف^{۱۱} روشی را برای محاسبه هزینه های معاملات در مرحله انتخاب پرتفوی پیشنهاد می کنند [۱۱].

ب) مطالعات داخلی

پوراحمدی و نجفی (۱۳۹۴) در پژوهش خود، مدل بهینه سازی یک دوره ای را به یک مدل بهینه سازی پویا و چند دوره ای ارتقا دادند و در مدل پیشنهادی، هزینه معاملات را نیز لحاظ کردند. نتایج آن ها نشان داد که مدل پویای پیشنهادی در دوره های کوتاه مدت از نظر آماری تفاوت محسوسی با مدل تک دوره ای ندارد، اما برتری آن در دوره های بلندمدت چشمگیر است. عطرقچی و رامتین نیا (۱۳۹۷) در پژوهشی، ۳۷ روش کاهش هزینه های معاملاتی را به صورت عملی برای سه روش مختلف تشکیل سبدهای سهام پیاده سازی کردند. نتایج این مطالعه با هدف بررسی و مقایسه عملکرد این روش ها، به معرفی مؤثرترین راهکارها برای کاهش هزینه های معاملاتی منجر شد.

اهداف تحقیق

هدف این پژوهش، بهینه سازی سبدهای با انتخاب از ۵۰ شرکت برتر در بورس، و بررسی تاثیر هزینه های معاملاتی بر سبدهای انتخاب شده است. از این رو فرضیه های تحقیق به این شرح مطرح می شود:

فرضیه اول: تاثیر هزینه های معاملات روی وزن های بهینه پرتفوی حاصل از مدل مارکوویتز به چه صورت است.

فرضیه دوم: تاثیر هزینه های معاملاتی روی بازده، ریسک و نسبت شارپ سبدهای انتخاب شده به چه صورت است.

روش شناسی تحقیق

الف) روش تحقیق

پژوهش حاضر با رویکرد کمی و بهره گیری از داده های واقعی قیمت سهام و شبیه سازی، به تحلیل تاثیر هزینه های معاملات بر بهینه سازی سبدهای مارکوویتز می پردازد. داده های مورد استفاده در این پژوهش از سایت اطلاع رسانی شرکت مدیریت فناوری بورس اوراق بهادار تهران گردآوری می شوند.

¹Kirby

²Ostdiek

³Garleanu

⁴Pedersen

⁵DeMiguel

⁶Neely

⁷Ao

⁸Kan

⁹Chen

¹⁰Ledoit

¹¹Wolf

ب) جامعه آماری

۵۰ شرکت برتر در بورس از سال ۱۳۹۹ تا ۱۴۰۴.

ج) ابزار گردآوری داده‌ها (پرسشنامه، مصاحبه و ...)

داده‌های بازار سهام با استفاده از اطلاعات سایت اطلاع رسانی شرکت مدیریت فناوری بورس اوراق بهادار تهران.

د) روش تجزیه و تحلیل داده‌ها

تحلیل با استفاده از نرم افزارهای مانند Python، Matlab یا R.

مراجع

- [۱] آقامحمدی، رضا، تهرانی، رضا و خادمی، مریم. (۱۴۰۱). بررسی اثرانتخاب دوره مطالعه بر حل بهینه‌سازی سبد سهام بر اساس معیار متفاوت ریسک با استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری. چشم انداز مدیریت مالی، شماره ۳۷، ۱۲۲-۹۵.
- [۲] پوراحمدی، زهرا، و نجفی، امیرعباس. (۱۳۹۴). بهینه سازی پویای سبد سرمایه گذاری با توجه به هزینه معاملات. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار (مدیریت پرتفوی)، (۶(۲۴)، ۱۷۲-۱۵۳.
- [۳] سلطانی نژاد، محمد، و دولو، مریم. (۱۳۹۵). بهینه سازی سبد سرمایه گذاری با استفاده از روش های خوشه بندی. مدیریت دارایی و تامین مالی، (۴) ۴، ۱۶-۱.
- [۴] عباسی، ابراهیم، تیمورپور، بابک، و برجسته ملکی، منوچهر. (۱۳۸۸). کاربرد ارزش در معرض ریسک (VaR) در تشکیل سبد سهام بهینه در بورس اوراق بهادار تهران. تحقیقات اقتصادی، (۱۷) ۴۴، ۱۱۴-۹۱.
- [۵] عطرچی، رومینا، و رامتین نیا، شاهین. (۱۳۹۷). بررسی شیوه های کاهش هزینه های معاملاتی در روش های بهینه سازی سبد سهام در بورس اوراق بهادار تهران. دانش سرمایه گذاری، (۲۶) ۷، ۳۰-۱۷.
- [6] Brandt, M. W., Santa-Clara, P., & Valkanov, R. (2009). Parametric portfolio policies: Exploiting characteristics in the cross-section of equity returns. *The Review of Financial Studies*, 22(9), 3411-3447.
- [7] Constantinides, G.M. (1986). Capital market equilibrium with transaction costs. *Journal of political Economy*, 94(4), 842-862.
- [8] Dumas, B., & Luciano, E. (1991). An exact solution to a dynamic portfolio choice problem under transactions costs. *The Journal of Finance*, 46(2), 577-595.
- [9] Ferson, W., & Khang, K. (2002). Conditional performance measurement using portfolio weights: Evidence for pension funds. *Journal of Financial Economics*, 65(2), 249-282.
- [10] Kellerer, H., Mansini, R., & Speranza, M. G. (2000). Selecting portfolios with fixed costs and minimum transaction lots. *Annals of Operations Research*, 99(1), 287-304.
- [11] Ledoit, O. and Wolf, M. (2025). Markowitz portfolios under transaction costs. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 100, 101962.
- [12] Liu, H., & Loewenstein, M. (2002). Optimal portfolio selection with transaction costs and finite horizons. *The Review of Financial Studies*, 15(3), 805-835.
- [13] Markowitz, H. M. (1991). *Portfolio selection: Efficient diversification of investments*. New York, NY: Yale University Press, John Wiley
- [14] Paiva, F. D., Cardoso, R. T. N., Hanaoka, G. P., & Duarte, W. M. (2019). Decision-making for financial trading: A fusion approach of machine learning and portfolio selection. *Expert Systems with Applications*, 115: 635-655.