



همه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و نوآوری های ناشی از پژوهش موضوع این پایان نامه متعلق به دانشگاه رازی است.



دانشکده فنی مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

عنوان پایان نامه

تحلیل کمانش حرارتی ورق های دوزنقه ای شکل کامپوزیتی حاوی سیم های حافظه دار

استاد راهنما:

دکتر محمدحسین یاس

استاد مشاور:

دکتر سعید کمربان

نگارش:

فاطمه بساطی

شهریور ۱۳۹۷



دانشکده فنی مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی

دانشجو:

فاطمه بساطی

با عنوان

تحلیل کمانش حرارتی ورق های دوزنقه ای کامپوزیتی حاوی سیم های حافظه دار

در تاریخ	توسط هیأت داوران زیر بررسی شد و با درجه	به تصویب نهایی رسید:
۱- استاد/استادان راهنمای	دکتر	با مرتبه علمی امضاء
۲- استاد/استادان مشاور	دکتر	با مرتبه علمی امضاء
۳- استاد/استادان داور داخل گروه	دکتر	با مرتبه علمی امضاء
۴- استاد/استادان داور خارج از گروه	دکتر	با مرتبه علمی امضاء

پاسکزاری

پروردگارا...

چگونه شکر تو توانم کرد، وقتی شکرگذاری من از تو، خود نیازمند شکرگذاری است؟

هر بار که بگویم تو را سپاس! به خاطر همین سپاس کوبی

بر من واجب می آید که بار دیگر بگویم: تو را سپاس.....

پاسکزار کسانی، هستم که سر آغاز تولد من، هستند؛

پدری که راه را به من نشان داد

مادری که چگونه رفتن را به من آموخت

...

استادی که سپیدی را بر تخته سیاه زندگی ام مگاشت.

از استاد صبور، با کمالات و شایسته ام جناب آقای دکتر محمد حسین یاس که در کمال سعی صدر، با حسن خلق و فروتنی از بیچ گلی در

این عرصه بر من دریغ ننموده اند و زحمت راهنمایی این پایان نامه را بر عهده گرفتند. صمیمانه سپاسگزارم.

به مصداق «من لم يشكر المخلوق لم يشكر الخالق» بسی شایسته است از استاد مشاور

فرنیخته و فرزانه ام جناب آقای دکتر سعید کرمیان

که با کرامتی چون خورشید و گلشن سرای علم و

دانش را بار اهنمایی‌های کار ساز و سازنده بارور ساختند؛ تقدیر و تشکر نمایم.

از اساتید گرامی، جناب آقایان دکتر شمس‌اله تحقیقت و دکتر سعید فعلی که زحمت داورمی این پایان نامه را متقبل شدند

صمیمانه سپاسگزارم.

چکیده

در این پایان نامه، تحلیل کمات حرارتی ورق‌های دوزنقه‌ای شکل کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار ارائه شده است. معادلات حاکم بر کماتش ورق بر اساس تئوری مرتبه اول تغییرشکل برشی به‌دست آمده و توسط روش مربع‌سازی دیفرانسیلی تعمیم‌یافته حل شده اند. شرایط مرزی ورق به‌صورت ساده و گیردار در نظر گرفته شده است. به‌منظور پیش‌بینی خواص ترمومکانیکی سیم‌های حافظه‌دار، از مدل برینسون استفاده شده است. تاثیر پارامترهایی همچون کسر حجمی و پیش‌کرنش سیم‌های حافظه‌دار، زاویه قرارگیری الیاف، ضخامت لایه‌ها، زوایای کجی لبه‌های ورق و ... بر کماتش حرارتی سازه مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که تاثیر مثبت سیم‌های حافظه‌دار تنها در ضخامت‌های خاصی از سازه دیده می‌شود و همین‌موضوع بهره‌گیری از این تقویت‌کننده‌ها را محدود می‌کند. نتایج عددی همچنین بیان می‌کند که بسته به مشخصات هندسی ورق، سیم‌های حافظه‌دار می‌توانند اثرات سازنده و یا مخربی را بر کماتش حرارتی سازه داشته‌باشند. با بررسی نتایج، این نکته نیز مشخص شد که نحوه عملکرد سیم‌های حافظه‌دار به‌شدت به زاویه قرارگیری آن‌ها وابسته است و به‌همین دلیل، این سیم‌ها لایه‌چینی بهینه ورق‌های کامپوزیتی را تغییر می‌دهند.

کلمات کلیدی:

کوماتش حرارتی، ورق کامپوزیتی دوزنقه‌ای، آلیاژهای حافظه‌دار، روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فصل اول: مقدمه	۲
۱-۱- کاربرد آلیاژهای حافظه دار در سازه های مکانیکی	۲
۱-۲- مروری بر تحقیقات پیشین در زمینه سازه های کامپوزیتی حاوی آلیاژهای حافظه دار	۳
۱-۲-۱- تحقیقات انجام شده در زمینه کمانش حرارتی سازه های کامپوزیتی حاوی آلیاژ حافظه دار	۳
۱-۲-۲- تحقیقات انجام شده در زمینه کمانش حرارتی ورق های دوزنقه ای شکل بدون SMA	۷
۱-۳- اهداف تحقیق	۷
۱-۴- مروری بر سایر فصل ها	۸
فصل دوم: آلیاژهای حافظه دار	۹
۱-۲- مواد هوشمند	۱۰
۲-۲- آلیاژهای حافظه دار	۱۰
۲-۳- مدل سازی رفتار آلیاژهای حافظه دار	۱۳
فصل سوم: معادلات حاکم بر سازه و روش حل	۱۹
۱-۳- به دست آوردن منته های تنش بر حسب مولفه های کرنش	۲۱
۲-۳- معادلات مربوط به کمانش حرارتی ورق مستطیلی کامپوزیتی حاوی سیم های حافظه دار و استخراج معادلات کمانش حرارتی دوزنقه ای شکل کامپوزیتی حاوی سیم های حافظه دار	۲۵
۳-۳- روش مربع سازی دیفرانسیلی تعمیم یافته	۳۲
فصل چهارم: نتایج و بحث	۳۵
۱-۴- صحت سنجی نتایج	۳۶
۲-۴- کمانش حرارتی ورق های دوزنقه ای شکل کامپوزیتی حاوی سیم های حافظه دار	۴۰
فصل پنجم: نتیجه گیری و پیشنهادها	۵۵

الف

۵-۱- نتیجه گیری ۵۶

۵-۲- پیشنهادها ۵۶

منابع و مأخذ ۵۷

ب

فهرست جداول

صفحه	عنوان
۱۴.....	جدول ۱-۲.....
۳۷.....	جدول ۱-۴.....
۳۷.....	جدول ۲-۴.....
۳۸.....	جدول ۳-۴.....
۳۹.....	جدول ۴-۴.....
۴۰.....	جدول ۵-۴.....
۴۲.....	جدول ۶-۴.....
۴۴.....	جدول ۷-۴.....
۴۵.....	جدول ۸-۴.....

فهرست اشکال

صفحه	عنوان
۸	شکل ۱-۱
۱۲	شکل ۱-۲
۱۲	شکل ۲-۲
۱۲	شکل ۳-۲
۱۲	شکل ۴-۲
۱۳	شکل ۵-۲
۱۳	شکل ۶-۲
۲۰	شکل ۱-۳
۲۱	شکل ۲-۳
۳۰	شکل ۳-۳
۳۲	شکل ۴-۳
۳۷	شکل ۱-۴
۳۸	شکل ۲-۴
۳۹	شکل ۳-۴
۴۱	شکل ۴-۴
۴۴	شکل ۵-۴
۴۵	شکل ۶-۴
۴۷	شکل ۷-۴

۵۰.....	شکل ۴-۸.....
۵۲.....	شکل ۴-۹.....
۵۳.....	شکل ۴-۱۰.....
۵۴.....	شکل ۴-۱۱.....

فصل اول

مقدمه

مقدمه

سازه‌های کامپوزیتی به واسطه ویژگی‌های منحصر به فردی که دارند به‌طور گسترده در کاربردهای مهندسی مورد استفاده قرار می‌گیرند. از مهمترین این ویژگی‌ها می‌توان به سبک بودن و مقاومت بالای آن‌ها اشاره کرد. در برخی موارد، بسته به کاربردهای مورد نیاز، این سازه‌ها در محیط‌های حرارتی قرار می‌گیرند. بارهای حرارتی نیز معمولاً تنش‌های حرارتی در سازه ایجاد می‌کنند که می‌تواند رفتار استاتیکی و دینامیکی آن را به شدت تحت تاثیر قرار دهد. تنش‌های حرارتی در سازه‌های کامپوزیتی معمولاً به‌عنوان یک عامل مخرب شناخته می‌شوند. زمانی که تنش حرارتی در سازه به یک حد مشخصی برسد، ممکن است موجب پدیده کماتش در سازه شود [۱۰-۱]. یکی از راه‌های مقابله با این پدیده، تعبیه کردن آلیاژهای حافظه‌دار در سازه می‌باشد. این مواد می‌توانند به‌صورت الیاف کوتاه، سیم و یا نوار در سازه قرار گیرند. آلیاژهای حافظه‌دار به دلیل دو ویژگی بسیار مهمی که دارند، یعنی اثر حافظه شکل و اثر شبه الاستیک، همواره مورد توجه محققین مختلف قرار گرفته‌است. تحول برگشت پذیر فاز از آستنیت به مارتنزیت و بالعکس در نتیجه تغییر در ساختار کریستالی، علت اصلی هوشمند بودن این مواد می‌باشد. با توجه به اثر حافظه شکل این آلیاژها، با به کارگیری سیم‌های حافظه‌دار پیش کرنش یافته در سازه‌های کامپوزیتی قرار گرفته در محیط‌های حرارتی می‌توان یک تنش بازیابی کششی ایجاد کرد که این تنش می‌تواند بخشی از تنش حرارتی تولید شده در سازه را جبران کند و به همین سبب پدیده کماتش حرارتی را به تاخیر بیندازد و یا به عبارتی دمایی را که در آن، سازه کمانه می‌کند را افزایش دهد. اگرچه تحقیقات مختلفی در زمینه تاثیر آلیاژهای حافظه‌دار بر کماتش حرارتی سازه‌های متفاوت از سوی محققین مختلف صورت گرفته‌است اما براساس جست‌وجوی نگارنده، تا کنون هیچ گزارشی در مورد بررسی کماتش حرارتی ورق‌های دوزنقه‌ای حاوی سیم‌های حافظه‌دار در بانک‌های اطلاعاتی یافت نشده‌است. ورق‌های دوزنقه‌ای به دلیل هندسه خاصی که دارند در بسیاری از کاربردهای مهندسی همچون هواضا مورد نیاز هستند. به همین دلیل در پایان نامه حاضر نقش استفاده از سیم‌های حافظه‌دار در بهبود کماتش حرارتی ورق‌های کامپوزیتی با هندسه دوزنقه‌ای بررسی می‌شود.

۱،۱ کاربرد آلیاژهای حافظه‌دار در سازه‌های مکانیکی

در سال‌های اخیر، ویژگی‌های چشمگیر آلیاژهای حافظه‌دار موجب شده که کاربردهای این مواد گسترده وسیعی را در برگیرند و در زمینه بهبود و کنترل رفتار سازه‌های مکانیکی به شکل میله، تیر، ورق و پوسته مورد استفاده قرار گیرند. به کارگیری آلیاژهای حافظه‌دار به‌عنوان عملگرهای حرارتی نیز از ابتدا مورد توجه مهندسان و طراحان سازه قرار گرفته‌است. آلیاژهای حافظه‌دار عموماً به شکل‌های سیم (الیاف)، نوار، لایه و همچنین فنرهای مارپیچ مورد استفاده قرار می‌گیرند. این آلیاژها می‌توانند به‌صورت یک-پارچه سازه را تشکیل دهند. همچنین می‌توان آن‌ها را در داخل سازه اصلی جاسازی نمود و یا به‌صورت خارجی به سازه متصل کرد. آلیاژهای حافظه‌دار به شکل سیم‌های تقویت کننده در کامپوزیت‌های چندلایه، جهت بهبود و یا کنترل پاسخ استاتیکی و دینامیکی سازه‌ها توسط محققان به کار گرفته می‌شوند. در این کاربرد، سیم‌ها قبل از قرار گرفتن در کامپوزیت به‌منظور ایجاد مارتنزیت جهت یافته مورد کشش قرار می‌گیرند و با یک پیش کرنش در داخل کامپوزیت جاسازی می‌شوند. حرارت دادن سیم‌ها جهت ایجاد تنش بازیابی با دو مکانیزم صورت می‌گیرد. در حالت اول کل سازه مرکب حرارت داده می‌شود که بخشی از حرارت به سیم‌ها انتقال می‌یابد. در حالت دوم، با عبور دادن جریان الکتریسیته از سیم‌های حافظه‌دار، این تقویت کننده‌ها گرم می‌شوند. سپس،

طی فرآیند تغییر فاز پس‌رو، کرنش اولیه سیم‌ها بازیابی شده و در صورت جلوگیری از حرکت سازه تنش کششی بزرگی در سازه ایجاد می‌شود. در حالت استاتیکی این تنش بازیابی شده را می‌توان برای اهدافی همچون کاهش تغییرشکل، افزایش بار و دمای بحرانی کمانش و همچنین بهبود روند پس از کمانش سازه به کار گرفت.

۲,۱ مروری بر تحقیقات پیشین در زمینه سازه‌های کامپوزیت‌های حاوی آلیاژ حافظه‌دار

گستره تحقیقات انجام‌شده مربوط به تحلیل سازه‌های کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار بسیار زیاد می‌باشد از این‌رو، با توجه به اهداف رساله حاضر، برخی از آن‌ها که در زمینه کمانش حرارتی سازه‌های کامپوزیتی حاوی الیاف حافظه‌دار و یا کمانش ورق‌های دوزنقه‌ای می‌باشند ذکر می‌گردد [۱۱].

۱,۲,۱ تحقیقات انجام‌شده در زمینه کمانش حرارتی سازه‌های کامپوزیتی حاوی آلیاژ حافظه‌دار

- در سال ۲۰۰۹، هتتاراسکی و اسلامی [۱]، به عنوان کاربردی از تئوری ترموالاستیکی، تحلیل تنش حرارتی تیرها براساس تئوری تیر را تحلیل کرده‌اند. فرمول‌ها برای تنش‌های حرارتی محوری و انحناهای عرضی حرارتی در تیرها استخراج و شرایط مرزی تعیین شده است.
- در سال ۲۰۱۵، دی و همکاران [۲]، انتشار نامشخص حرارت در ساختار کامپوزیتی با خطاهای مشخص محاسباتی حرارت و دو لایه مسطح و انتشار نامشخص مواد در پاسخ فرکانسی ورق‌های کامپوزیتی لایه لایه را تحلیل کرده‌اند.
- در سال ۲۰۱۶، ژانگ و همکاران [۳]، رفتار حرارتی کامپوزیت پلیمری در میدان فوم گرافن (GF) با استفاده از روش المان محدود را تحلیل کردند که میدان GF کامپوزیت با خواص حرارتی مطلوب توصیف شده است.
- در سال ۲۰۱۶، داک و همکاران [۴]، پاسخ دینامیکی غیرخطی و ارتعاش یک ورق ساخته شده از مواد FGM پیزوالکتریک و تقویت شده با سفت‌کننده‌های بیرونی با فعال‌کننده‌های پیزوالکتریک ساکن و توابع الاستیکی ناشی از بارهای مکانیکی و الکتریکی در محیط حرارتی را تحلیل کردند.
- در سال ۲۰۱۶، داک و همکاران [۵]، مدهای فرکانسی بالای ورق‌های میندیلین ریسر را تحلیل کردند.
- در سال ۲۰۱۶، داک [۶]، پاسخ دینامیکی غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای ناشی از بارهای دمپینگ و ترموالکترومکانیکی را با تغییر فرم برشی مرتبه بالا تحلیل کرد که مواد از لایه‌های فلزی-سرامیکی و آسته به دما ساخته شده است.
- در سال ۲۰۱۶، داک و همکاران [۷]، پاسخ دینامیکی غیرخطی ورق‌های FGM ضخیم با استفاده از تئوری تغییرشکل برشی مرتبه سوم که فرض شده ورق تحت بارهای حرارتی و دمپینگ قرار گرفته است.

- در سال ۲۰۱۶، داک و همکاران [۸]، پاسخ دینامیکی و ارتعاشی غیرخطی ورق ساندویچی که با غیرفرم برشی ناقص شده و مواد در محیط حرارتی قرار گرفته اند را تحلیل کردند.
- در سال ۲۰۱۶، لوان و همکاران [۹]، یک روش تحلیلی برای ارتعاش و کماتش تیرهای تحت بارهای مکانیکی و حرارتی را بررسی کردند.
- در سال ۲۰۱۵، قربانپور [۱۰]، حق پرست و خدامی و امیر، تنش های استاتیکی استوانه هاس کامپوزیتی ساخته شده از فلورید پلی وینیدن کلراید را تحلیل کردند که بارهای غیرمحوری ترمومکانیکی در طول میدان مغناطیسی یکنواخت و میدان الکتریکی محوری به استوانه اعمال می شود.
- در سال ۱۹۹۹، لی و همکاران [۱۱]، تاثیر سیم های حافظه دار بر رفتار کماتش حرارتی پوسته های کامپوزیتی چندلایه را به صورت عددی بررسی کردند. جهت مدل سازی رفتار ترمومکانیکی این نوع تقویت کننده، معادله ساختاری سیم ها در محیط برنامه آباکوس^۱ کدنویسی شد و سپس صحت پاسخ شبه الاستیسیته و اثر حافظه داری سیم ها بررسی گردید. نتایج به دست آمده نشان داد که دمای بحرانی کماتش پوسته های کامپوزیتی به واسطه نیروی بازیابی سیم های حافظه دار می تواند افزایش یابد.
- در سال ۱۹۹۹، لی و چوی [۱۲]، رفتار کماتش و پس کماتش حرارتی تیرهای کامپوزیتی حاوی سیم های حافظه دار را به صورت تحلیلی بررسی کردند. با هدف بالا بردن دمای بحرانی کماتش و کاهش تغییر مکان عرضی تیر هنگام کماتش، مشخصات کماتش حرارتی از طریق استفاده از نیروی بازیابی سیم های حافظه دار بررسی گردید. نتایج عددی مربوط به کماتش و پس کماتش، تأثیر نیروی بازیابی سیم ها را بر رفتار کماتشی تیر نشان داد.
- در سال ۲۰۰۰، استاکویچ^۲ و همکاران [۱۳]، تاثیر سیم های حافظه دار بر تغییرات فرکانس طبیعی و کماتش حرارتی ورق های کامپوزیتی چندلایه را مورد بررسی قرار دادند. در این کار تحقیقی از روش اجزای محدود و المان های هشت گره ای با پنج درجه آزادی استفاده شد.
- در سال های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۲ چند تحقیق آزمایشگاهی به منظور نشان دادن تأثیر آلیاژهای حافظه دار بر تأخیر انداختن کماتش حرارتی و همچنین کاهش جابه جایی های پس کماتش ورق های کامپوزیتی هیبریدی حاوی الیاف حافظه دار انجام شد [۱۴-۱۶].
- در سال ۲۰۰۱، استاکویچ و کاژمارژیک^۳ [۱۷]، ورق کامپوزیتی چندلایه تحت بار آیرودینامیکی را تحلیل کردند. با استفاده از یک مدل اجزای محدود، تاثیر تورق بر فرکانس طبیعی ورق تحت جریان مافوق صوت بررسی و ناپایداری مرزهای فراتر مشخص شد. نتایج عددی نشان داد که برای تغییر این مرزها می توان از الیاف حافظه دار استفاده کرد. بنابراین نتیجه گرفته شد که جهت کاهش پاسخ دینامیکی مضر ناشی از پدیده فلاتر در سازه های کامپوزیتی می توان از یک سیستم کنترلی بر پایه آلیاژهای حافظه دار استفاده کرد.

^۱ Lee

^۲ ABAQUS

^۳ Choi

^۴ Ostachowicz

^۵ Kaczmarczyk

- در سال ۲۰۰۴، ره^۱ و همکاران [۱۸]، پس کمانش حرارتی پنل‌های کامپوزیتی تقویت‌شده با سیم‌های حافظه‌دار را با استفاده از روش المان محدود و بر اساس تئوری لایه‌ای و با به‌کارگیری مدل برینسون برای رفتار ترمومکانیکی آلیاژهای حافظه‌دار مورد تحلیل قرار دادند. این محققین نشان دادند که با تعبیه کردن سیم‌های حافظه‌دار در پوسته‌های کامپوزیتی می‌توان از رخ‌دادن پدیده تراجهش جلوگیری کرد.
- در سال ۲۰۰۴، پارک^۲ و همکاران [۱۹]، به تحلیل پس‌کمانش حرارتی و ارتعاشات آزاد ورق‌های تقویت‌شده با آلیاژهای حافظه‌دار پرداختند. در این تحلیل از کرنش غیرخطی ون‌کارمن^۳، تئوری کلاسیک ورق و روش المان محدود استفاده شد و اثرات کرنش اولیه و کسر حجمی آلیاژ حافظه‌دار بررسی گردید. در این تحقیق نشان داده شد که در برخی شرایط مرزی، دمای کمانش می‌تواند تا ۵۰٪ به تأخیر بیفتد.
- در سال ۲۰۰۵، پارک و همکاران [۲۰]، توانستند نتیجه استفاده از آلیاژهای حافظه‌دار بر دمای بحرانی کمانش، جابه‌جایی پس-کمانش و همچنین پدیده فلاتر ورق‌های کامپوزیتی تحت بارهای حرارتی و آیرودینامیکی را بررسی کنند.
- در سال ۲۰۰۹، کومار^۴ و سینگ^۵ [۲۱] توانستند با استفاده از روش اجزای محدود غیرخطی، کمانش و پس‌کمانش حرارتی ورق‌های کامپوزیتی چندلایه حاوی آلیاژهای حافظه‌دار تحت دمای یکنواخت را تحلیل کنند. برای نوشتن سیستم معادلات با استفاده از حساب تغییرات، از نظریه لایه‌ای سه‌بعدی استفاده گردید. برای تخمین جابه‌جایی نقاط ورق، از توابع درون‌یاب لاگرانژ استفاده شد. جهت محاسبه دمای بحرانی کمانش، تکنیک افزایش تدریجی بارگذاری^۶ و همچنین تکنیک افزایش تدریجی جابه‌جایی مورد استفاده قرار گرفت و در نهایت نتایج به دست آمده با نتایج موجود در دیگر مقالات مرتبط مقایسه شد.
- در سال ۲۰۱۰، لی^۷ و همکاران [۲۲]، رفتار پس‌کمانش حرارتی ورق گرد آلومینیومی تقویت‌شده با الیاف ساخته‌شده از جنس آلیاژ حافظه‌دار که در راستای شعاع توزیع شدند را مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق از معادلات اساسی یک‌بعدی برینسون برای محاسبه خواص آلیاژ حافظه‌دار استفاده شد. این تحلیل بر مبنای تئوری کلاسیک ورق و روش عددی تیراندازی^۸ انجام شد. نشان داده شد که آلیاژهای حافظه‌دار می‌توانند پایداری از دست‌رفته سازه را در طول فرایند حرارت‌دهی، احیا کنند.
- در سال ۲۰۱۱، ابراهیم^۹ و همکاران [۲۳]، کمانش حرارتی و رفتار فلاتر غیرخطی ورق‌های کامپوزیتی نسبتاً ضخیم حاوی الیاف حافظه‌دار تحت بارگذاری هم‌زمان حرارتی و آیرودینامیکی را با استفاده از یک مدل اجزا محدود جدید مورد بررسی قرار دادند.

^۱ Roh

^۲ Snap through

^۳ Park

^۴ Von Karman

^۵ Flutter

^۶ Kumar

^۷ Singh

^۸ Layerwise theory

^۹ Incremental load technique

^{۱۰} Incremental displacement technique

^{۱۱} Li

^{۱۲} Shooting method

^{۱۳} Ibrahim

- در سال ۲۰۱۲، پاندا^۱ و سینگ [۲۴] پس کمانش حرارتی پنل‌های کامپوزیتی چندلایه حاوی الیاف حافظه‌دار تحت تغییر دمای یکنواخت را مطالعه کردند. سیستم معادلات توسط مینیمم‌سازی انرژی پتانسیل به دست آمد و توسط یک روش تکراری مستقیم حل شد. در نهایت، تأثیر پارامترهای مختلف به صورت جزئی مورد بررسی قرار گرفت و نتایج با دیگر تحقیقات مشابه مقایسه شد.
- در سال ۲۰۱۳، اسدی و همکاران [۲۵]، یک روش تحلیلی جهت بررسی ارتعاشات غیرخطی و پایداری حرارتی تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با آلیاژهای حافظه‌دار ارائه کردند. تحلیل تیر مورد نظر بر اساس تئوری تیر اولر-برنولی بوده و از روش گلرکین برای حل مسئله استفاده شده. یک مطالعه پارامتری شامل تأثیر پارامترهای کسر حجمی و پیش کرنش سیم‌های حافظه‌دار، زاویه قرارگیری سیم‌ها، ضخامت لایه‌ها و ... بر روی رفتار سازه صورت گرفت.
- در سال ۲۰۱۴، اسدی و همکاران [۲۶]، رفتار پس کمانش تیرهای کامپوزیتی هیبریدی^۲ حاوی سیم‌های حافظه‌دار تحت گرمایش یکنواخت را بررسی کردند. خواص مواد تشکیل دهنده، وابسته به دما در نظر گرفته شد و غیرخطی‌های هندسی از نوع ون کارمن انتخاب شدند. همچنین، به منظور مدل کردن سیم‌های حافظه‌دار، از مدل یک‌بعدی برینسون استفاده شد. سیستم معادلات به دست آمده به روش تحلیلی حل شدند. پس از صحت‌سنجی روش حل به کار گرفته شده، یک مطالعه پارامتری جهت نشان دادن تأثیر کسر حجمی و پیش کرنش سیم‌های تقویت کننده، شرایط مرزی و ضخامت لایه‌های حاوی سیم‌های حافظه‌دار بر پس کمانش سازه انجام شد.
- در سال ۲۰۱۵، اسدی و همکاران [۲۷]، پایداری ورق‌های حاوی سیم‌های حافظه‌دار با نقص اولیه و تحت بار حرارتی را مورد مطالعه قرار دادند. رفتار آلیاژهای حافظه‌دار بر اساس تئوری برینسون بوده و از روش گلرکین برای حل مسئله استفاده شد. از این کار تحقیقی نتیجه شد که نقص هندسی اولیه نقش پراهمیتی در کمانش ورق دارد. همچنین، نشان داده شد که سیم‌های حافظه‌دار تأثیر زیادی در به تعویق انداختن دمای بحرانی کمانش دارند.
- در سال ۲۰۱۵، اسدی و همکاران [۲۸]، ناپایداری ورق مستطیلی ساندویچی تقویت شده با آلیاژهای حافظه‌دار که در حال حرکت با سرعت ثابت و تحت بار حرارتی بودند را بررسی کردند. هسته سازه مورد نظر با الیاف حافظه‌دار تقویت شده و دو رویه بالا و پایین سازه از مواد هدفمند تشکیل شدند. نتایج این تحقیق نشان داد که از آلیاژهای حافظه‌دار می‌توان به صورت کاملاً موثر در کنترل ناپایداری سازه‌ها استفاده کرد.
- در سال ۲۰۱۵، عبدلهی^۳ و همکاران [۲۹] پس کمانش حرارتی غیرخطی تیر کامپوزیتی در حضور سیم‌های حافظه‌دار قرار گرفته بر بستر الاستیک سخت شونده غیرخطی را تحلیل کردند. خواص مکانیکی مواد، وابسته به دما در نظر گرفته شد و برای مدل‌سازی سیم‌های حافظه‌دار از مدل یک‌بعدی برینسون استفاده گردید. سیستم معادلات حاکم بر اساس تئوری تیر تیموشنکو و با استفاده از روابط کرنش-تغییر مکان استفاده استخراج شد. جهت حل مسئله پیش‌رو از روش مربع‌سازی دیفرانسیلی به عنوان یک ابزار قدرتمند در حل معادلات با مشتقات جزئی استفاده شد. اثر پارامترهای گوناگون از جمله بستر الاستیک غیرخطی، مقادیر کسر حجمی و پیش کرنش سیم‌های حافظه‌دار، شرایط مرزی و لایه چینی‌های متفاوت بر پس کمانش حرارتی تیر مورد تحلیل قرار گرفت.

^۱ Panda

^۲ Galerkin method

^۳ Hybrid composites

^۴ Abdollahi

نتایج عددی مشخص کرد که افزایش درصد حجمی و پیش کرنش سیم‌های حافظه‌دار به بهتر شدن قابل توجه رفتار کمانش حرارتی و پس‌کمانشی تیر منجر می‌گردد.

- در سال ۲۰۱۶، اسدی و همکاران [۳۰]، کمانش حرارتی پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت‌شده با سیم‌های حافظه‌دار به روش نیمه‌تحلیلی را مورد مطالعه قرار دادند. تأثیر تکیه‌گاه‌ها، کسر حجمی و پیش‌کرنش سیم‌های حافظه‌دار و ... بر رفتار کمانشی پوسته بررسی شده و تأثیر قابل توجه استفاده از این تقویت‌کننده‌ها در به تأخیر انداختن دمای کمانش را نشان داده‌شده.
- در سال ۲۰۱۷، کبیرا و طاوسی تهرانی^۲ [۳۱]، حل بسته‌ای را برای کمانش و پس‌کمانش حرارتی، مکانیکی و ترمومکانیکی ورق‌های کامپوزیتی متقارن حاوی الیاف حافظه‌دار ارائه کردند. تحلیل انجام‌شده در کار این محققین بر اساس تئوری مرتبه اول برشی و با استفاده از روش گلرکین صورت گرفت.
- در سال ۲۰۱۷، کمریان و شاکری [۳۲]، کمانش حرارتی و مراحل متوالی بهینه‌سازی ورق‌های مورب و مستطیلی کامپوزیتی ترکیب‌شده با آلایژ حافظه‌دار را تحلیل و بررسی کردند.

۲,۲,۱ تحقیقات انجام‌شده در زمینه کمانش حرارتی ورق‌های دوزنقه‌ای شکل بدون SMA

- بر اساس جست‌وجوی نگارنده، تحقیقات بسیار اندکی در زمینه کمانش حرارتی ورق‌های دوزنقه‌ای انجام شده که در ادامه به آن‌ها اشاره می‌شود.
- در سال ۲۰۱۲، توپال [۳۳]، بهینه‌سازی لایه‌چینی ورق‌های کامپوزیتی دوزنقه‌ای را مورد بررسی قرار داد. هدف اصلی مسئله بهینه‌سازی، بیشینه کردن دمای بحرانی کمانش ورق بود. متغیرهای بهینه‌سازی نیز زوایای قرارگیری لایه‌ها بودند. دمای کمانش ورق بر اساس تئوری کلاسیک ورق‌ها و با استفاده از روش المان محدود به دست آمد. نتایج این تحقیق نشان داد که با عمل بهینه‌سازی می‌توان کمانش حرارتی ورق‌ها را بهبود داد.
 - در سال ۲۰۱۳، جابرزاده و همکاران [۳۴]، کمانش حرارتی ورق‌های مورب و دوزنقه‌ای هدفمند را تحت شرایط مرزی مختلف تحلیل کردند. مواد هدفمند مورد نظر این محققین متشکل از سرامیک و فلز بود و جهت محاسبه دمای بحرانی کمانش از روش گلرکین بدون المان استفاده شد.

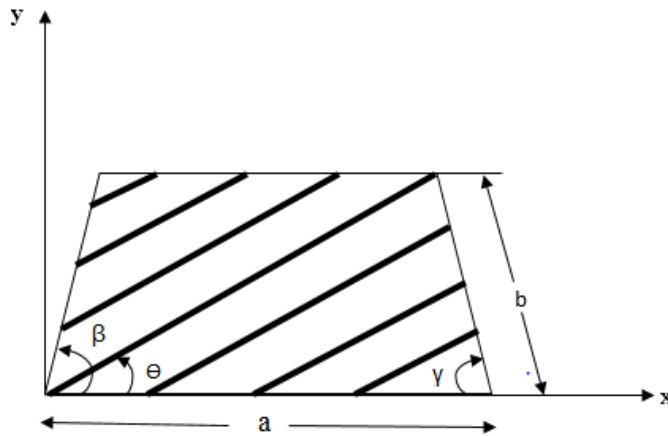
۳.۱ اهداف تحقیق

در پایان‌نامه حاضر، تحلیل کمانش ورق‌های کامپوزیتی دوزنقه‌ای متشکل از پلیمر اپوکسی و الیاف کربن که تحت محیط حرارتی قرار دارند ارائه می‌گردد.

^۱ Kabir

^۲ Tavousi Tehrani

هندسه مسئله مورد نظر مطابق شکل ۱،۱ می باشد که ضخامت آن با h نشان داده می شود. سیم های ساخته شده از جنس آلیاژهای حافظه دار، به عنوان یک تقویت کننده هوشمند، جهت بالابردن دمای بحرانی کمانش به کار گرفته می شود. معادلات حاکم بر ورق، بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی به دست می آیند و توسط روش مربع سازی دیفرانسیلی تعمیم یافته حل می شوند. شرایط مرزی ورق به صورت ساده و گیردار در نظر گرفته می شود. به منظور پیش بینی خواص ترمومکانیکی سیم های حافظه دار، از مدل برینسون استفاده می گردد. تاثیر پارامترهایی همچون کسر حجمی و پیش کرنش سیم های حافظه دار، زاویه قرارگیری الیاف، ضخامت لایه ها، زاویه کجی لبه های ورق و ... بر کمانش حرارتی سازه مورد مطالعه قرار می گیرد.



شکل ۱،۱: ورق دوزنقه ای کامپوزیتی حاوی سیم های حافظه دار

۴.۱ مروری بر مطالب سایر فصل ها

مجموعه ای حاضر در چهار فصل تدوین شده است که فصل اول به بیان کلیات و مرور پژوهش های پیشین و اهداف تحقیق اختصاص یافته است. فصل دوم به توصیف آلیاژهای حافظه دار و مدل سازی آن جهت پیش بینی رفتار ترمومکانیکی سیم های حافظه دار می پردازد. در فصل سوم، با استفاده از تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی ورق ها، روش به دست آوردن معادلات مربوط به کمانش حرارتی ورق های دوزنقه ای شکل توضیح داده می شود و تکنیک مربع سازی دیفرانسیلی جهت به دست آوردن دمای بحرانی کمانش سازه معرفی می گردد. در فصل چهارم نتایج و بحث مربوط به تحلیل کمانش حرارتی ورق های دوزنقه ای شکل حاوی سیم هایی از جنس آلیاژ حافظه دار ارائه می گردد. در فصل پنجم نتیجه گیری و پیشنهادها ارائه می گردد.

فصل دوم

آلیاژهای حافظه‌دار

با گسترش روز افزون علوم و فنون و تکنولوژی‌های نوین، شناخت و به کارگیری مواد جدید به‌ویژه مواد هوشمند در صنایع، روز به روز از اهمیت بیشتری برخوردار می‌شود. در این راستا تحقیقات صنعتی و دانشگاهی توجه خاصی به شناخت، تولید و گسترش این مواد از خود نشان داده‌اند. در این فصل ابتدا به معرفی مواد هوشمند پرداخته می‌شود. در ادامه، آلیاژهای حافظه‌دار^۱ به‌عنوان ماده هوشمندی که بخشی از اهداف این پژوهش را پوشش می‌دهد معرفی شده و دو ویژگی بسیار مهم آن‌ها یعنی اثر حافظه شکل^۲ و اثر شبه الاستیک^۳ این مواد توضیح داده می‌شود.

۱.۲ مواد هوشمند

مواد هوشمند موادی هستند که یک یا برخی از ویژگی‌هایشان می‌تواند به کمک محرک‌های خارجی مانند فشار، حرارت، رطوبت، الکتریسیته و مغناطیس تغییر کند. مواد هوشمند نسبت به محرک‌های محیطی در برخی موارد با تغییراتی خاص واکنش نشان می‌دهند. به‌همین دلیل، به آن‌ها مواد واکنشی^۴ نیز گفته می‌شود. بسته به بعضی از تغییرات شرایط خارجی، یکی از ویژگی‌های مواد هوشمند (الکتریکی، مکانیکی، ظاهری و ...) تغییر می‌کند. این تغییرات ممکن است در ساختار آن‌ها و یا ترکیبات آن‌ها و یا کارکردشان صورت بگیرد. چند نمونه از مواد هوشمندی که در سال‌های اخیر تولید و مورد استفاده قرار گرفته‌اند عبارتند از: آلیاژهای حافظه‌دار، پلیمرهای حافظه‌دار^۵، آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی^۶، سرامیک‌های پیزوالکتریک^۷ و

۲.۲ آلیاژهای حافظه‌دار

آلیاژهای حافظه‌دار گروهی از مواد فعال می‌باشند که قابلیت نگهداری و بازیابی کرنش‌های نسبتاً بزرگ (تا حدود ۱۰٪) بدون اینکه تغییر شکل پلاستیک در آن‌ها رخ دهد را دارند. همچنین، اگر از بازگشت آن‌ها به شکل اولیه ممانعت به‌عمل آید می‌توانند تنش بالایی تولید کنند. نمودار فاز متالورژیکی برای یک آلیاژ فلزی، طرحی کلی از شرایط تعادل بین فازهای مجزا است. برای یک آلیاژ متشکل از حداقل دو عنصر، غلظت یک متغیر مهم است و به‌طور کلی در امتداد محور افقی نشان داده می‌شود. متغیرهای دیگر که معمولاً درجه حرارت است در امتداد محور قائم نشان داده می‌شود. نمودار فاز می‌تواند متغیرهای کنترلی مختلف (تنش، دما، غلظت، میدان الکتریکی و غیره) را با مرز فازهای تعادل نشان دهد. در آلیاژهای حافظه‌دار، یک فاز در درجه حرارت بالا با نام آستنیت^۸ (A) و فاز دیگر در دمای

^۱ Smart materials

^۲ Shape Memory Alloys (SMAs)

^۳ Shape Memory Effect (SME)

^۴ Pseudo-elastic effect

^۵ Reactive materials

^۶ Shape Memory Polymers (SMPs)

^۷ Magnetic SMAs (MSMAs)

^۸ Piezoelectric ceramics

پایین با نام مارتنزیت (M) وجود دارد. تحول از یک ساختار به ساختار دیگر با نفوذ اتم‌ها رخ نمی‌دهد، بلکه با اعوجاج شبکه برشی انجام می‌گیرد. این تحول به‌عنوان تحول مارتنزیتی شناخته می‌شود. تحول برگشت پذیر فاز از آستنیت به مارتنزیت و بالعکس، علت اصلی برای رفتار منحصر به فرد از آلیاژهای حافظه‌دار است. به محض سرد شدن در شرایطی که بار اعمال نمی‌شود، ساختار بلوری آستنیت به مارتنزیت تغییر می‌کند. گذار فاز از آستنیت به مارتنزیت تحول رو به جلو نامیده می‌شود. این تحول منجر به تشکیل چندین نوع مارتنزیت می‌شود. در این حالت، ترتیبی از گونه‌های مختلف به صورتی که تغییر شکل ماکروسکوپی متوسط قابل اغماض است رخ می‌دهد که نتیجه آن مارتنزیت جفت شده (M^t) است. هنگامی که مواد از فاز مارتنزیتی گرم می‌شوند، ساختار بلوری به آستنیت برمی‌گردد. این انتقال فاز را تبدیل معکوس می‌نامند که طی آن هیچ گونه تغییر شکلی دیده نمی‌شود. طرح کلی از ساختار بلوری مارتنزیت جفت شده و آستنیت برای آلیاژ حافظه‌دار و تبدیل بین آن‌ها در شکل ۱.۲ نشان داده می‌شود. چهار مشخصه دمایی در ارتباط با انتقال فاز وجود دارد. در مسیر مربوط به تحول رو به جلو، آستنیت تحت بار صفر در دمای شروع مارتنزیت (M_s) شروع به تبدیل به مارتنزیت جفت شده می‌کند که این فرآیند در دمای پایان مارتنزیت (M_f) کامل می‌شود. در این مرحله، دگرگونی کامل است و مواد به‌طور کامل در فاز مارتنزیتی جفت شده قرار دارند. به‌طور مشابه، با اعمال حرارت، تحول معکوس در دمای شروع آستنیت (A_s) آغاز می‌شود و در دمای پایان آستنیت (A_f) به پایان می‌رسد. اگر یک بار مکانیکی به ماده حافظه‌دار در مرحله مارتنزیت جفت شده (در دمای پایین) اعمال شود، احتمال تشکیل مارتنزیت غیر جفت شده (M^d) وجود دارد. حداقل تنش مورد نیاز برای شروع فرآیند غیر جفت شدن با σ_s نشان داده می‌شود. این فرآیند هنگامی که سطح بار به مقدار σ_f برسد تکمیل می‌شود. شکل ۲.۲ تغییر شکل ماکروسکوپی در فرآیند غیر جفت شدن مارتنزیت‌ها را نشان می‌دهد. نکته قابل توجه این است که در این مرحله، زمانی که بارها می‌گردد ساختار تغییر شکل یافته حفظ می‌شود و مارتنزیت‌ها به صورت غیر جفت شده باقی می‌مانند (شکل ۳.۲). گرمادهی به مواد حافظه‌دار به انتقال فاز معکوس منجر می‌شود (از مارتنزیت غیر دو قلو به آستنیت) و باعث بازیابی شکل کامل می‌شود. برگشت به دمای زیر M_f (تحول رو به جلو) منجر به تشکیل دوباره مارتنزیت جفت شده بدون تغییر شکل می‌شود. فرآیند بیان شده به‌عنوان اثر حافظه شکل نامیده می‌شود. همچنین باید توجه داشت که هنگامی که آلیاژ حافظه‌دار تحت بار مکانیکی با مقداری بیشتر از σ_s قرار داشته و در فاز آستنیت باشد، با سرد شدن آن، انتقال فاز در شکل گیری مستقیم مارتنزیت غیر جفت شده صورت می‌گیرد. در حالی که بار هنوز هم اعمال می‌شود، گرم کردن مجدد مواد به شکل گیری آستنیت منجر می‌شود. طرح کلی از مسیر بارگذاری که در بالا شرح داده شده در شکل ۴.۲ نشان داده می‌شود. مشاهده می‌گردد که مناطق تحول $A \rightarrow M^d$ و $M^d \rightarrow A$ یک شیب مثبت در فضای تنش-دما دارند. با توجه به این شکل می‌توان دریافت که دمای تغییر شکل با افزایش مقدار بار افزایش می‌یابد. تحت بار کششی تک محوره اعمال شده با تنش مربوطه، دماهای تحول

^۱ Martensite

^۲ Twinned martensite

^۳ Martensite start

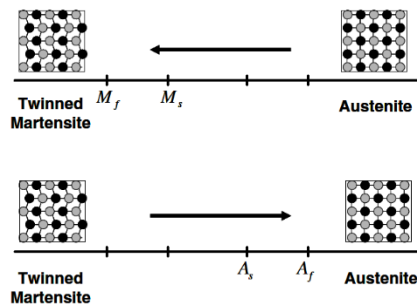
^۴ Martensite finish

^۵ Austenite start

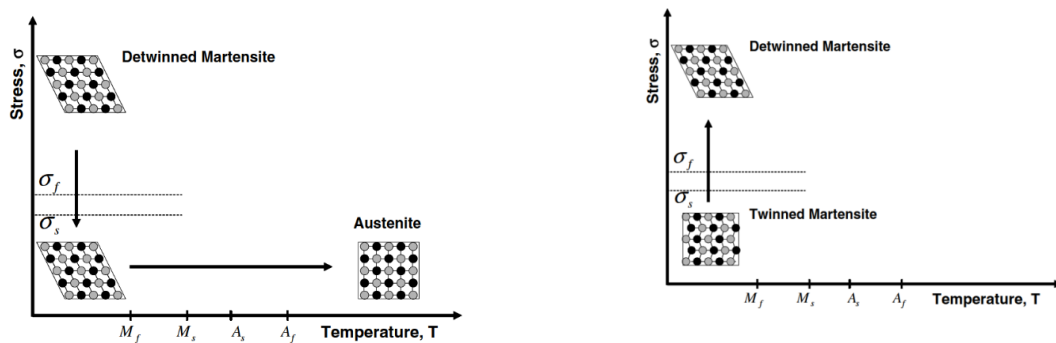
^۶ Austenite finish

^۷ Detwinned martensite

جدید به صورت M_f^σ ، M_s^σ ، A_s^σ و A_f^σ می‌باشند که به ترتیب دمای پایان مارتنزیت، شروع مارتنزیت، شروع آستنیت و پایان آستنیت به هنگام اعمال تنش σ می‌باشند [۳۵].

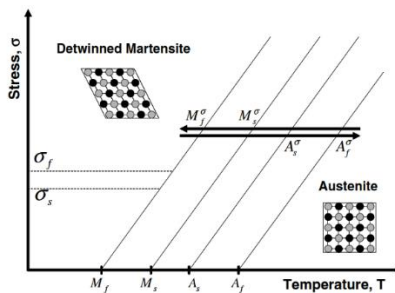


شکل ۱.۲ شماتیکی از تغییر فاز آستنیت به مارتنزیت و بالعکس در غیاب بارگذاری مکانیکی [۳۵]



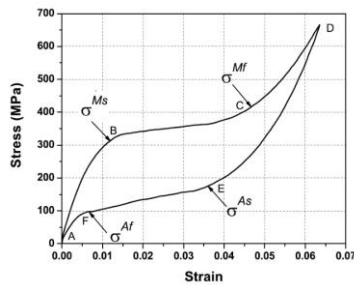
شکل ۳.۲ شماتیکی از خاصیت حافظه شکل آلیاژهای حافظه‌دار [۳۵]

شکل ۲.۲ شماتیکی از فرآیند غیر دوقلویی شدن مارتنزیت با اعمال تنش [۳۵]

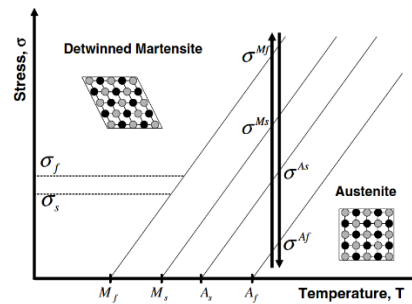


شکل ۴.۲ شماتیکی از تغییر فاز ناشی از دما در حضور بار مکانیکی [۳۵]

علاوه بر تحول ناشی از تغییر فاز حرارتی، می توان با اعمال بار مکانیکی (به اندازه کافی زیاد) به ماده در فاز آستنیت نیز تحول ایجاد کرد. در نتیجه این بار، فاز آستنیت به طور کامل به مارتنزیت غیردوقلویی تبدیل می شود. اگر درجه حرارت ماده بالای A_f باشد، به محض بی باری، بازبایی شکل کامل به آستنیت مشاهده می شود. این رفتار مواد، اثر شبه الاستیک یا الاستیک کاذب نام دارد که در شکل ۵.۲، به صورت شماتیک نشان داده می شود. داده های تجربی مربوط $\sigma - \epsilon$ برای مسیر بارگیری در شکل ۶.۲ قابل مشاهده می باشد. هنگامی که یک بار مکانیکی اعمال می شود، فاز والد (آستنیت) دچار بارگذاری الاستیک ($A \rightarrow B$) می شود که در آن سطح تنش به σ^{Ms} یعنی تنش شروع تبدیل به مارتنزیت می رسد. با افزایش بار اعمالی، تحول $B \rightarrow C$ انجام می گیرد که طی آن سطح تنش به σ^{Mf} یعنی پایان تحول می رسد. افزایش بعدی در تنش موجب تحول بیشتر نمی شود و فقط تغییر شکل الاستیک در مارتنزیت غیر دوقلو شده رخ می دهد ($C \rightarrow D$). هنگامی که تنش به تدریج رها می شود، مارتنزیت کشسانی در طول مسیر ($D \rightarrow E$) بی بار می شود. در نقطه E ، تبدیل مارتنزیت به آستنیت مشاهده می گردد. این فرآیند با بهبود کرنش ناشی از تحول فاز در پایان بی باری همراه است. پس از به پایان رسیدن تحول مارتنزیت به آستنیت در نقطه F ، این مواد به صورت الاستیک بی بار می شوند و به نقطه A می رسند. مشاهده می شود که چرخه الاستیک کاذب کامل شده است. تحول فاز رو به جلو و معکوس در این چرخه باعث تنش پسماند می شود که در فضای $\sigma - \epsilon$ ، نشان دهنده انرژی تلف شده در چرخه تحول می باشد [۳۵].



شکل ۶.۲ ماهیت اثر شبه الاستیک با پیروی از مسیر بارگذاری مکانیکی



شکل ۵.۲ مسیر بارگذاری اثر شبه الاستیک [۳۵]

۳.۲ مدل سازی رفتار آلیاژهای حافظه دار

معادلات ساختاری، مدل های ریاضی هستند که ویژگی های رفتاری مواد را در حالت ایده آل بیان می کنند. آلیاژهای حافظه دار موادی هستند که دارای تغییر و تحول فازی هستند. بنابراین، مشخصه های آنها با مجموعه ای از معادلات ترمودینامیکی و با تعریف متغیرهای داخلی اضافی مانند کسر حجمی مارتنزیت مورد بحث و بررسی قرار می گیرد. به طور کلی، متغیرهای حالت بیانگر تمام ویژگی های مواد در تمامی حالات می باشند. پتانسیل ترمودینامیکی تابعی است که بیانگر مشخصه یک حالت ترمودینامیکی خاص از مواد است.

با توجه به نحوه انتخاب متغیرهای حالت مستقل، چهار نوع پتانسیل ترمودینامیکی را می‌توان به صورت آنچه که در جدول ۱.۲ قابل مشاهده می‌باشد تعریف کرد. در این جدول، نمادهای T ، ρ ، ε ، σ و s به ترتیب دما، کسر حجمی مارتزیت، چگالی، کرنش، تنش و آنتروپی سیستم می‌باشند.

جدول ۱.۲ توابع پتانسیل ترمودینامیکی و روابط آن‌ها [۳۶]

متغیرهای مستقل	روابط	نماد	تابع پتانسیل
s, ε, ζ	Π	Π	انرژی داخلی
s, σ, ζ	$H = \Pi - \frac{1}{\rho}\sigma\varepsilon$	H	آنتالپی
T, ε, ζ	$\Psi = \Pi - Ts$	Ψ	انرژی آزاد هلمهولتز ^۱
T, σ, ζ	$G^* = \Pi - \frac{1}{\rho}\sigma\varepsilon - Ts$	G^*	انرژی آزاد گیبس ^۲

مهم‌ترین نکته در روند استخراج معادلات ساختاری، توجه به ارضا شدن قوانین ترمودینامیک در هر فرآیند مجاز ترمودینامیکی است. به عبارت دیگر، در هر زمان دلخواه t ، تمامی نقاط بایستی از این قوانین تبعیت کنند. قانون اول ترمودینامیک به صورت ذیل بیان می‌شود [۳۶]:

$$\rho \dot{\Pi} = \sigma : \dot{\varepsilon} - \text{div}(q_{sur}) + \rho q \quad (1.2)$$

در معادله بالا، علامت $(:)$ بیانگر ضرب داخلی دو کمیت تانسوری می‌باشد و q_{sur} و q به ترتیب معرف انتقال حرارت از محیط و منبع حرارتی داخلی هستند. همچنین، قانون دوم ترمودینامیک به بیان کلازیوس-پلانک^۳ به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\rho \dot{s} + \frac{1}{T} \text{div}(q_{sur}) - \frac{\rho q}{T} \geq 0 \quad (2.2)$$

^۱ Helmholtz free energy

^۲ Gibbs free energy

^۳ Clausius-Planck

در این رساله، روابط ساختاری بر مبنای تابع پتانسیل انرژی آزاد هلمهولتز استخراج می‌شود. بر همین اساس، ابتدا از تابع انرژی آزاد هلمهولتز که در جدول ۱.۲ ارائه شده است، نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود.

$$\dot{\Psi} = \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} : \dot{\varepsilon} + \frac{\partial \Psi}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta} \dot{\zeta} \quad (۳.۲)$$

با توجه به روابط موجود در جدول ۱.۲، قانون دوم ترمودینامیک را می‌توان به صورت زیر نیز بیان کرد [۳۶]:

$$\sigma : \dot{\varepsilon} - \rho \dot{\Psi} - \rho s \dot{T} \geq 0 \quad (۴.۲)$$

با ترکیب روابط بالا معادله زیر حاصل می‌گردد.

$$\sigma : \dot{\varepsilon} - \rho \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} : \dot{\varepsilon} + \frac{\partial \Psi}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta} \dot{\zeta} \right) - \rho s \dot{T} \geq 0 \quad (۵.۲)$$

با توجه به رابطه (۵.۲)، برای برقراری شرایط نابرابری کلازیوس - پلانک، روابط زیر به دست می‌آید [۳۶]:

$$s = -\frac{\partial \Psi}{\partial T}, \quad \sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} \quad (۶.۲)$$

قرار دادن رابطه (۶.۲) در رابطه (۴.۲)، به رابطه (۷.۲) منجر می‌شود.

$$-\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta} \dot{\zeta} \geq 0 \quad (۷.۲)$$

در ادامه، با استفاده از تابع پتانسیل ترمودینامیکی انرژی آزاد هلمهولتز، خواص ترموالاستیک به صورت تابعی از متغیرهای مستقل حالت مطابق جدول ۱.۲ تعریف می‌شوند.

$$\sigma = \sigma(\varepsilon, T, \zeta) \quad (۸.۲)$$

جهت به دست آوردن تغییرات تنش، از رابطه (۸.۲) نسبت به تمامی متغیرهای داخلی حالت، مشتق جزئی گرفته می‌شود.

$$d\sigma = \frac{\partial\sigma}{\partial\varepsilon}d\varepsilon + \frac{\partial\sigma}{\partial T}dT + \frac{\partial\sigma}{\partial\zeta}d\zeta \quad (۹.۲)$$

با جایگذاری معادله (۶.۲) در معادله دیفرانسیلی (۹.۲)، رابطه قبل به شکل زیر بیان می‌شود:

$$d\sigma = \rho \frac{\partial^2\Psi}{\partial\varepsilon^2}d\varepsilon + \rho \frac{\partial^2\Psi}{\partial T \partial\varepsilon}dT + \rho \frac{\partial^2\Psi}{\partial\zeta \partial\varepsilon}d\zeta \quad (۱۰.۲)$$

این معادله برای اولین بار توسط تاناکا [۳۷] به فرم زیر مطرح شد.

$$d\sigma = E d\varepsilon + \theta dT + \Omega d\zeta \quad (۱۱.۲)$$

که E ، θ و Ω به ترتیب بیانگر تانسور الاستیک، تانسور ترموالاستیک و تانسور تغییر فاز می‌باشند. در نتیجه، روابط ترموالاستیک آلیاژهای حافظه‌دار به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$\sigma - \sigma_0 = E(\varepsilon - \varepsilon_0) + \theta(T - T_0) + \Omega(\zeta - \zeta_0) \quad (۱۲.۲)$$

که اندیس "۰" بیانگر حالت مبنای ماده می‌باشد. در معادله بالا، تانسور الاستیک و ترموالاستیک جزو خواص ماده بوده و مقدار آن از طریق آزمایش قابل اندازه‌گیری می‌باشد. مهمترین نکته در معادله بالا تعیین مقدار کسر حجمی در حین تغییر فاز می‌باشد. در این رساله، برای مدل‌سازی رفتار آلیاژهای حافظه‌دار از مدل یک‌بعدی برینسون و معادلات حاکم بر آن استفاده می‌شود [۳۸]. در این مدل، برای اولین بار متغیرهای داخلی کسر حجمی مارتنزیتی به دو مولفه ناشی از دما و تنش تجزیه می‌شود.

$$\zeta = \zeta_s + \zeta_T \quad (۱۳.۲)$$

در رابطه بالا، ζ_T معرف کسر حجمی مارتنزیت تشکیل شده توسط دما و ζ_s کسر حجمی مارتنزیت جهت یافته توسط کرنش می‌باشد. مدول الاستیک آلیاژ حافظه‌دار را می‌توان به صورت ترکیب خطی و به فرم زیر محاسبه کرد.

^۱ Tanaka

$$E(\zeta) = E_A + \zeta(E_A - E_M) \quad (14,2)$$

که در آن، E_A و E_M به ترتیب مدول الاستیک آلیاژ حافظه‌دار در فاز آستنیت و مارتنزیت می‌باشد. بر اساس مدل برینسون، معادلات حاکم بر فرآیند تغییر فاز در حین حرارت‌دهی و بارگذاری به‌فرم زیر بیان می‌شود.

برای تبدیل به مارتنزیت:

$$T \geq M_s, \sigma_s^{cr} + C_M(T - M_s) < \sigma < \sigma_f^{cr} + C_M(T - M_s) \quad (1 \text{ حالت})$$

$$\zeta_s = \frac{1 - \zeta_{s_0}}{2} \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} (\sigma - \sigma_f^{cr}) - C_M(T - M_s) \right\} + \frac{1 + \zeta_{s_0}}{2}, \quad \zeta_T = \zeta_{T_0} \frac{1 - \zeta_s}{1 - \zeta_{s_0}} \quad (15,2)$$

$$T \leq M_s, \sigma_s^{cr} < \sigma < \sigma_f^{cr} \quad (2 \text{ حالت})$$

$$\zeta_s = \frac{1 - \zeta_{s_0}}{2} \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} (\sigma - \sigma_f^{cr}) \right\} + \frac{1 + \zeta_{s_0}}{2}, \quad \zeta_T = \zeta_{T_0} \frac{1 - \zeta_s}{1 - \zeta_{s_0}} \Delta_{T\zeta} \quad (16,2)$$

که در این معادله اگر $M_f \leq T \leq M_s$ و $T \leq T_0$ باشد

$$\Delta_{T\zeta} = \frac{1 - \zeta_{T_0}}{2} \left\{ \cos \left[\frac{\pi}{M_s - M_f} (T - M_f) \right] + 1 \right\} \quad (17,2)$$

و در غیر این صورت

$$\Delta_{T\zeta} = 0 \quad (18,2)$$

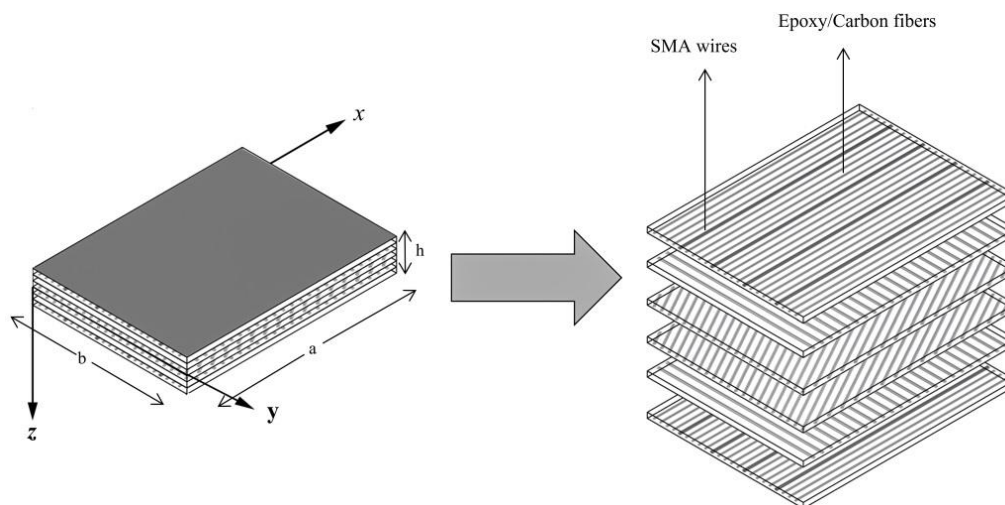
برای تبدیل مارتنزیت به آستنییت، هرگاه $C_A(T - A_s) < \sigma < C_A(T - A_f)$ ، $T \geq A_s$ باشد، آنگاه

$$\zeta = \frac{\zeta_{s_0}}{2} \left\{ \cos \left[\frac{\pi}{A_f - A_s} \left(T - A_s - \frac{\sigma}{c_A} \right) \right] + 1 \right\} , \quad \zeta_s = \zeta_{s_0} \frac{\zeta}{\zeta_0} , \quad \zeta_T = \zeta_{T_0} \frac{\zeta}{\zeta_0} \quad (19,2)$$

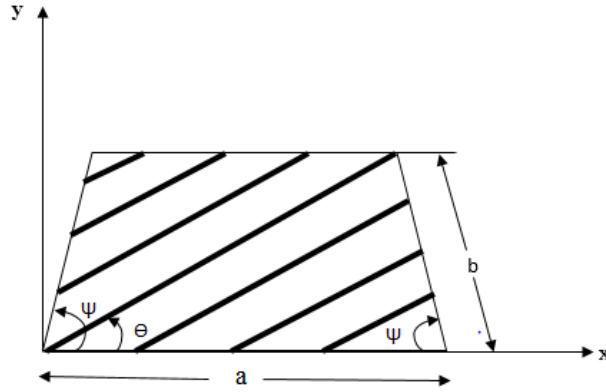
فصل سوم

معادلات حاکم بر سازه و روش حل

در این فصل، با استفاده از تئوری مرتبه اول تغییرشکل برشی ورق‌ها، معادلات مربوط به کمانش و ارتعاشات ورق‌های دوزنقه‌ای کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های حافظه‌دار که تحت محیط حرارتی قرار دارند استخراج می‌شود. بدین منظور، ابتدا، مطابق با آنچه که در شکل ۱.۳ قابل مشاهده است، معادلات مربوط به ورق‌های مستطیلی کامپوزیتی به دست می‌آید. ورق کامپوزیتی موردنظر متشکل از پلیمر اپوکسی و الیاف بلند کربن می‌باشد که سیم‌هایی از جنس آلیاژ حافظه‌دار در برخی لایه‌های آن تعبیه می‌شوند. طول و عرض ورق به ترتیب با نمادهای a و b ، و همچنین ضخامت کل سازه با نماد h نشان داده می‌شود. تعداد کل لایه‌های سازه نیز برابر با NL می‌باشد که در شکل نشان داده شده، این مقدار برابر با ۴ است. به‌غیر از مواردی که بعداً به‌صورت مشخص ذکر می‌گردد، در سایر موارد فرض می‌شود که سیم‌های حافظه‌دار در بیرونی‌ترین لایه‌های ورق یعنی پایین‌ترین و بالاترین لایه‌های سازه تعبیه می‌شوند. همچنین، فرض می‌گردد که جهت قرارگیری سیم‌های حافظه‌دار هم‌راستا با الیاف تقویت‌کننده کربن می‌باشد. در مرحله بعد، با استفاده از یک تبدیل، معادلات کمانش حرارتی ورق‌های دوزنقه‌ای شکل نشان داده شده در شکل دوبعدی ۲،۳ که تحت محیط حرارتی قرار دارند استخراج می‌گردد. همان‌گونه که از شکل ۲،۳ برمی‌آید، $1/4$ نشان‌دهنده زاویه کجی ورق دوزنقه‌ای می‌باشد. در ادامه، به‌منظور حل معادلات استخراج شده، از روش عددی مربع‌سازی دیفرانسیلی تعمیم‌یافته (GDQ) بهره گرفته می‌شود. مبانی اصلی این روش و همچنین نحوه اعمال آن بر معادلات و شرایط مرزی حاکم بر مسئله حاضر نیز به‌طور کامل توضیح داده می‌شود.



شکل ۱،۳ شماتیک ورق مستطیلی کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار



شکل ۲،۳: ورق دوزنقه‌ای کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار

۱،۳ به دست آوردن منتجه‌های تنش برحسب مؤلفه‌های کرنش

با توجه به فرض تئوری مرتبه اول تغییرشکل برشی ورق‌ها، u ، v و w به ترتیب مؤلفه‌های جابه‌جایی در راستای x ، y و z می‌باشند و به صورت زیر تعریف می‌گردند.

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (۱,۳)$$

که در آن، (u_0, v_0, w_0) بیانگر میدان جابه‌جایی یک نقطه در صفحه $z = 0$ ، و ϕ_x و ϕ_y نشان‌دهنده دوران حول محورهای y و x می‌باشند. با در نظر گرفتن جملات ون کارمن، روابط کرنش - جابه‌جایی به صورت رابطه (۲،۳) بیان می‌گردد [۳۹].

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \\ \gamma_{yz}^{(0)} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \\ \gamma_{xz}^{(1)} \\ \gamma_{yz}^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (۲,۳)$$

در این پایان‌نامه فرض شده که در کل سازه دما به یک اندازه افزایش می‌یابد بنابراین گرادیان دما وجود ندارد.

$$\begin{cases} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{cases} - \Delta T \begin{cases} \alpha_{xx} \\ \alpha_{yy} \\ 2\alpha_{xy} \end{cases} + V_s \sigma^r \begin{cases} \cos^2(\theta^k) \\ \sin^2(\theta^k) \\ \sin(\theta^k) \cos(\theta^k) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{cases} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{cases} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{cases} \quad (3,3 \text{ الف})$$

در رابطه بالا، \bar{Q}_{ij} ضرایب سفتی کاهش یافته انتقال یافته، V_s کسر حجمی سیم‌های حافظه دار، σ^r تنش بازیابی ایجاد شده توسط سیم‌های حافظه دار، α_{ij} ضرایب انبساط حرارتی، θ زاویه قرارگیری الیاف تقویت کننده و همچنین سیم‌های حافظه دار می‌باشد.

$$Q_{11} = \frac{E1}{1 - \nu_{12} \nu_{21}},$$

$$Q_{22} = \frac{E2}{1 - \nu_{12} \nu_{21}}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12} E2}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} \quad (3,3 \text{ ب})$$

$$Q_{66} = G_{12}$$

$$Q_{16} = Q_{26} = 0$$

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta)$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{22} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + Q_{11} \sin^4 \theta \quad (3,3 \text{ ج})$$

$$\bar{Q}_{16} = Q_{11} \cos^2 \theta \sin \theta - (Q_{12} + 2Q_{66})(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \cos \theta \sin \theta - Q_{22} \cos \theta \sin^3 \theta$$

$$\bar{Q}_{\tau_1} = -Q_{\tau_2} \cos^2 \Theta \sin \Theta + (Q_{\tau_2} + 2Q_{\tau_1}) (\cos^2 \Theta - \sin^2 \Theta) \cos \Theta \sin \Theta + Q_{\tau_1} \cos \Theta \sin^2 \Theta$$

$$\bar{Q}_{\tau_2} = (Q_{\tau_1} + Q_{\tau_2} - 2Q_{\tau_1}) \cos^2 \Theta \sin^2 \Theta + Q_{\tau_1} (\cos^2 \Theta - \sin^2 \Theta)^2$$

با انتگرال گیری از مؤلفه‌های تنش، می‌توان منتجه‌های تنش را به صورت رابطه (۴,۳) بیان کرد.

$$(N_{xx}, N_{yy}, N_{xy}) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}) dz$$

$$(M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}) = \int_{-h/2}^{h/2} z (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}) dz \quad (۴,۳)$$

$$(Q_{xz}, Q_{yz}) = k_s \int_{-h/2}^{h/2} (\tau_{xz}, \tau_{yz}) dz$$

در رابطه (۴,۳)، ضریب اصلاح برشی می‌باشد که مقدار آن در این رساله $\frac{5}{6}$ در نظر گرفته می‌شود [۳۹]. با ترکیب روابط (۲,۳)،

(۳,۳) و (۴,۳)، منتجه‌های تنش را می‌توان به صورت رابطه و (۵,۳) بازنویسی کرد.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \varepsilon_x^1 \\ \varepsilon_y^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_x^T \\ N_y^T \\ N_{xy}^T \\ M_x^T \\ M_y^T \\ M_{xy}^T \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_x^r \\ N_y^r \\ N_{xy}^r \\ M_x^r \\ M_y^r \\ M_{xy}^r \end{Bmatrix} \quad (۵,۳ الف)$$

در رابطه بالا A_{ij} سفتی کششی و B_{ij} سفتی کوپلینگ و D_{ij} سفتی خمشی می‌باشند که به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} [\bar{Q}_{ij}] dz = \sum_{k=1}^{N_L} [\bar{Q}_{ij}] h \quad , \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (۵,۳ ب)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} [\bar{Q}_{ij}] z dz = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{N_L} [\bar{Q}_{ij}] h^2 \quad , \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (۵,۳ ج)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} D11 & D12 & D16 \\ D12 & D22 & D26 \\ D16 & D26 & D66 \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} [\bar{Q}_{ij}] z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{NL} [\bar{Q}_{ij}] h^3, \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (د۵.۳)$$

در رابطه بالا، N^T و M^T منتجه‌های تنش حرارتی، و N^r و M^r منتجه‌های تنش بازیابی تولیدشده توسط سیم‌های حافظه‌دار می‌باشند که به صورت زیر تعریف می‌گردند.

$$\begin{Bmatrix} N_x^T, M_x^T \\ N_y^T, M_y^T \\ N_{xy}^T, M_{xy}^T \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{bmatrix} \alpha_x(T) \\ \alpha_y(T) \\ \alpha_{xy}(T) \end{bmatrix}^{(k)} \Delta T(1, z) dz \quad (الف ۶,۳)$$

$$\begin{Bmatrix} N_x^r, M_x^r \\ N_y^r, M_y^r \\ N_{xy}^r, M_{xy}^r \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{k-1}}^{h_k} V_s \sigma^r \begin{Bmatrix} \cos^2(\theta^k) \\ \sin^2(\theta^k) \\ \sin(\theta^k) \cos(\theta^k) \end{Bmatrix} (1, z) dz \quad (ب ۶,۳)$$

که در آن، k شمارنده لایه‌ها و NL تعداد کل لایه‌های ورق هست و θ زاویه قرارگیری سیم‌های حافظه‌دار می‌باشد.

۲,۳ معادلات مربوط به کماتش حرارتی ورق مستطیلی کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار

در این قسمت، ابتدا معادلات مربوط به کماتش حرارتی ورق‌های مستطیلی کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار استخراج می‌شود و سپس، با استفاده از یک تبدیل خطی، معادلات کماتش مربوط به ورق ذوزنقه‌ای موردنظر حاصل می‌گردد. جهت استخراج معادلات تعادل حاکم بر سازه از اصل حداقل انرژی پتانسیل کل^۱ استفاده می‌شود. بر اساس این اصل، وقتی که یک سیستم در حال تعادل است، تغییرات انرژی پتانسیل آن سیستم صفر می‌باشد. انرژی پتانسیل کل سیستم (Π^*) را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد.

$$\Pi^* = U + V \quad (۷,۳)$$

در رابطه (۷,۳)، U انرژی کرنشی کل^۲ ذخیره شده در سیستم و V انرژی پتانسیل بارهای خارجی می‌باشد که در مسئله موردنظر این رساله به صورت زیر بیان می‌گردند.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \left[\sigma_{xx} (\varepsilon_{xx} - \alpha_{xx} \Delta T) + \sigma_{yy} (\varepsilon_{yy} - \alpha_{yy} \Delta T) + \tau_{xy} (\gamma_{xy} - 2\alpha_{xy} \Delta T) \right. \\ \left. + k_s \tau_{xz} \gamma_{xz} + k_s \tau_{yz} \gamma_{yz} \right] dz dy dx \quad (۸,۳ الف)$$

$$V = 0 \quad (۸,۳ ب)$$

بنا بر اصل حداقل انرژی پتانسیل، می‌توان نوشت

$$\delta \Pi^* = \delta U + \delta V = \delta(U + V) = 0 \quad (۹,۳)$$

با ترکیب روابط (۴,۳)، (۸,۳) و (۹,۳)، استفاده از انتگرال گیری جز به جز و صفر قرار دادن ضرایب δu_0 ، δv_0 ، δw_0 ، $\delta \phi_x$ و $\delta \phi_y$ ، معادلات تعادل ورق مستطیلی بر حسب متجه‌های تنش حاصل می‌گردد.

^۱ Principle of Minimum Total Potential Energy

^۲ Total strain energy

$$\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (۱۰,۳) \text{ الف}$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} = 0 \quad (۱۰,۳) \text{ ب}$$

$$\frac{\partial Q_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{yz}}{\partial y} + \left(N_{xx} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial xy} + N_{yy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (۱۰,۳) \text{ ج}$$

$$\frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_{xz} = 0 \quad (۱۰,۳) \text{ د}$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial y} - Q_{yz} = 0 \quad (۱۰,۳) \text{ ه}$$

حال، جهت استخراج معادلات پایداری، از روش معیار تعادل در مجاورت استفاده می‌شود. مطابق این روش، اگر ϕ_x^0 ، w_0^0 ، v_0^0 ، u_0^0 و ϕ_y^0 جابه‌جایی‌های مربوط به یک حالت تعادل سازه باشند، میدان جابه‌جایی مربوط به حالت تعادل پایداری که در مجاورت تعادل اولیه قرار دارد به اندازه u_0^1 ، v_0^1 ، w_0^1 ، ϕ_x^1 و ϕ_y^1 با آن اختلاف دارد که این مقادیر بسیار اندک و همچنین مخالف صفر است. بنابراین، میدان جابه‌جایی کل مربوط به این حالت تعادل را می‌توان به شکل رابطه زیر نوشت.

$$u_0 = u_0^0 + u_0^1, \quad v_0 = v_0^0 + v_0^1, \quad w_0 = w_0^0 + w_0^1, \quad \phi_x = \phi_x^0 + \phi_x^1, \quad \phi_y = \phi_y^0 + \phi_y^1 \quad (۱۱,۳)$$

همچنین، مقادیر متجه‌های تنش مطابق با این حالت تعادل را می‌توان به صورت رابطه (۱۲,۳) در نظر گرفت.

$$\begin{aligned} N_x &= N_x^0 + N_x^1, & N_y &= N_y^0 + N_y^1, & N_{xy} &= N_{xy}^0 + N_{xy}^1 \\ M_x &= M_x^0 + M_x^1, & M_y &= M_y^0 + M_y^1, & M_{xy} &= M_{xy}^0 + M_{xy}^1 \\ Q_{xz} &= Q_{xz}^0 + Q_{xz}^1, & Q_{yz} &= Q_{yz}^0 + Q_{yz}^1 \end{aligned} \quad (۱۲,۳)$$

که در آن، مؤلفه‌های نیرو و گشتاور با بالانویس ۱ بخش خطی مربوط به تغییرات متجه‌های تنش مطابق جابه‌جایی‌های در همسایگی تعادل اولیه است. معادلات پایداری را می‌توان با قرار دادن روابط (۱۱,۳) و (۱۲,۳) در معادلات تعادل (۱۰,۳) به دست آورد.

با جایگذاری این روابط، جملاتی که شامل بالانویس صفر هستند شرایط تعادل را ارضا می کنند و از معادلات حذف می شوند. همچنین جملات مرتبه ۲ و بالاتر با بالانویس ۱ به این دلیل که مقادیرشان در مقایسه با بخش خطی ناچیز است از معادلات حذف می گردند [۴۰]. بنابراین، جملات باقی مانده، معادلات پایداری (۱۳,۳) را شکل می دهند.

$$\frac{\partial N_{xx}^1}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}^1}{\partial y} = 0 \quad (الف \ ۱۳,۳)$$

$$\frac{\partial N_{xy}^1}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}^1}{\partial y} = 0 \quad (ب \ ۱۳,۳)$$

$$\frac{\partial Q_{xz}^1}{\partial x} + \frac{\partial Q_{yz}^1}{\partial y} + \left(N_{xx}^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2N_{xy}^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + N_{yy}^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (ج \ ۱۳,۳)$$

$$\frac{\partial M_{xx}^1}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}^1}{\partial y} - Q_{xz}^1 = 0 \quad (د \ ۱۳,۳)$$

$$\frac{\partial M_{xy}^1}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}^1}{\partial y} - Q_{yz}^1 = 0 \quad (ه \ ۱۳,۳)$$

در معادله (ج، ۱۳,۳)، جملات N_{xx}^0 ، N_{yy}^0 و N_{xy}^0 مربوط به شرایط تعادل اولیه می باشند که مقادیر این نیروها از تحلیل پیش کمانش محاسبه می گردند. در این رساله، کمانش حرارتی از نوع دوشاخگی^۱ مدنظر قرار می گیرد و معادلات پیش کمانش برای حالت کاملاً مسطح^۲ در نظر گرفته می شود. به همین دلیل، بسته به لایه چینی ورق، شرایط مرزی مورد مطالعه به حالت هایی خاص محدود خواهند شد. برای ورق با لایه چینی متقارن که در آن ضرایب سفتی B_{ij} صفر است دو نوع تکیه گاه بدون حرکت داخل صفحه ای^۳ در نظر گرفته می شود.

الف- شرط مرزی ساده که مطابق با آن

$$u_n = 0, \quad u_s = 0, \quad w = 0, \quad \phi_s = 0, \quad M_{nn} = 0 \quad (۱۴,۳)$$

ب- شرط مرزی گیردار که بر اساس آن

$$u_n = 0, \quad u_s = 0, \quad w = 0, \quad \phi_s = 0, \quad \phi_n = 0 \quad (۱۵,۳)$$

در دو رابطه آخر، u_n ، u_s ، ϕ_s ، ϕ_n و M_{nn} به شکل زیر تعریف می شوند.

^۱ Bifurcation-type thermal buckling

^۲ Perfectly flat pre-buckling equilibrium equations

^۳ In-plane immovable edge

$$\begin{aligned}
u_n &= n_x u + n_y v, & u_s &= -n_y u + n_x v, \\
\phi_n &= n_x \phi_x + n_y \phi_y, & \phi_s &= -n_y \phi_x + n_x \phi_y, \\
M_{mn} &= n_x^2 M_{xx} + 2n_x n_y M_{xy} + n_y^2 M_{yy}
\end{aligned} \tag{۱۶,۳}$$

در ورق‌ها با لایه چینی نامتقارن که در آن ضرایب B_{ij} در ماتریس سفتی صفر نیست، فقط شرط مرزی گیردار می‌تواند منجر به کمانش حرارتی از نوع دوشاخگی شود. برای حالات ذکرشده، مقدار نیروهای پیش کمانش را می‌توان محاسبه کرد که عبارت‌اند از

$$N_{xx}^0 = -N_{xx}^T + N_{xx}^r, \quad N_{yy}^0 = -N_{yy}^T + N_{yy}^r, \quad N_{xy}^0 = -N_{xy}^T + N_{xy}^r \tag{۱۷,۳}$$

با محاسبه نیروهای پیش کمانش، معادلات پایداری را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد. لازم به ذکر است که در این مرحله، به منظور اختصارنویسی، از نوشتن بالانویس ۱ صرف نظر می‌شود.

$$\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0 \tag{۱۸,۳ الف}$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} = 0 \tag{۱۸,۳ ب}$$

$$\frac{\partial Q_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{yz}}{\partial y} + (N_{xx}^r - N_{xx}^T) \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2(N_{xy}^r - N_{xy}^T) \frac{\partial^2 w_0}{\partial xy} + (N_{yy}^r - N_{yy}^T) \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = 0 \tag{۱۸,۳ ج}$$

$$\frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_{xz} = 0 \tag{۱۸,۳ د}$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial y} - Q_{yz} = 0 \tag{۱۸,۳ ه}$$

حال، با استفاده از معادلات (۲,۳) و (۵,۳)، معادلات مربوط به کمانش ورق مستطیلی را می‌توان بر حسب مؤلفه‌های جابه‌جایی و به صورت معادلات (۱۹,۳) نیز بیان کرد. باید توجه کرد که در این مرحله، از جملات غیرخطی معادله ۲,۳ صرف نظر می‌شود و تنها جملات خطی مدنظر قرار می‌گیرد.

$$\begin{aligned}
& A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{12} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + A_{16} \left(2 \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} \right) + A_{26} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + A_{66} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} \right) \\
& + B_{11} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} + B_{12} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x \partial y} + B_{16} \left(2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x^2} \right) + B_{26} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial y^2} + B_{66} \left(\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x \partial y} \right) = 0
\end{aligned} \tag{الف ۱۹,۳}$$

$$\begin{aligned}
& A_{12} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + A_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{26} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} \right) + A_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + A_{66} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} \right) \\
& + B_{12} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} + B_{16} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} + B_{22} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial y^2} + B_{26} \left(\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x \partial y} \right) + B_{66} \left(\frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} \right) = 0
\end{aligned} \tag{ب ۱۹,۳}$$

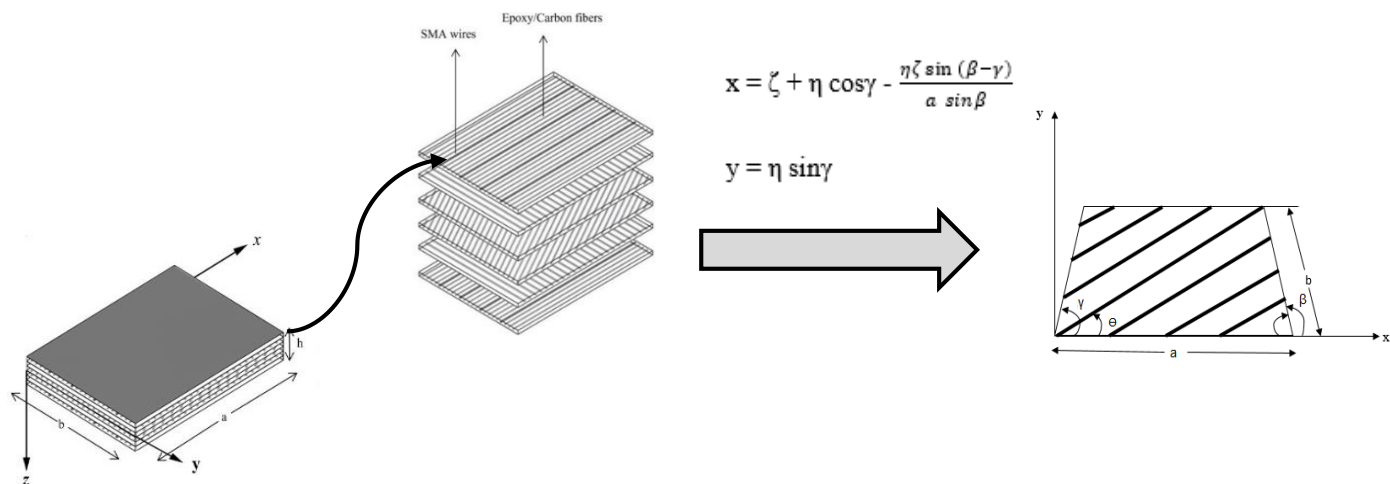
$$\begin{aligned}
& k_s A_{55} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) + k_s A_{45} \left(\frac{\partial \phi_y}{\partial x} + 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \phi_x}{\partial y} \right) + k_s A_{44} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right) \\
& + (N'_x - N^T_x) \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2(N'_{xy} - N^T_{xy}) \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + (N'_y - N^T_y) \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = 0
\end{aligned} \tag{ج ۱۹,۳}$$

$$\begin{aligned}
& B_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + B_{12} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + B_{16} \left(2 \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} \right) + B_{26} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + B_{66} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} \right) \\
& + D_{11} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} + D_{12} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x \partial y} + D_{16} \left(2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x^2} \right) + D_{26} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial y^2} + D_{66} \left(\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x \partial y} \right) \\
& - k_s A_{45} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \right) - k_s A_{55} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) = 0
\end{aligned} \tag{د ۱۹,۳}$$

$$\begin{aligned}
& B_{12} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + B_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + B_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + B_{26} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} \right) + B_{66} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} \right) \\
& + D_{12} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} + D_{16} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} + D_{22} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial y^2} + D_{26} \left(\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x \partial y} \right) + D_{66} \left(\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x^2} \right) \\
& - k_s A_{44} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \right) - k_s A_{45} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) = 0
\end{aligned} \tag{ه ۱۹,۳}$$

همان گونه که پیش تر ذکر شد، هدف اصلی رساله حاضر تحلیل ورق‌های دوزنقه‌ای کامپوزیتی حاوی الیاف حافظه‌دار می‌باشد اما معادلات به‌دست آمده در روابط (۱۹,۳) مربوط به پایداری ورق‌های مستطیلی می‌باشد.

بدین منظور، با بهره گرفتن از روشی که در مرجع [۴۱] ارائه شده است، می توان معادلات مربوط به کماتش حرارتی ورق دوزنقه ای طبق شکل ۳.۳ و با استفاده از تبدیل خطی نشان داده شده استخراج نمود.



شکل ۳.۳ تبدیل ورق مستطیلی به ورق دوزنقه ای شکل

با استفاده از تبدیل خطی (۳.۲۰) معادلات ورق مستطیلی به معادلات برای ورق دوزنقه ای تبدیل می شوند:

$$x = \zeta + \eta \cos \gamma - \frac{\eta \zeta \sin(\beta - \gamma)}{a \sin \beta} \quad (۳.۲۰)$$

$$y = \eta \sin \gamma$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix} = [j]^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial v}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \end{pmatrix} = [j^{(2)}]^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 v}{\partial \zeta^2} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial \zeta \partial \eta} \end{pmatrix} - [j^{(2)}]^{-1} [j^{(1)}] [j]^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial v}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{pmatrix}$$

$$[j] = \begin{bmatrix} x, \zeta & y, \zeta \\ x, \eta & y, \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \eta \frac{\sin(\beta - \gamma)}{a \sin \beta} & 0 \\ \cos \gamma - \zeta \frac{\sin(\beta - \gamma)}{a \sin \beta} & \sin \gamma \end{bmatrix}$$

$$[j^{(1)}] = \begin{bmatrix} x.\zeta\zeta & y.\zeta\zeta \\ x.\eta\eta & y.\eta\eta \\ x.\zeta\eta & y.\zeta\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ -\frac{\sin(\beta-\gamma)}{a \sin\beta} \\ \cdot \end{bmatrix}, \quad [j^{(2)}] = \begin{bmatrix} (x.\zeta)^2 & (y.\zeta)^2 & x.\zeta y.\zeta \\ (x.\eta)^2 & (y.\eta)^2 & x.\eta y.\eta \\ x.\zeta x.\eta & y.\zeta y.\eta & \frac{y.\eta x.\zeta + y.\zeta x.\eta}{2} \end{bmatrix}$$

معادلات کمانش حرارتی ورق دوزنقه ای شکل در روابط (۲۱.۳) استخراج شده اند.

(۲۱.۳)

$$A_{11}(k_{11} u_{0,\zeta\zeta}) + A_{12}/2 (k_{31} v_{0,\zeta\zeta} + k_{32} v_{0,\eta\eta} + k_{33} v_{0,\zeta\eta} - a_{31} v_{0,\zeta}) + A_{16} (k_{11} v_{0,\zeta\zeta}) + A_{16} (k_{31} u_{0,\zeta\zeta} + k_{32} u_{,\eta\eta} + k_{33} u_{0,\zeta\eta} - a_{31} u_{0,\zeta}) + A_{26} (k_{21} v_{0,\zeta\zeta} + k_{22} v_{0,\eta\eta} + k_{23} v_{0,\zeta\eta} - a_{21} v_{0,\zeta}) + A_{66} (k_{21} u_{0,\zeta\zeta} + k_{22} u_{0,\eta\eta} + k_{23} u_{0,\zeta\eta} - a_{21} u_{0,\zeta}) + A_{66}/2 (k_{31} v_{0,\zeta\zeta} + k_{32} v_{0,\eta\eta} + k_{33} v_{0,\zeta\eta} - a_{31} v_{0,\zeta}) + B_{11}(k_{11} \phi_{x,\zeta\zeta}) + B_{12}/2 (k_{31} \phi_{y,\zeta\zeta} + k_{32} \phi_{y,\eta\eta} + k_{33} \phi_{y,\zeta\eta} - a_{31} \phi_{y,\zeta}) + B_{16}(k_{11} \phi_{y,\zeta\zeta}) + B_{16} (k_{31} \phi_{x,\zeta\zeta} + k_{32} \phi_{x,\eta\eta} + k_{33} \phi_{x,\zeta\eta} - a_{31} \phi_{x,\zeta}) + B_{26} (k_{21} \phi_{y,\zeta\zeta} + k_{22} \phi_{y,\eta\eta} + k_{23} \phi_{y,\zeta\eta} - a_{21} \phi_{y,\zeta}) + B_{66} (k_{21} \phi_{x,\zeta\zeta} + k_{22} \phi_{x,\eta\eta} + k_{23} \phi_{x,\zeta\eta} - a_{21} \phi_{x,\zeta}) + B_{66}/2 (k_{31} \phi_{y,\zeta\zeta} + k_{32} \phi_{y,\eta\eta} + k_{33} \phi_{y,\zeta\eta} - a_{31} \phi_{y,\zeta}) = 0$$

$$A_{12}/2 (k_{31} u_{0,\zeta\zeta} + k_{32} u_{,\eta\eta} + k_{33} u_{0,\zeta\eta} - a_{31} u_{0,\zeta}) + A_{22} (k_{21} v_{0,\zeta\zeta} + k_{22} v_{0,\eta\eta} + k_{23} v_{0,\zeta\eta} - a_{21} v_{0,\zeta}) + A_{26} (k_{21} u_{0,\zeta\zeta} + k_{22} u_{0,\eta\eta} + k_{23} u_{0,\zeta\eta} - a_{21} u_{0,\zeta}) + A_{26} (k_{31} v_{0,\zeta\zeta} + k_{32} v_{0,\eta\eta} + k_{33} v_{0,\zeta\eta} - a_{31} v_{0,\zeta}) + A_{16} (k_{11} u_{0,\zeta\zeta}) + A_{66} (k_{11} u_{0,\zeta\zeta}) + A_{66}/2 (k_{31} u_{0,\zeta\zeta} + k_{32} u_{,\eta\eta} + k_{33} u_{0,\zeta\eta} - a_{31} u_{0,\zeta}) + B_{12}/2 (k_{31} \phi_{x,\zeta\zeta} + k_{32} \phi_{x,\eta\eta} + k_{33} \phi_{x,\zeta\eta} - a_{31} \phi_{x,\zeta}) + B_{16} (k_{11} \phi_{x,\zeta\zeta}) + B_{22} (k_{21} \phi_{y,\zeta\zeta} + k_{22} \phi_{y,\eta\eta} + k_{23} \phi_{y,\zeta\eta} - a_{21} \phi_{y,\zeta}) + B_{26} (k_{21} \phi_{x,\zeta\zeta} + k_{22} \phi_{x,\eta\eta} + k_{23} \phi_{x,\zeta\eta} - a_{21} \phi_{x,\zeta}) + B_{26} (k_{31} \phi_{y,\zeta\zeta} + k_{32} \phi_{y,\eta\eta} + k_{33} \phi_{y,\zeta\eta} - a_{31} \phi_{y,\zeta}) + B_{66} (k_{11} \phi_{y,\zeta\zeta}) + B_{66}/2 (k_{31} \phi_{x,\zeta\zeta} + k_{32} \phi_{x,\eta\eta} + k_{33} \phi_{x,\zeta\eta} - a_{31} \phi_{x,\zeta}) = 0$$

$$K_s A_{45} [b_1 \phi_{y,\zeta} + b_3 \phi_{x,\zeta} + b_4 \phi_{x,\eta} + (k_{31} w_{,\zeta\zeta} + k_{32} w_{,\eta\eta} + k_{33} w_{,\eta\zeta} - a_{31} w_{,\zeta})] + k_s A_{55} (k_{11} w_{,\zeta\zeta} + b_1 \phi_{y,\zeta}) + k_s A_{44} (k_{21} w_{,\zeta\zeta} + k_{22} w_{,\eta\eta} + k_{23} w_{,\eta\zeta} - a_{21} w_{,\zeta} + b_3 \phi_{y,\zeta} + b_4 \phi_{y,\zeta}) - N_{xy}^T (k_{11} w_{,\zeta\zeta}) - N_{xy}^T (k_{31} w_{,\zeta\zeta} + k_{32} w_{,\eta\eta} + k_{33} w_{,\eta\zeta} - a_{31} w_{,\zeta}) + N_y^T (k_{21} w_{,\zeta\zeta} + k_{22} w_{,\eta\eta} + k_{23} w_{,\eta\zeta} - a_{21} w_{,\zeta} + b_3 \phi_{y,\zeta} + b_4 \phi_{y,\zeta}) = 0$$

$$B_{11} (k_{11} u_{0,\zeta\zeta}) + B_{12}/2 (k_{31} v_{0,\zeta\zeta} + k_{32} v_{0,\eta\eta} + k_{33} v_{0,\zeta\eta} - a_{31} v_{0,\zeta}) + B_{16} (k_{11} v_{0,\zeta\zeta}) + B_{16} (k_{31} u_{0,\zeta\zeta} + k_{32} u_{0,\eta\eta} + k_{33} u_{0,\zeta\eta} - a_{31} u_{0,\zeta}) + B_{26} (k_{21} v_{0,\zeta\zeta} + k_{22} v_{0,\eta\eta} + k_{23} v_{0,\zeta\eta} - a_{21} v_{0,\zeta}) + B_{66} (k_{21} u_{0,\zeta\zeta} + k_{22} u_{0,\eta\eta} + k_{23} u_{0,\zeta\eta} - a_{21} u_{0,\zeta}) + B_{66}/2 (k_{31} v_{0,\zeta\zeta} + k_{32} v_{0,\eta\eta} + k_{33} v_{0,\zeta\eta} - a_{31} v_{0,\zeta}) + D_{11} (k_{11} \phi_{x,\zeta\zeta}) + D_{12}/2 (k_{31} \phi_{y,\zeta\zeta} + k_{32} \phi_{y,\eta\eta} + k_{33} \phi_{y,\zeta\eta} - a_{31} \phi_{y,\zeta}) + D_{16} (k_{11} \phi_{y,\zeta\zeta}) + D_{16} (k_{31} \phi_{x,\zeta\zeta} + k_{32} \phi_{x,\eta\eta} + k_{33} \phi_{x,\zeta\eta} - a_{31} \phi_{x,\zeta}) + D_{26} (k_{21} \phi_{y,\zeta\zeta} + k_{22} \phi_{y,\eta\eta} + k_{23} \phi_{y,\zeta\eta} - a_{21} \phi_{y,\zeta}) + D_{66} (k_{21} \phi_{x,\zeta\zeta} + k_{22} \phi_{x,\eta\eta} + k_{23} \phi_{x,\zeta\eta} - a_{21} \phi_{x,\zeta}) + D_{66}/2 (k_{31} \phi_{y,\zeta\zeta} + k_{32} \phi_{y,\eta\eta} + k_{33} \phi_{y,\zeta\eta} - a_{31} \phi_{y,\zeta}) - k_s A_{45} (b_3 w_{0,\zeta} + b_4 w_{0,\eta} + \phi_y) - k_s A_{55} (b_1 w_{0,\zeta} + \phi_x) = 0$$

$$B_{16} (k_{11} u_{0,\zeta\zeta}) + B_{26} (k_{21} u_{0,\zeta\zeta} + k_{22} u_{0,\eta\eta} + k_{23} u_{0,\zeta\eta} - a_{21} u_{0,\zeta}) + B_{26} (k_{31} v_{0,\zeta\zeta} + k_{32} v_{0,\eta\eta} + k_{33} v_{0,\zeta\eta} - a_{31} v_{0,\zeta}) + B_{66} (k_{11} v_{0,\zeta\zeta}) + B_{66}/2 (k_{31} u_{0,\zeta\zeta} + k_{32} u_{0,\eta\eta} + k_{33} u_{0,\zeta\eta} - a_{31} u_{0,\zeta}) + B_{22} (k_{21} v_{0,\zeta\zeta} + k_{22} v_{0,\eta\eta} + k_{23} v_{0,\zeta\eta} - a_{21} v_{0,\zeta}) + D_{12}/2 (k_{31} \phi_{x,\zeta\zeta} + k_{32} \phi_{x,\eta\eta} + k_{33} \phi_{x,\zeta\eta} - a_{31} \phi_{x,\zeta}) + D_{22} (k_{21} \phi_{y,\zeta\zeta} + k_{22} \phi_{y,\eta\eta} + k_{23} \phi_{y,\zeta\eta} - a_{21} \phi_{y,\zeta}) + D_{26} (k_{21} \phi_{x,\zeta\zeta} + k_{22} \phi_{x,\eta\eta} + k_{23} \phi_{x,\zeta\eta} - a_{21} \phi_{x,\zeta}) + D_{26} (k_{31} \phi_{y,\zeta\zeta} + k_{32} \phi_{y,\eta\eta} + k_{33} \phi_{y,\zeta\eta} - a_{31} \phi_{y,\zeta}) + D_{66}/2 (k_{31} \phi_{x,\zeta\zeta} + k_{32} \phi_{x,\eta\eta} + k_{33} \phi_{x,\zeta\eta} - a_{31} \phi_{x,\zeta}) + D_{66} (k_{11} \phi_{y,\zeta\zeta}) - k_s A_{44} (b_3 w_{0,\zeta} + b_4 w_{0,\eta} + \phi_y) - k_s A_{45} (b_1 w_{0,\zeta} + \phi_x) = 0$$

که در این معادلات ضرایب b_1 و b_3 و b_4 و k_{mn} و a_{mn} توسط روابط (۲۲.۳) محاسبه می شوند.

$$b_1 = [j]^{-1}(1,1)$$

$$b_3 = [j]^{-1}(2,1)$$

$$b_4 = [j]^{-1}(2,2)$$

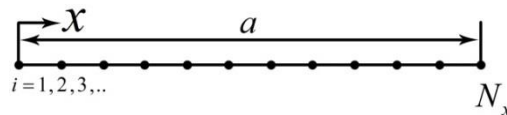
(۲۲.۳)

$$k_{mn} = [j^{(2)}]^{-1}(m,n)$$

$$a_{mn} = [j^{(2)}]^{-1} [j^{(1)}] [j]^{-1}(m,n)$$

۴.۳ روش مربع سازی دیفرانسیلی تعمیم یافته

روش های تقریبی عددی، کاربرد زیادی برای حل معادلات دیفرانسیل پاره ای در زمینه های مختلف مهندسی دارد. روش های کلاسیک مانند روش های تفاضل محدود و المان محدود به خوبی شناخته شده اند و کاربرد آن ها توسعه داده شده است. در این روش ها، استفاده از تعداد زیادی نقاط شبکه می تواند منجر به نتایج دقیق تری شود که البته این امر مستلزم استفاده از رایانه های با ظرفیت بالا است. پژوهش در مورد یافتن روش های عددی با محاسبات کمتر همواره مطرح بوده است. یکی از این روش ها، روش مربع سازی دیفرانسیلی یا DQ است. این روش اولین بار توسط بلمن و کاستی در سال ۱۹۷۱ به عنوان یک روش عددی برای حل معادلات دیفرانسیل پاره ای به کار گرفته شد [۴۲]. دقت بالای نتایج حاصل از این روش با استفاده از تعداد نقاط شبکه ای کم و سهولت به کارگیری آن باعث محبوبیت روزافزون آن شده است. البته این روش دارای معایبی نیز می باشد. به عنوان مثال می توان به عدم کارآیی مناسب این روش در تحلیل سازه ها با بارگذاری، خواص مواد و یا هندسه ناپیوسته اشاره کرد. در روش DQ، مشتق جزئی تابع در یک نقطه خاص برابر است با مجموع حاصل ضرب های ضریب وزنی هر نقطه از شبکه در مقدار تابع آن نقطه. به عنوان مثال، شکل ۳.۴، یک شبکه یک بعدی از ناحیه فیزیکی با N_x نقطه در راستای x در نظر گرفته می شود.



شکل ۴.۳ شبکه بندی یک بعدی

بر اساس روش DQ، مشتق n ام تابعی فرضی مانند $f(x)$ در نقطه x_i به صورت زیر محاسبه می شود [۴۲]:

$$\frac{\partial^n f(x_i)}{\partial x^n} = \sum_{k=1}^{N_x} c_{ik}^{(n)} f(x_k) \quad , \quad i = 1, \dots, N_x \quad , \quad n = 1, \dots, N_x - 1 \quad (۲۳.۳)$$

که در رابطه (۲۳.۳)، $c_{ik}^{(n)}$ ضرایب وزنی مربوط به راستای x می‌باشد. نکته اساسی در این روش، محاسبه ضرایب وزنی و چگونگی توزیع نقاط شبکه می‌باشد.

بلمن دو روش در محاسبه ضرایب وزنی مشتق مرتبه اول ارائه داد [۴۲]: اولین روش بر اساس یک دستگاه معادلات جبری است. متأسفانه هنگامی که تعداد نقاط شبکه زیاد باشد ماتریس این دستگاه معادلات جبری بد وضعیت می‌شود. به این علت، این روش برای مسائل با تعداد نقاط شبکه ۱۳ عدد یا کمتر کاربرد دارد. روش دوم استفاده از چندجمله‌ای لژاندر^v از درجه N می‌باشد که نقاط شبکه‌ای، ریشه‌های این چندجمله‌ای می‌باشند. بنابراین گسترده‌گی نقاط شبکه‌ای ثابت هستند و فیزیک مسئله در نظر گرفته نمی‌شود. این موضوع سبب محدود شدن روش DQ در حل مسائل سازه‌ای می‌شود. چراکه در مسائل مکانیک ممکن است انواع شرایط مرزی ظاهر شود و هر شرط مرزی نیاز به نقاط شبکه‌ای خاص خود را دارد.

بر اساس کار بلمن، شوو ریچاردروشی را تحت عنوان روش مربع‌سازی دیفرانسیلی تعمیم‌یافته یا GDQ معرفی کردند که این روش بر روش قبل در به دست آوردن ضرایب وزنی مشتقات مرتبه بالاتر با توزیع دلخواه نقاط شبکه‌ای غلبه کرد [۴۳].

در روش GDQ، ضرایب وزنی مشتق مرتبه اول به صورت یک فرمول‌بندی ساده جبری به کمک توابع درون‌یاب لاگرانژ به دست می‌آیند و ضرایب وزنی مشتق مرتبه دوم و مرتبه‌های بالاتر با یک عبارت برگشتی مطابق روابط زیر محاسبه می‌شوند [۴۳].

$$c_{ij}^{(1)} = \frac{M^{(1)}(x_i)}{(x_i - x_j)M^{(1)}(x_i)} \quad , \quad i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j \quad (24.3)$$

$$M^{(1)}(x_i) = \prod_{j=1, i \neq j}^N (x_i - x_j) \quad (25.3)$$

$$c_{ij}^{(n)} = n \left(c_{ii}^{(n-1)} c_{ij}^{(1)} - \frac{c_{ij}^{(n-1)}}{(x_i - x_j)} \right) \quad , \quad i, j = 1, 2, \dots, N_x, i \neq j, n = 2, 3, \dots, N_x - 1 \quad (26.3)$$

$$c_{ii}^{(n)} = - \sum_{j=1, i \neq j}^N c_{ij}^{(n)} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N_x \quad , \quad n = 1, 2, \dots, N_x - 1 \quad (27.3)$$

انتخاب نقاط شبکه و چگونگی توزیع آن‌ها نقش بسیار مؤثری در به دست آوردن سرعت همگرایی و پایداری روش GDQ بازی می‌کند. معمولاً توزیع غیریکنواخت شبکه نسبت به توزیع یکنواخت آن نتایج بهتری به دست می‌دهد [۴۳]. برت و مالک نشان دادند که توزیع نقاط شبکه با توجه به مسئله فرق می‌کند و پیشنهاد کردند برای مسائل مکانیک سازه‌ای از روش Chebyshev-Gauss-Lobatto برای توزیع نقاط شبکه استفاده شود که در یک شبکه یک‌بعدی با N_x نقطه در بازه $[a, b]$ به صورت رابطه (۲۸.۳) می‌باشد [۴۴]:

$$x_i = a + \frac{(b-a)}{2} \left(1 - \cos \left(\frac{i-1}{N_x-1} \pi \right) \right) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N_x \quad (28.3)$$

برای درک بهتر موضوع، تابع $f = f(\xi, \eta)$ که در دامنه‌ی $0 \leq \xi \leq a$ و $0 \leq \eta \leq b$ تعریف می‌گردد، در نظر گرفته می‌شود.

مشتق m ام تابع $f(\xi, \eta)$ نسبت به ξ در نقطه $(\xi, \eta) = (\xi_i, \eta_j)$ به صورت زیر می‌باشد.

$$\left. \frac{\partial^m f}{\partial \xi^m} \right|_{(\xi_i, \eta_j)} = \sum_{k=1}^{N_\xi} c_{ik}^m f(\xi_k, \eta_j) \quad , \quad i=1, \dots, N_\xi \quad , \quad j=1, \dots, N_\eta \quad (26,3)$$

مشتق n ام تابع $f(\xi, \eta)$ نسبت به η در نقطه $(\xi, \eta) = (\xi_i, \eta_j)$ به صورت معادله زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\left. \frac{\partial^n f}{\partial \eta^n} \right|_{(\xi_i, \eta_j)} = \sum_{l=1}^{N_\eta} \bar{c}_{jl}^n f(\xi_i, \eta_l) \quad , \quad i=1, \dots, N_\xi \quad , \quad j=1, \dots, N_\eta \quad (27,3)$$

همچنین، مشتق جزئی تابع $f(\xi, \eta)$ نسبت به ξ و η از مرتبه m و n در نقطه $(\xi, \eta) = (\xi_i, \eta_j)$ به صورت معادله زیر می‌باشد.

$$\left. \frac{\partial^{(m+n)} f}{\partial \xi^m \partial \eta^n} \right|_{(\xi_i, \eta_j)} = \sum_{k=1}^{N_\xi} \sum_{l=1}^{N_\eta} c_{ik}^m \bar{c}_{jl}^n f(\xi_k, \eta_l) \quad , \quad i=1, \dots, N_\xi \quad , \quad j=1, \dots, N_\eta \quad (28,3)$$

که در آن، c_{ik} و \bar{c}_{jl} ضرایب وزنی مربوط به راستای ξ و η می‌باشند.

فصل چهارم

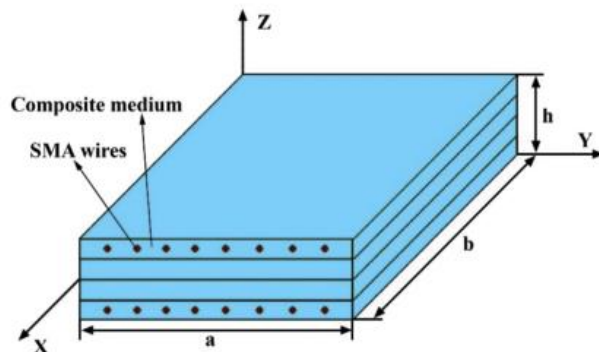
نتایج و بحث

در این بخش، ابتدا برای آن که نشان داده شود تحلیل کمانش حرارتی ورق کامپوزیتی دوزنقه‌ای حاوی سیم‌های حافظه‌دار (شکل ۱،۱) که هدف اصلی پژوهش حاضر است مورد اعتماد می‌باشد، اعتبارسنجی نتایج مربوط به روش عددی به کار گرفته شده یعنی GDQ ارائه می‌گردد. بدین منظور، با ذکر چند مثال و مقایسه نتایج کار حاضر با نتایج مشابه موجود در سایر مراجع، میزان صحت و دقت آنالیز عددی بیان می‌گردد. سپس، عملکرد سیم‌های حافظه‌دار بر کمانش حرارتی ورق‌های کامپوزیتی دوزنقه‌ای بررسی می‌شود. پارامترهای موثر بر نحوه عملکرد این سیم‌ها عبارتند از خواص ترمومکانیکی آلیاژ حافظه‌دار به کار گرفته شده، کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار و مقدار پیش کرنش ایجاد شده در آن‌ها، ضخامت ورق، زاویه کجی لبه‌های ورق و زاویه قرارگیری لایه‌های ورق کامپوزیتی. در ادامه سعی می‌شود که نحوه تاثیر این پارامترها بر دمای بحرانی کمانش ورق با جزئیات بیشتر توضیح داده شود. ورق کامپوزیتی پایه متشکل از اپوکسی و الیاف کربن است که خواص معادل آن بر اساس جدول ۱.۴ در نظر گرفته می‌شود. جنس آلیاژ حافظه‌دار نیز بر مبنای پژوهش انجام شده توسط اسدی و همکاران در مرجع [۲۷] انتخاب شده است که مشخصات ترمومکانیکی آن در جدول ۲.۴ نشان داده می‌شود. باید اشاره کرد که در تمام مسائل و نتایج پیش رو، سیم‌های حافظه‌دار همراستا با الیاف کربن در نظر گرفته می‌شوند. همچنین، در تمام مثال‌ها فرض می‌گردد که سیم‌های حافظه‌دار در بیرونی‌ترین لایه‌های ورق تعبیه می‌شوند. به‌عنوان مثال، منظور از ورق حاوی ۲۰ درصد آلیاژ حافظه‌دار با لایه‌چینی $[30^\circ / -45^\circ / 45^\circ / 90^\circ]_s$ یک ورق کامپوزیتی متقارن هشت‌لایه است که لایه اول و هشتم آن، یعنی لایه‌ها با زاویه الیاف ۳۰ درجه، حاوی ۲۰ درصد کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار هستند. همچنین اشاره می‌شود که به غیر از مواردی که مشخصاً عنوان می‌گردد، میزان پیش کرنش در سیم‌های حافظه‌دار ۰.۲٪ در نظر گرفته می‌شود.

۱،۴ صحت‌سنجی نتایج

در این قسمت، با ارائه چند مقایسه عددی، صحت نتایج به‌دست‌آمده از روش GDQ در تحلیل کمانش حرارتی ورق‌های دوزنقه‌ای کامپوزیتی حاوی SMA ارزیابی می‌شود. اشاره می‌گردد که در تمام مثال‌ها تعداد 19×19 گره برای شبکه مورد نیاز در روش GDQ در نظر گرفته می‌شود. در مثال اول، دمای بحرانی کمانش یک ورق مستطیلی کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار محاسبه شده و با نتایج ارائه‌شده توسط اسدی و همکارانش در شکل ۱۲ مرجع [۲۷] مقایسه می‌گردد. هندسه مورد نظر مطابق با شکل ۱،۴ می‌باشد. خواص ترمومکانیکی سیم‌های حافظه‌دار مورد نظر در این مثال بر اساس جدول ۱.۴، و خواص مکانیکی و حرارتی کامپوزیت تشکیل شده از پلیمر و الیاف کربن بر اساس جدول ۲،۴ در نظر گرفته می‌شود. همانگونه که دیده می‌شود، خواص مواد ثابت نبوده و به دما وابسته هستند. نتایج عددی به‌ازای مقادیر مختلف کسر حجمی در جدول ۳،۴ ارائه می‌گردد. لازم به‌ذکر است که منظور از ΔT_{cr} در این جدول، میزانی از افزایش دما نسبت به دمای محیط است که منجر به کمانش در سازه می‌گردد که از این‌پس، به‌اختصار، دمای بحرانی کمانش نامیده می‌شود. همچنین باید اشاره کرد که در مرجع [۲۷]، دمای بحرانی کمانش ورق تقویت‌شده با آلیاژهای حافظه‌دار توسط یک روش تحلیلی محاسبه می‌شود. این جدول نشان‌دهنده نتایج حاصل از دو روش از تطابق خوبی با یکدیگر برخوردار هستند و اختلاف بین جواب‌ها کم، و در بیشترین حالت ۳/۳۱٪ می‌باشد.

بنابر این می‌توان بیان کرد که روش عددی استفاده شده در رساله حاضر قابلیت تعیین دمای بحرانی کمانش ورق مستطیلی حاوی سیم‌های حافظه‌دار را با دقت قابل قبولی دارا می‌باشد.



شکل ۱،۴: ورق کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار با هندسه مستطیلی جهت صحت‌سنجی نتایج عددی [۲۷]

جدول ۱،۴ خواص ترمومکانیکی آلیاژهای حافظه‌دار [۲۷]

بیشترین کرنش پسماند	چگالی، ضریب پواسون، ضریب انتقال حرارتی	پارامترهای دیاگرام فاز	مدول‌ها	دماهای انتقال
$\varepsilon_L = 0.067$	$\rho = 6450 \text{ kg/m}^3$	$C_M = 8 \text{ MPa/}^\circ\text{C}$	$E_A = 67 \text{ GPa}$	$M_f = 9^\circ\text{C}$
	$\nu = 0.33$	$C_A = 13.8 \text{ MPa/}^\circ\text{C}$	$E_M = 26.3 \text{ GPa}$	$M_s = 18.4^\circ\text{C}$
	$\alpha_s = 10.26 \times 10^{-6} /^\circ\text{C}$	$\sigma_s^{cr} = 100 \text{ MPa}$	$\Theta = 0.55 \text{ MPa/}^\circ\text{C}$	$A_s = 34.5^\circ\text{C}$
		$\sigma_f^{cr} = 170 \text{ MPa}$		$A_f = 49^\circ\text{C}$

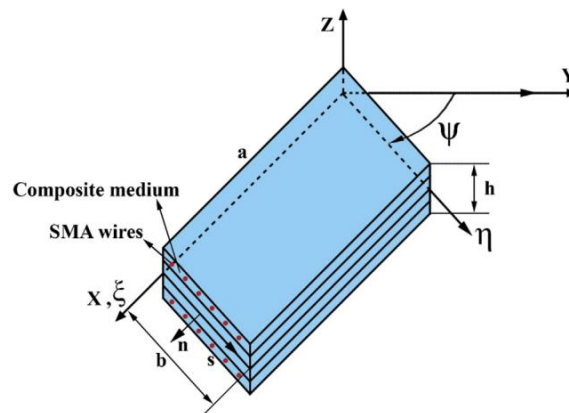
جدول ۲،۴ خواص ترمومکانیکی کامپوزیت [۲۷]

$E_{1m} = E_{1m}^0 (1 + E_{1m}^1 \Delta T)$;	$E_{1m}^0 = 155 \text{ GPa}$	$E_{1m}^1 = -3.53 \times 10^{-4} /^\circ\text{C}$
$E_{2m} = E_{2m}^0 (1 + E_{2m}^1 \Delta T)$;	$E_{2m}^0 = 8.07 \text{ GPa}$	$E_{2m}^1 = -4.27 \times 10^{-4} /^\circ\text{C}$
$G_{12m} = G_{12m}^0 (1 + G_{12m}^1 \Delta T)$;	$G_{12m}^0 = 4.55 \text{ GPa}$	$G_{12m}^1 = -6.06 \times 10^{-4} /^\circ\text{C}$
$\alpha_{1m} = \alpha_{1m}^0 (1 + \alpha_{1m}^1 \Delta T)$;	$\alpha_{1m}^0 = -0.07 \times 10^{-6} /^\circ\text{C}$	$\alpha_{1m}^1 = -1.25 \times 10^{-4} /^\circ\text{C}$
$\alpha_{2m} = \alpha_{2m}^0 (1 + \alpha_{2m}^1 \Delta T)$;	$\alpha_{2m}^0 = 30.1 \times 10^{-6} /^\circ\text{C}$	$\alpha_{2m}^1 = 0.41 \times 10^{-4} /^\circ\text{C}$
$\nu_{12m} = 0.22$		

جدول ۳.۴ مقایسه دمای بحرانی کمانش ورق مستطیلی تقویت شده با سیم‌های حافظه‌دار با لایه‌چینی $[90^\circ / 0^\circ / 90^\circ / 0^\circ]_s$ به ازای مقادیر مختلف کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار ($a/b=1, h/b=1/50$)

V_s	$\Delta T_{cr} (^\circ C)$		درصد اختلاف
	کار حاضر (روش GDQ)	مرجع [۲۷] (روش تحلیلی)	
بدون سیم حافظه‌دار	۲۱۱	۲۰۴	۳/۳۱
۵٪	۲۳۷	۲۳۱	۲/۵۳
۱۰٪	۲۶۲	۲۵۹	۱/۱۵
۱۵٪	۲۹۱	۲۸۶	۱/۷۲
۲۰٪	۳۱۹	۳۱۳	۱/۸۸
۳۰٪	۳۷۲	۳۶۷	۱/۳۴

در مثال دوم، کمانش حرارتی ورق مورب کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. خواص مکانیکی و حرارتی مطابق با مثال قبلی و هندسه مسئله به صورت شکل ۲،۴ در نظر گرفته می‌شود. دمای کمانش ورق مورب به ازای کسر حجمی و پیش-کرنش‌های مختلف سیم‌های حافظه‌دار و همچنین شرایط مرزی کاملاً ساده و کاملاً گیردار به دست آمده و با نتایج مشابه گزارش شده در پژوهش کمریان و شاکری [۳۲] مقایسه می‌گردد. به خوبی دیده می‌شود که نتایج عددی از تطابق بسیار خوبی برخوردار هستند. بیشترین اختلاف بین نتایج کمتر از ۲٪ بوده که این اختلاف کم بین نتایج عددی قابل چشم‌پوشی می‌باشد.



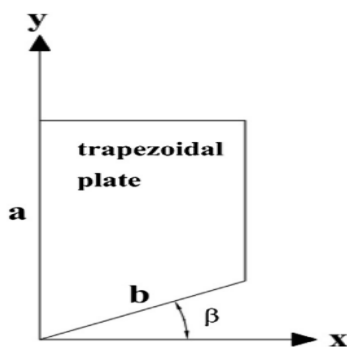
شکل ۲،۴: ورق کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار با هندسه مورب جهت صحت‌سنجی نتایج عددی [۳۲]

جدول ۴.۴ مقایسه دمای بحرانی کمانش ورق مورب کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار با لایه‌چینی $[30^\circ / -45^\circ / 45^\circ / 90^\circ]_s$ به ازای مقادیر

مختلف کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار ($a/b=1, h/b=1/50, \psi=30^\circ$)

V_s	ϵ_0	$V_s=0\%$			$V_s=10\%$		
		کار حاضر	[۳۲]	درصد اختلاف	کار حاضر	[۳۲]	درصد اختلاف
SSSS	٪۱	۸۹/۴	۸۸/۷	۰/۷۸	۱۲۱/۳	۱۱۹/۲	۱/۷۳
	٪۲	۸۹/۴	۸۸/۷	۰/۷۸	۱۴۹/۵	۱۵۰/۵	۰/۶۷
	٪۳	۸۹/۴	۸۸/۷	۰/۷۸	۱۸۰/۹	۱۷۹/۷	۰/۶۶
CCCC	٪۱	۱۹۷/۲	۱۹۸/۹	۰/۸۶	۲۲۹/۶	۲۳۰/۸	۰/۵۲
	٪۲	۱۹۷/۲	۱۹۸/۹	۰/۸۶	۲۶۱/۷	۲۶۳/۸	۰/۸۰
	٪۳	۱۹۷/۲	۱۹۸/۹	۰/۸۶	۲۹۲/۸	۲۹۴/۰	۰/۴۱

در مثال سوم، کمانش حرارتی یک ورق دوزنقه‌ای ایزوتروپیک بررسی می‌شود و صحت نتایج روش عددی به کار گرفته‌شده در این پایان‌نامه مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور، ورقی مشابه شکل ۳،۴ در نظر گرفته می‌شود. خواص مکانیکی و حرارتی ورق به صورت $E = 70 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$, $\alpha = 23 \times 10^{-6} / ^\circ \text{C}$ لحاظ می‌گردد. جدول ۵.۴ نتایج مربوط به دمای بحرانی کمانش ورق دوزنقه‌ای مورد اشاره را نشان می‌دهد. در این جدول، دمای بحرانی کمانش برای شرایط مرزی کاملاً گیردار و به ازای مقادیر مختلف زاویه β محاسبه شده و با نتایج شکل ۱۴ مرجع [۳۴] مقایسه می‌گردد. باید اشاره کرد نتایج این مرجع به صورت تقریبی و از روی نمودار استخراج شده است و در جدول ۵،۴ به صورت عددی ظاهر شده است. به طور کلی مشاهده می‌شود که نتایج عددی روش GDQ، کمانش حرارتی سازه مورد نظر را با دقت بسیار خوبی پیش‌بینی می‌کند و بیشترین اختلاف‌ها کمتر از ۰.۴٪ می‌باشد که این اختلاف به دلیل تفاوت در روش حل و یا تعداد نقاط شبکه بوده و قابل قبول می‌باشد. لازم به ذکر است که در مرجع [۳۴] از روش گلرکین بدون المان جهت محاسبه دمای بحرانی کمانش سازه استفاده شده است.



شکل ۳.۴: ورق دوزنقه‌ای ایزوتروپیک مورد نظر جهت صحت‌سنجی نتایج عددی

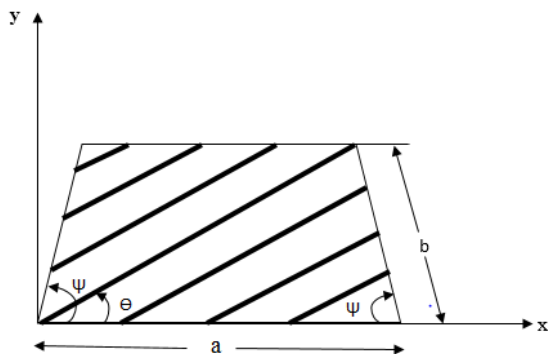
جدول ۵.۴ مقایسه دمای بحرانی کمانش ورق دوزنقه‌ای ایزوتروپیک ($a/b=1, h/b=1/100$)

$\beta(^{\circ})$	$\Delta T_{cr} (^{\circ}C)$		درصد اختلاف
	کار حاضر (روش GDQ)	مرجع [۳۴] (روش گلرکین)	
۰	۴۵	۴۶	۲/۱۷
۲۰	۶۰	۵۸	۳/۴۵
۳۰	۷۸	۷۷	۱/۳۰
۴۰	۱۰۱	۱۰۳	۱/۹۴
۴۵	۱۲۵	۱۲۶	۰/۷۹

با توجه به مقایسه‌های انجام شده در سه مثال عددی ارائه شده، می‌توان به این مهم دست یافت که نتایجی که در بخش آینده در مورد کمانش ورق‌های مورب کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار ارائه می‌گردد قابل اعتماد بوده و دقت لازم برای تحلیل و بررسی مسئله اصلی این پایان‌نامه را دارند.

۲.۴ کمانش حرارتی ورق‌های دوزنقه‌ای کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار

در این قسمت، عملکرد سیم‌های حافظه‌دار بر کمانش حرارتی ورق‌های دوزنقه‌ای کامپوزیتی بررسی می‌شود. پارامترهای موثر بر نحوه عملکرد این سیم‌ها عبارتند از خواص ترمومکانیکی آلیاژ حافظه‌دار به کار گرفته شده، کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار و مقدار پیش کرنش ایجاد شده در آن‌ها، زاویه قرارگیری لایه‌های ورق کامپوزیتی، ضخامت ورق و زاویه کجی لبه‌های ورق. در ادامه سعی می‌شود که نحوه تاثیر این پارامترها بر دمای بحرانی کمانش ورق با جزئیات بیشتر توضیح داده شود. هندسه مسئله مورد نظر در این بخش مطابق با شکل ۴،۴ در نظر گرفته می‌شود. مشخصات هندسی این ورق عبارت است از نسبت طولی b/a ، نسبت ضخامت h/b و زاویه کجی لبه‌ها ψ می‌باشد. خواص مکانیکی و حرارتی کامپوزیت پایه و همچنین آلیاژ حافظه‌دار به کار گرفته شده مطابق جدول‌های ۱،۴ و ۲،۴ می‌باشد. باید اشاره کرد که در تمام مسائل و نتایج پیش رو، سیم‌های حافظه‌دار همراستا با الیاف کربن در نظر گرفته می‌شوند. همچنین، در تمام مثال‌ها به غیر از مواردی که مشخصاً ذکر می‌شود فرض می‌گردد که سیم‌های حافظه‌دار در بیرونی‌ترین لایه‌های ورق تعبیه می‌شوند. به عنوان مثال، منظور از ورق حاوی ۲۰ درصد آلیاژ حافظه‌دار با لایه‌چینی $[30^{\circ} / -45^{\circ} / 45^{\circ} / 90^{\circ}]_s$ یک ورق کامپوزیتی متقارن هشت لایه است که لایه اول و هشتم آن، یعنی لایه‌ها با زاویه الیاف ۳۰ درجه، حاوی ۲۰ درصد کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار هستند. همچنین اشاره می‌شود که به غیر از مواردی که مشخصاً عنوان می‌گردد، میزان پیش کرنش در سیم‌های حافظه‌دار ۰.۲٪ در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۴،۴: ورق دوزنقه‌ای کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار

ابتدا تاثیر کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار و پیش کرنش ایجاد شده در آن‌ها بر دمای بحرانی کمانش ورق دوزنقه‌ای کامپوزیتی به‌ازای شرایط مرزی متفاوت ارائه می‌گردد. نتایج عددی مربوط به این بررسی در جدول ۶،۴ گزارش می‌شود. همان‌طور که نتایج این جدول مشخص می‌کند، برای ورق با مشخصات هندسی داده‌شده، به‌غیر از حالتی که در سیم‌های حافظه‌دار پیش کرنشی ایجاد نشده‌است، در سایر موارد با افزایش کسر حجمی آلیاژ حافظه‌دار، دمای کمانش بحرانی سازه نیز افزایش می‌یابد. دلیل این امر این است که با افزایش کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار، تنش بازیابی کششی ایجاد شده در ورق بیشتر شده و به‌همین سبب، توانایی بیشتری جهت مقابله با تنش‌های فشاری حرارتی به‌وجود آمده و در نتیجه دمای بحرانی کمانش به‌تاخیر می‌افتد. در حالتی که سیم‌های حافظه‌دار بدون پیش کرنش در سازه‌ها تعبیه می‌شوند، با افزایش دما هیچ‌گونه تنش بازیابی کششی در سازه ایجاد نمی‌شود و تاثیر این سیم‌ها محدود به خواص مکانیکی و فیزیکی آن‌ها خواهد شد. با مقایسه خواص کامپوزیت پایه و همچنین سیم‌های حافظه‌دار مشاهده می‌شود که مدول یانگ سیم‌های حافظه‌دار در بیشترین حالت خود یعنی زمانی که در فاز آستنیت می‌باشند برابر با $۶۷ GPa$ می‌باشد که بسیار کمتر از مقدار مشابه برای کامپوزیت پایه است. به‌همین دلیل، افزودن سیم‌های حافظه‌دار موجب کاهش سفتی کل سازه می‌گردد. از طرفی، ضریب انبساط حرارتی سیم‌های حافظه‌دار و کامپوزیت پایه نیز با یکدیگر متفاوت هستند. بنابر این می‌توان گفت که با افزایش سیم‌های حافظه‌دار بدون پیش کرنش در سازه مقدار دمای بحرانی اندکی تغییر می‌کند که در این مثال این تغییرات به صورت کاهشی جلوه پیدا می‌کند. نکته دیگر که می‌توان از نتایج عددی جدول ۶،۴ استنباط کرد مربوط به نقش شرایط مرزی در میزان تاثیر آلیاژهای حافظه‌دار بر کمانش حرارتی سازه است.

در اینجا مقایسه‌ای بین دمای بحرانی کمانش ورق‌های حاوی آلیاژ حافظه‌دار یکسان ولی با شرایط مرزی متفاوت صورت می‌گیرد. نتایج جدول ۶،۴ نشان می‌دهد که با افزودن سیم‌های حافظه‌دار پیش کرنش یافته، مقدار دمای بحرانی کمانش در تمامی شرایط مرزی افزایش می‌یابد اما این مقدار افزایش بسته به نوع مرزها متفاوت می‌باشند. به‌عنوان مثال، تاثیر افزودن ۲۰% کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار با پیش کرنش ۱% برای ورق دوزنقه‌ای کامپوزیتی با شرایط مرزی کاملاً ساده و ورق کاملاً گیردار مقایسه می‌شود. نتایج عددی بیان می‌دارد که دمای بحرانی کمانش ورق با شرایط مرزی ساده قبل و بعد از تعبیه کردن سیم‌های حافظه‌دار به ترتیب برابر $۵۳/۰۱^{\circ}C$ و $۸۹/۳۴^{\circ}C$ است. این به‌معنای افزایش ۶۸% درصدی دمای کمانش می‌باشد. اما این مقدار افزایش برای ورق با تکیه‌گاه‌های گیردار تقریباً ۲۴% درصد است که می‌تواند دمای کمانش را تنها حدود ۳۴ درجه، یعنی از $۱۴۵/۸۲^{\circ}C$ به $۱۷۹/۳۶^{\circ}C$ به‌تاخیر بیندازد.

برای توضیح این موضوع باید توجه داشت که سفتی هندسی مربوط به ورق با شرایط مرزی گیردار به مراتب بیشتر از مقدار مشابه برای ورق با شرایط مرزی ساده است و به همین علت ورق‌های گیردار به نسبت سایر ورق‌های مشابه از خواص کم‌اندازی بهتری برخوردار هستند. از طرفی، نیروی بازیابی کششی تولید شده از سوی سیم‌های حافظه‌دار برای دو ورق مشابه، یکسان می‌باشد. بنابراین نقش مثبتی که این نیرو در افزایش سفتی کل سازه می‌تواند ایفا کند در ورق‌های با شرایط مرزی ساده بیشتر و پررنگ‌تر از ورق‌های گیردار می‌باشد.

جدول ۶،۴ تاثیر کسر حجمی و پیش‌کرنش سیم‌های حافظه‌دار بر دمای بحرانی کمانش ورق دوزنقه‌ای کامپوزیتی با لایه‌چینی

$(a/b=1, h/b=0.01, \psi=30^\circ)$ برای شرایط مرزی مختلف $[0^\circ/-45^\circ/45^\circ/90^\circ]_s$

	ε_0	Vs			
		%۰	%۵	%۱۰	%۲۰
SSSS	%۰	۵۳/۰۱	۵۲/۷۸	۵۲/۴۴	۵۲/۲۴
	%۱	۵۳/۰۱	۶۵/۴۱	۷۱/۲۵	۸۹/۳۴
	%۲	۵۳/۰۱	۶۸/۷۱	۱۵۳/۱۴	۲۰۳/۵۵
	%۳	۵۳/۰۱	۶۹/۰۱	۹۷/۲۶	۱۲۱/۸۳
CCCC	%۰	۱۴۵/۸۲	۱۴۵/۴	۱۴۴/۸۵	۱۴۴/۰۶
	%۱	۱۴۵/۸۲	۱۵۶/۰۹	۱۷۰/۱۴	۱۷۹/۳۶
	%۲	۱۴۵/۸۲	۱۶۲/۷۹	۱۷۳/۳۲	۱۹۹/۱۱
	%۳	۱۴۵/۸۲	۱۶۸/۶۶	۱۸۰/۳۹	۲۰۹/۸۴

در اینجا، تاثیر افزودن سیم‌های حافظه‌دار بر دمای بحرانی کمانش ورق دوزنقه‌ای کامپوزیتی به‌ازای مقادیر مختلف پارامتر h/b و شرایط مرزی متفاوت بررسی، و نتایج در جدول ۷،۴ گزارش می‌شود. در یک ستون این جدول افزایش دمای بحرانی کمانش ورق دوزنقه‌ای در عدم حضور سیم‌های حافظه‌دار نشان داده می‌شود که مطابق انتظار، با ضخیم‌شدن ورق، مقدار آن نیز افزایش می‌یابد. در ستون‌های دیگر این جدول تاثیر افزودن مقادیر مختلف سیم‌های حافظه‌دار بر دمای کمانش مشاهده می‌گردد. اولین نکته قابل تامل در این جدول این است که در ورق‌های با نسبت ضخامت به‌عرض کمتر یا مساوی ۰،۰۰۷، تعبیه کردن سیم‌های حافظه‌دار در لایه‌های ورق نه تنها افزایشی در دمای کمانش ایجاد نمی‌کند که باعث کاهش آن نیز می‌شود. در ابتدا، این نتیجه با آنچه که در اثر افزودن سیم‌های حافظه‌دار انتظار می‌رود همخوانی ندارد اما با دقت بیشتر می‌توان به دلیل آن پی‌برد.

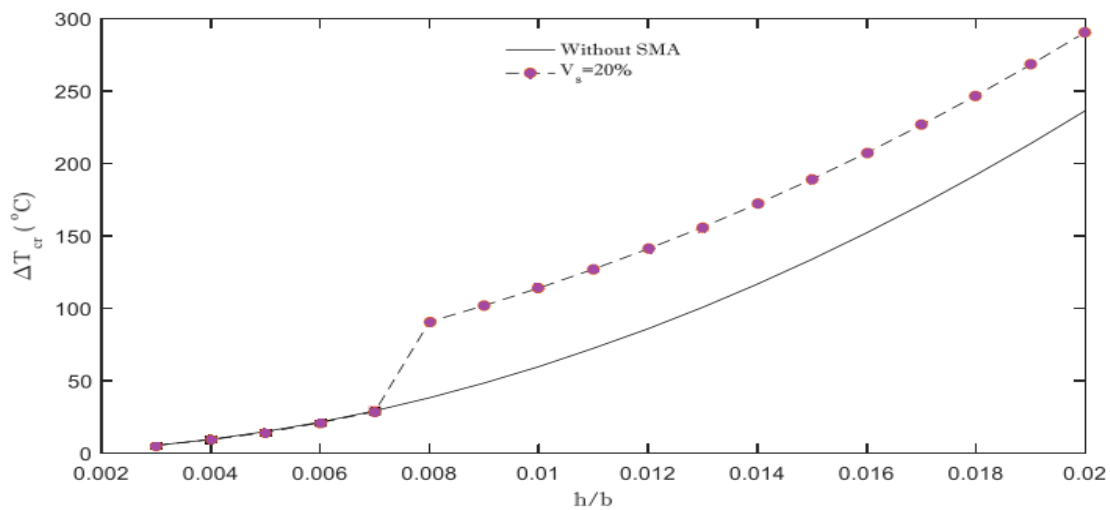
برای توجیه این اتفاق، به عنوان مثال، ورق با مشخصه $h/b = 0/07$ را در نظر بگیرید که افزایش دمای $\Delta T = 28/99$ منجر به کماتش حرارتی در آن می شود. به عبارت دیگر، ورق در دمای $T_{cr} = \Delta T_{cr} + T_{ref} = 20 + 28/99 = 48/99^\circ C$ کامنه می کند. برای توجیه این پدیده باید توجه داشت که بر اساس جدول ۱،۴ مشاهده می شود که دمای شروع و پایان آستنتی آلیاژ حافظه دار به ترتیب $A_s = 34.5^\circ C$ و $A_f = 49^\circ C$ است. این بدان معناست که تا دمای حدود $49^\circ C$ و یا حتی مقداری بیشتر از آن، تنش بازیابی کششی در سیم های حافظه دار یا ایجاد نمی شود و یا مقدار قابل ملاحظه و تاثیر گذاری ندارند. همچنین در برخی موارد، نه تنها نیرویی کششی جهت مقابله با تنش های فشاری حرارتی ایجاد نمی شود که با افزودن سیم های حافظه دار به سازه، میزان سفتی کل ورق کاهش می یابد. زیرا مدول الاستیک سیم های حافظه دار کمتر از مدول الیاف کربن می باشد. به همین دلیل است که تا قبل از دمای شروع آستنتی (و حتی مقداری بیشتر از آن) ممکن است افزودن سیم های حافظه دار نقش مخربی را برای مقابله با کماتش حرارتی ایفا کند. بنابر این، بسته به مقدار دمای شروع آستنتی، می توان یک نسبت ضخامت به عرض بحرانی $(\frac{h}{b})_{cr}$ یا ضخامت به عرض حداقل $(\frac{h}{b})_{min}$ را برای استفاده از سیم های حافظه دار تعریف کرد که به ازای مقادیر کمتر از آن، استفاده از این تقویت کننده ها به منظور بالا بردن دمای بحرانی کماتش هیچ گونه توجیهی ندارد. با این تعریف، نسبت ضخامت به عرض بحرانی برای جدول ۷،۴ مقداری بین $0/07$ تا $0/08$ در نظر گرفته می شود. تاثیر ضخامت ورق بر دمای بحرانی کماتش سازه در حضور یا عدم حضور سیم های حافظه دار را نیز می توان در شکل ۵،۴ مشاهده کرد. در نسبت های ضخامت به عرض بیشتر از حد بحرانی، استفاده از سیم های حافظه دار می تواند نقش بسیار موثری را در به تاخیر انداختن دمای بحرانی کماتش ایفا کند. مقایسه عددی نشان می دهد که وقتی نسبت ضخامت به عرض $0/08$ می باشد، با افزودن 20% کسر حجمی سیم های حافظه دار در لایه های بیرونی ورق، دمای بحرانی کماتش $42/1$ به $99/36$ درجه سانتی گراد می رسد که به معنای افزایش 136 درصدی می باشد. نکته مهم دیگر این است که با افزایش بیشتر ضخامت ورق، تاثیر آلیاژهای حافظه دار بر کماتش حرارتی کمتر می شود. به عنوان مثال، در نسبت ضخامت به عرض $0/01$ ، افزودن 20% سیم حافظه دار موجب به تاخیر انداختن ΔT_{cr} از $68/42^\circ C$ به $128/23^\circ C$ می شود که معادل افزایش 88 درصدی است. این مقایسه بیان می کند که برای $\frac{h}{b} > \frac{h}{b}|_{min}$ ، با افزایش مقدار ضخامت، تاثیر تولید تنش بازیابی سیم های حافظه دار در به تاخیر انداختن دمای بحرانی کماتش در مقابل افزایش دمای بحرانی ورق به دلیل ضخیم شدن سازه کم رنگ تر می شود. جدول ۸،۴ و شکل ۶،۴ تغییرات ΔT_{cr} بر حسب ضخامت را برای یک ورق دوزنقه ای کامپوزیتی نشان می دهد.

مطابق با آنچه که گفته شد، دیده می شود که با افزایش ضخامت ورق تا ضخامت بحرانی، سیم های حافظه دار نقش موثری را در کماتش ورق بازی نمی کنند و تاثیر مثبت یا منفی بسیار اندک آن تنها به دلیل مقدار مدول الاستیک و ضریب انتقال حرارتی آن ها می باشد. در ضخامت نزدیک به ضخامت بحرانی، نقش آلیاژهای حافظه دار بسیار چشمگیر بوده و پس از آن، با افزایش ضخامت ورق، تاثیر این سیم ها کم تر می شود.

جدول ۷،۴ تاثیر کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار بر دمای بحرانی کمانش ورق دوزنقه‌ای شکل کامپوزیتی با لایه‌چینی $[30^\circ / -45^\circ / 45^\circ / 90^\circ]_s$

و شرایط مرزی کاملاً ساده بر حسب نسبت‌های مختلف پارامتر ضخامت به عرض $(a/b=1, \psi=30^\circ)$

h/b	بدون آلیاژ حافظه‌دار	با آلیاژ حافظه‌دار			
		$V_s = 5\%$	۱۰٪	۱۵٪	۲۰٪
۰/۰۰۳	۵/۵۵	۵/۳۲	۵/۲۸	۵/۲۱	۵/۴۱
۰/۰۰۴	۹/۵۷	۹/۴۵	۹/۴۰	۹/۳۶	۹/۲۲
۰/۰۰۵	۱۱/۸۴	۱۱/۸۰	۱۱/۷۶	۱۱/۶۲	۱۱/۵۰
۰/۰۰۶	۲۱/۵۱	۲۱/۴۲	۲۱/۳۲	۲۱/۲۴	۲۱/۲۶
۰/۰۰۷	۲۹/۳۴	۲۹/۳۱	۲۹/۲۵	۲۹/۰۵	۲۸/۹۹
۰/۰۰۸	۴۲/۱۶	۴۴/۳۳	۵۲/۶۸	۷۱/۹۳	۹۹/۳۶
۰/۰۰۹	۴۹/۴۰	۵۷/۰۸	۷۴/۲۲	۹۱/۲۵	۱۰۳/۸۸
۰/۰۱۰	۶۸/۴۲	۷۵/۱۲	۸۷/۴۴	۱۰۰/۷۷	۱۲۸/۲۳
۰/۰۱۵	۱۳۴/۷۷	۱۴۹/۲۷	۱۶۱/۴۵	۱۷۹/۸۸	۱۹۱/۲۵
۰/۰۲۰	۲۳۳/۱۱	۲۴۸/۱۱	۲۶۲/۴۴	۲۷۷/۵۶	۲۹۰/۶۳

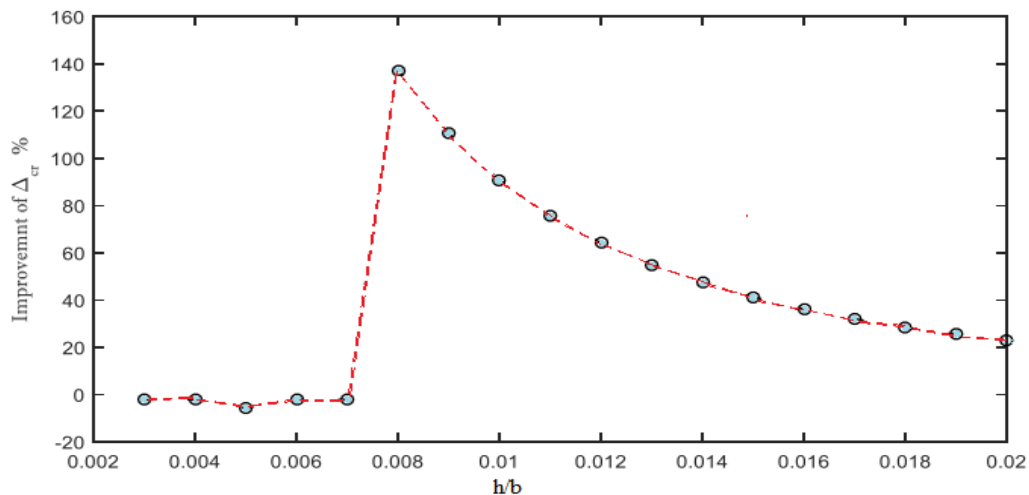


شکل ۵،۴ تاثیر استفاده از سیم‌های حافظه‌دار در افزایش دمای بحرانی کمانش ورق دوزنقه‌ای شکل کامپوزیتی با لایه‌چینی

$[30^\circ / -45^\circ / 45^\circ / 90^\circ]_s$ و شرایط مرزی کاملاً ساده بر حسب نسبت‌های مختلف پارامتر ضخامت به عرض $(a/b=1, \psi=30^\circ)$

جدول ۸,۴ درصد افزایش دمای بحرانی کمانش ورق ورق دوزنقه‌ای کامپوزیتی با لایه‌چینی $[30^\circ / -45^\circ / 45^\circ / 90^\circ]_s$ و شرایط مرزی کاملاً ساده در اثر افزودن سیم‌های حافظه‌دار به سازه بر حسب نسبت‌های مختلف پارامتر ضخامت به عرض $(a/b=1, \psi=30^\circ)$

h/b	$V_s = 0\%$	$V_s = 20\%$	درصد افزایش	h/b	$V_s = 0\%$	$V_s = 20\%$	درصد افزایش
۰/۰۰۳	۵/۵۵	۵/۴۱	-۲/۵۲	۰/۰۱۲	۹۰/۳۲	۱۴۴/۶۸	۶۰/۱۸
۰/۰۰۴	۹/۵۷	۹/۲۲	-۱/۶۸	۰/۰۱۳	۱۰۱/۹۸	۱۵۵/۶۸	۵۲/۶۵
۰/۰۰۵	۱۱/۸۴	۱۱/۵۰	-۲/۸۷	۰/۰۱۴	۱۱۴/۸۲	۱۸۶/۴۳	۴۶/۶۵
۰/۰۰۶	۲۱/۵۱	۲۱/۲۶	-۱/۱۶	۰/۰۱۵	۱۳۴/۷۷	۱۹۱/۲۵	۴۱/۹۰
۰/۰۰۷	۲۹/۳۴	۲۸/۹۹	-۱/۱۹	۰/۰۱۶	۱۵۴/۱۱	۲۰۸/۴۲	۳۵/۲۴
۰/۰۰۸	۴۲/۱۶	۹۹/۳۶	۱۳۵/۶۷	۰/۰۱۷	۱۷۶/۲۰	۲۳۵/۶۳	۳۱/۷۱
۰/۰۰۹	۴۹/۴۰	۱۰۳/۸۸	۱۱۰/۲۸	۰/۰۱۸	۱۹۷/۵۰	۲۵۲/۷	۲۷/۹۴
۰/۰۱۰	۶۸/۴۲	۱۲۸/۲۳	۹۰/۲۰	۰/۰۱۹	۲۱۷/۴۱	۲۷۲/۵۵	۲۵/۳۶
۰/۰۱۱	۷۴/۲۹	۱۲۹/۸۸	۷۴/۸۲	۰/۰۲۰	۲۳۳/۱۱	۲۹۰/۶۳	۲۴/۶۷

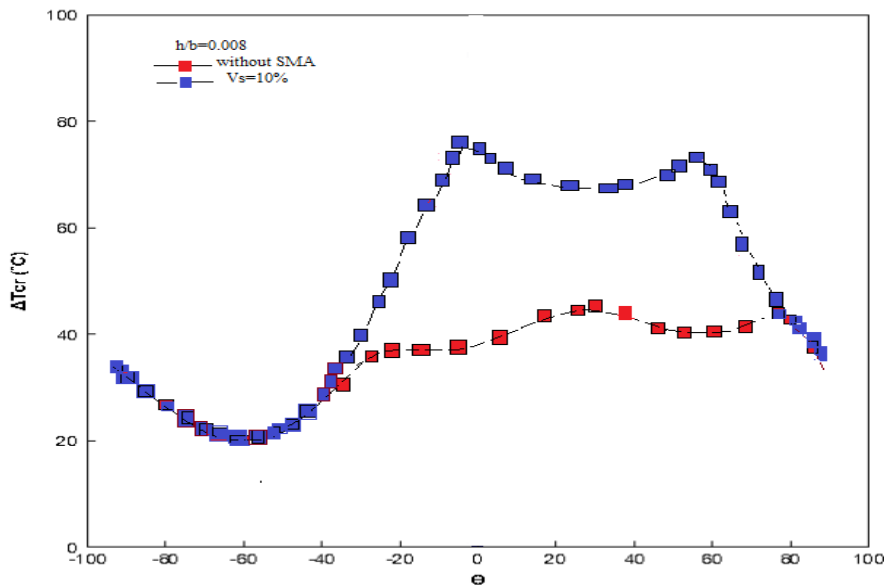


شکل ۶,۴ درصد افزایش دمای بحرانی کمانش ورق دوزنقه‌ای شکل کامپوزیتی با لایه‌چینی $[30^\circ / -45^\circ / 45^\circ / 90^\circ]_s$ و شرایط مرزی کاملاً ساده در اثر افزودن ۲۰٪ کسر حجمی سیم‌های حافظه‌دار به لایه‌های بیرونی بر حسب نسبت‌های مختلف پارامتر ضخامت به عرض $(a/b=1, \psi=30^\circ)$

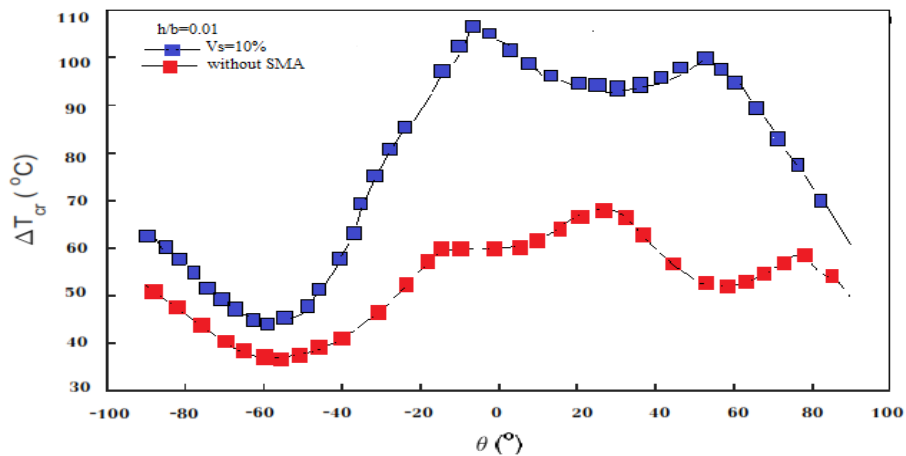
از آنجا که موضوع ضخامت ورق در استفاده از آلایژهای حافظه‌دار به‌منظور به‌تاخیر انداختن دمای کمانش نقشی اساسی دارد، در شکل ۷,۴ مقایسه عددی دیگری نشان داده شده است.

در این شکل، دو ورق ذوزنقه ای کامپوزیتی با لایه چینی یکسان $[\theta / -45^\circ / 45^\circ / 90^\circ]_s$ و ضخامت‌های متفاوت در نظر گرفته می‌شود. مقدار پارامتر h/b برای یک ورق $0/0/0/8$ و برای ورق دیگر $0/0/1$ می‌باشد. برای هر یک از این ورق‌ها نمودار تغییرات دمای بحرانی کمانش بر حسب θ رسم می‌شود. بدیهی است که با تغییر زاویه الیاف، دمای کمانش ورق پایه نیز تغییر می‌کند. در اینجا، منظور از ورق پایه، ورق کامپوزیتی بدون سیم‌های حافظه‌دار می‌باشد. نتایج شکل ۷،۴ نشان می‌دهد که تغییرات دمای کمانش بحرانی برای ورق پایه نازک‌تر ($h/b=0/0/0/8$) بین ۱۸ تا ۴۵ درجه سلسیوس و این محدوده برای ورق دیگر تقریباً بین ۳۵ تا ۷۰ درجه سانتی‌گراد می‌باشد. حال، با فرض اینکه ۲۰٪ آلیاژ حافظه‌دار به بیرونی‌ترین لایه‌های هر یک از این ورق‌ها اضافه می‌شود، نمودار تغییرات دمای بحرانی کمانش ورق بر حسب z مجدداً رسم می‌گردد. آنچنان‌که انتظار می‌رود، در ورق نازک‌تر، تنها زمانی که $42^\circ < \theta < 82^\circ$ باشد، استفاه از سیم‌های حافظه‌دار منجر به تغییرات محسوس در کمانش حرارتی ورق می‌شود زیرا در این حالت دمای بحرانی کمانش ورق کامپوزیتی پایه به اندازه‌ای هست که پس از اضافه کردن سیم‌های حافظه‌دار، تنش‌های کششی بازیابی کافی برای مقابله با تنش‌های فشاری حرارتی ایجاد کند. این درحالی‌است که در ورق با نسبت ضخامت به عرض $0/0/1$ ، افزودن سیم‌های حافظه‌دار همواره موجب افزایش قابل ملاحظه‌ای در دمای بحرانی کمانش ورق می‌گردد.

الف



ب



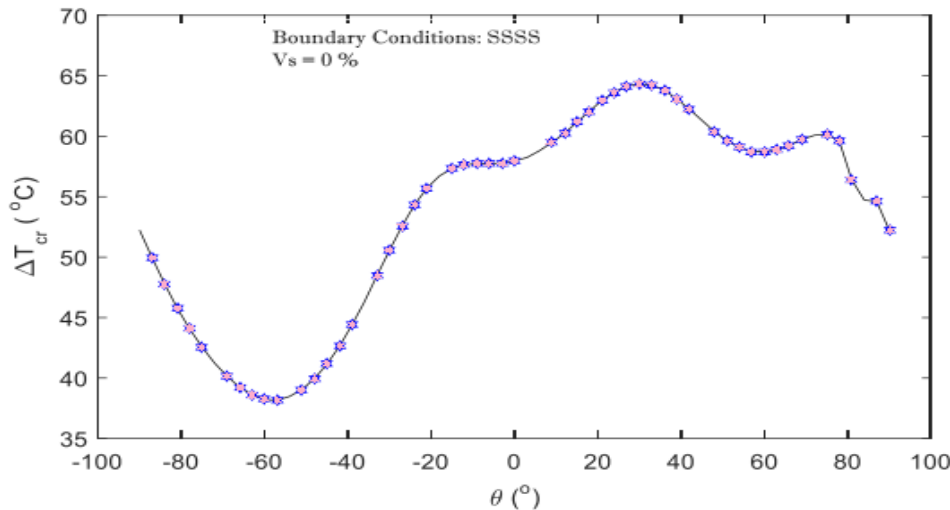
شکل ۷،۴ تاثیر افزودن سیم‌های حافظه‌دار بر دمای بحرانی کمانش ورق دوزنقه ای شکل با لایه چینی $[\theta / -45^\circ / 45^\circ / 90^\circ]$ به‌ازای مقادیر

مختلف θ در دو ضخامت متفاوت

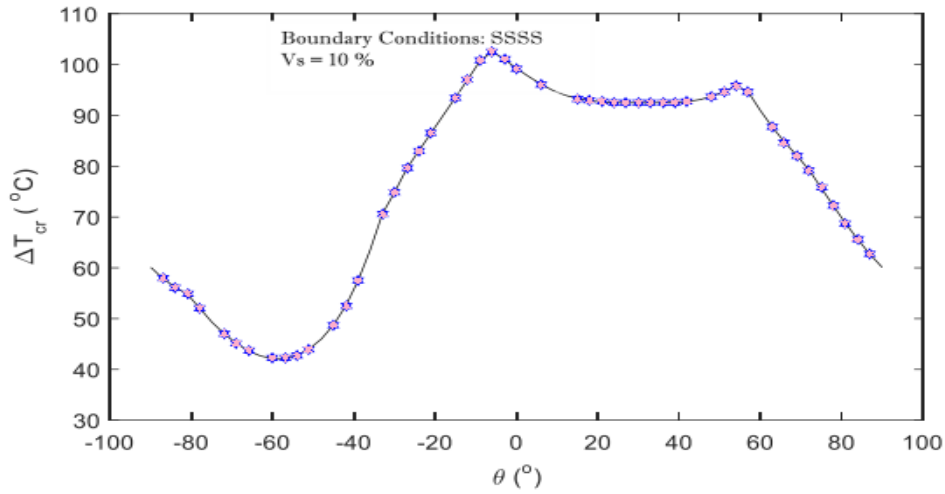
الف- $h/b=0.008$ ، ب- $h/b=0.01$

در این قسمت، نقش زاویه قرارگیری الیاف بر میزان تاثیر سیم‌های حافظه‌دار در کماتش حرارتی ورق‌های کامپوزیتی با شرایط مرزی مختلف بررسی می‌شود. یک ورق ذوزنقه‌ای با لایه‌چینی $[\theta/30^\circ/-45^\circ/45^\circ]$ در نظر گرفته می‌شود. تغییرات دمای بحرانی کماتش ورق پایه و ورق حاوی سیم‌های حافظه‌دار به‌ازای مقادیر مختلف θ در شکل ۸,۴ قابل مشاهده می‌باشد. نمودارهای رسم شده در این شکل بیان می‌کند که در صورت استفاده از سیم‌های حافظه‌دار به ورق با شرایط مرزی ساده، زاویه‌ای که منجر به بیشینه دمای بحرانی کماتش می‌شود تغییر می‌کند. مثال عددی شکل ۸,۴ حاکی از آن است که در عدم حضور سیم‌های حافظه‌دار، دمای کماتش بیشینه $64/32^\circ C$ می‌باشد که در $\theta = 30^\circ$ اتفاق می‌افتد. اما با به‌کارگیری سیم‌های حافظه‌دار در سازه، بیشترین مقدار دمای بحرانی کماتش به $102/6^\circ C$ می‌رسد که مربوط به $\theta = -6^\circ$ می‌باشد. بنابر این، می‌توان دریافت که چیدمان لایه‌های ورق مورب نقش بسیار مهمی بر نحوه تاثیرگذاری سیم‌های حافظه‌دار بر دمای بحرانی کماتش دارد. نکته بعدی آن که لایه‌چینی بهینه به‌منظور دستیابی به بیشینه مقدار دمای کماتش در ورق با شرایط مرزی ساده در حضور/عدم حضور سیم‌های حافظه‌دار می‌تواند بسیار متفاوت باشد ولی در ورق با مرزهای گیردار این اختلاف بسیار کم است. نکته آخر آن است که بر اساس آنچه که در شکل‌های ۸,۴ الف و ب رسم شده است، با تغییر زاویه تنها یک لایه، روند کلی تغییرات دمای بحرانی کماتش به شدت متفاوت می‌شود. بدیهی است که با متغیر بودن زوایای بیشتر این ورق، نیاز به بهینه‌سازی چیدمان لایه‌ها جهت دستیابی به دمای بحرانی کماتش بیشینه اهمیت ویژه‌ای می‌یابد.

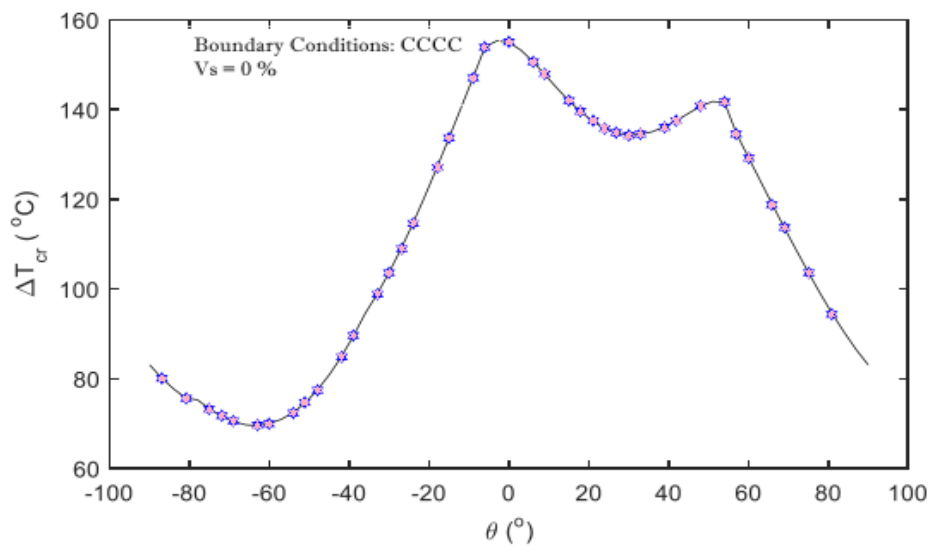
الف



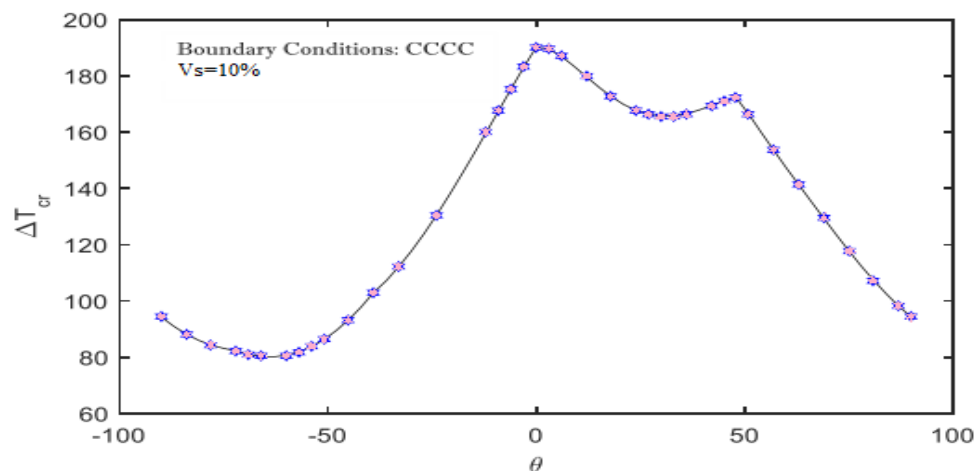
ب.



ج.



۴۹



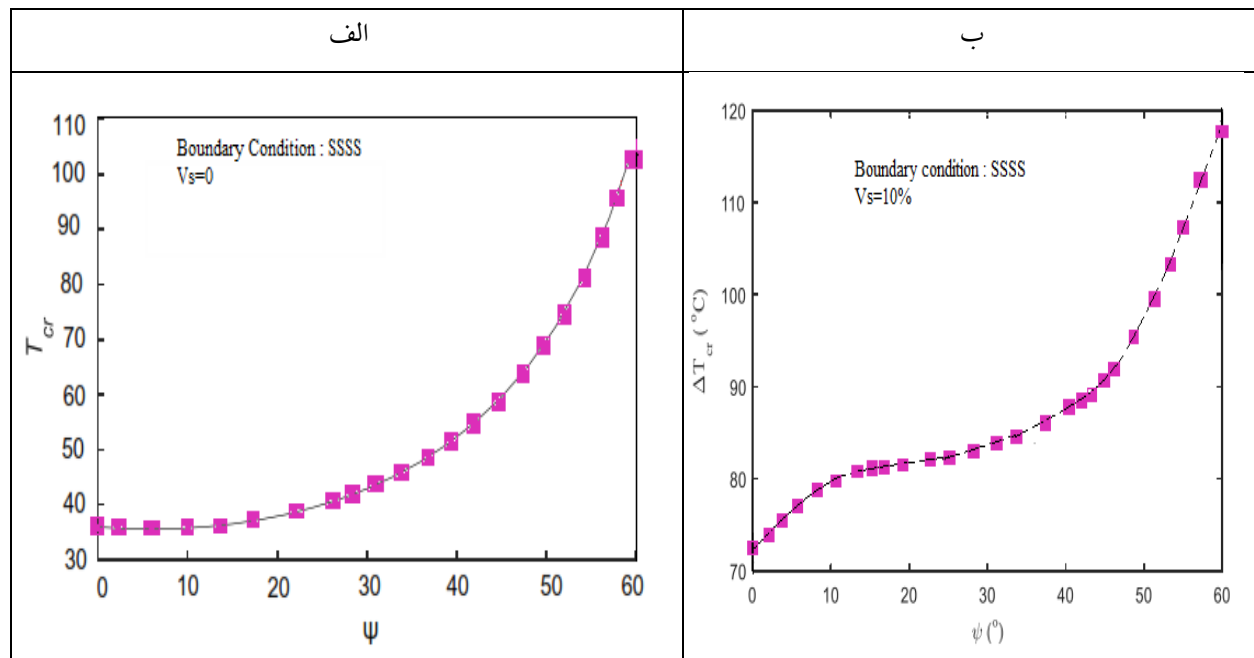
شکل ۸،۴ تاثیر زاویه قرار گیری سیم‌های حافظه‌دار بر دمای بحرانی کماتش ورق دوزنقه ای شکل با لایه چینی $[\theta/30^\circ / -45^\circ / 45^\circ]_s$ به‌ازای شرایط مرزی مختلف $(a/b=1, h/b=1/100, \psi=30^\circ)$

الف- SSSS و $V_s=0\%$; ب- SSSS و $V_s=10\%$

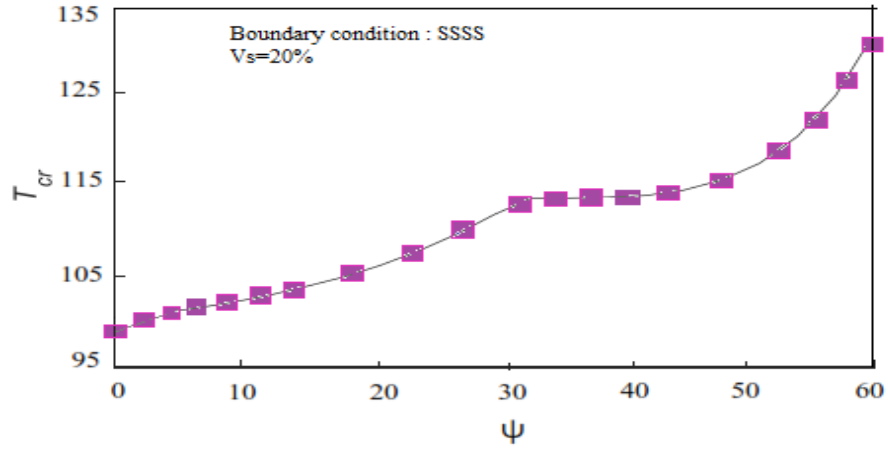
ج- CCCC و $V_s=0\%$; د- CCCC و $V_s=10\%$

حال، تاثیر سیم‌های حافظه‌دار بر تغییرات دمای بحرانی کماتش ورق دوزنقه ای کامپوزیتی بر حسب زاویه کجی بررسی می‌گردد. با هندسه $a/b=1, h/b=1/100$ در نظر گرفته می‌شود. شکل ۹،۴ تغییرات دمای بحرانی کماتش بر حسب زاویه ψ را برای ورق با شرایط مرزی کاملاً ساده نشان می‌دهد. مطابق با شکل ۹،۴ الف، مشاهده می‌گردد که در عدم حضور آلیاژ حافظه‌دار، با افزایش زاویه ψ ، مقدار دمای بحرانی کماتش نیز به صورت صعودی افزایش می‌یابد. اما دیده می‌شود که با افزودن ۱۰٪ کسر حجمی سیم حافظه‌دار به لایه‌های بیرونی ورق، روند تغییرات دمای کماتش قدری متفاوت خواهد شد به این صورت که با افزایش زاویه کجی، دمای بحرانی کماتش ابتدا با شیب بیشتر، سپس با شیب کمتر و در انتها مجدداً با شیب بیشتر افزایش می‌یابد (شکل ۹،۴ ب). با افزودن مقادیر بیشتری از سیم‌های حافظه‌دار به لایه‌های مذکور، نتایج با نتایج قبلی متفاوت تر خواهد شد. همان‌طور که شکل ۹،۴ ج نشان می‌دهد با افزایش زاویه ψ ، دمای کماتش ابتدا افزایش، سپس کاهش و مجدداً افزایش می‌یابد. در شکل ۱۰،۴ نیز رفتار کماتش حرارتی ورق دوزنقه ای کامپوزیتی بر حسب زاویه کجی برای شرط مرزی CCCC به تصویر کشیده می‌شود. مشاهده می‌گردد که بر خلاف ورق با شرایط مرزی کاملاً ساده، با زیاد شدن زاویه کجی، مقدار دمای کماتش همواره به صورت اکیدا صعودی افزایش می‌یابد و تعبیه کردن سیم‌های حافظه‌دار به ورق تاثیری بر روند کلی این تغییرات ندارد.

در سطرهای بالا در مورد روند تغییرات دمای کمانش بر حسب زاویه ψ صحبت شد. اما، حال، میزان یا مقدار تاثیر سیم‌های حافظه‌دار بر حسب زاویه ψ مورد بحث قرار می‌گیرد. نمودارهای رسم شده در شکل‌های ۹،۴ تا ۱۰،۴ به روشنی نشان می‌دهد که با افزایش زاویه ψ ورق دوزنقه‌ای، اثر تقویت‌کنندگی سیم‌های حافظه‌دار بر کمانش حرارتی سازه کاهش می‌یابد. این نتیجه‌گیری برای تمام شرایط مرزی صدق می‌کند. برای درک بهتر این موضوع یک مقایسه عددی ارائه می‌گردد. برای ورق با شرایط مرزی کاملاً ساده و زاویه $\psi = 0^\circ$ که همان ورق مستطیلی می‌باشد، افزودن ۲۰٪ کسر حجمی سیم حافظه‌دار به لایه‌های بیرونی سازه، مقدار ΔT_{cr} را با ۱۲۴ در صد افزایش از $4^\circ C$ به $97/2^\circ C$ می‌رساند. این مقدار افزایش در زاویه $\psi = 60^\circ$ به حدود ۲۸ در صد می‌رسد و باعث می‌شود دمای کمانش تنها حدود $29^\circ C$ بالا رود. در شرایط مرزی گیردار انتظار می‌رود که این مقدار افزایش، کمتر شود. مطابق شکل ۱۰،۴، در ورق‌های مستطیلی، تقویت کردن سازه با ۲۰٪ سیم حافظه‌دار موجب بالارفتن دمای کمانش به میزان ۶۵ در صد می‌شود. این مقدار افزایش در ورق دوزنقه‌ای با زاویه کجی $\psi = 60^\circ$ حداکثر به ۱۷ درصد می‌رسد و مقدار ΔT_{cr} از حدود $288^\circ C$ به $338^\circ C$ افزایش می‌یابد. شکل ۱۱،۴ درصد افزایش دمای کمانش ورق‌های دوزنقه‌ای را با افزودن ۱۰٪ سیم حافظه‌دار به لایه‌های بیرونی ورق به‌ازای زوایای کجی و شرایط مرزی مختلف نشان می‌دهد.



ج

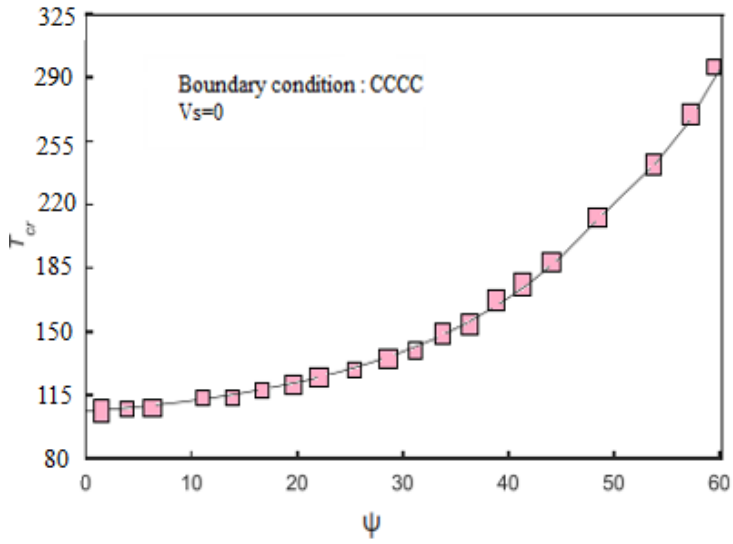


شکل ۹،۴ تاثیر زاویه کجی بر دمای بحرانی کمانش ورق دوزنقه ای شکل با شرایط مرزی ساده (SSSS) به ازای مقادیر مختلف کسر حجمی سیم‌های

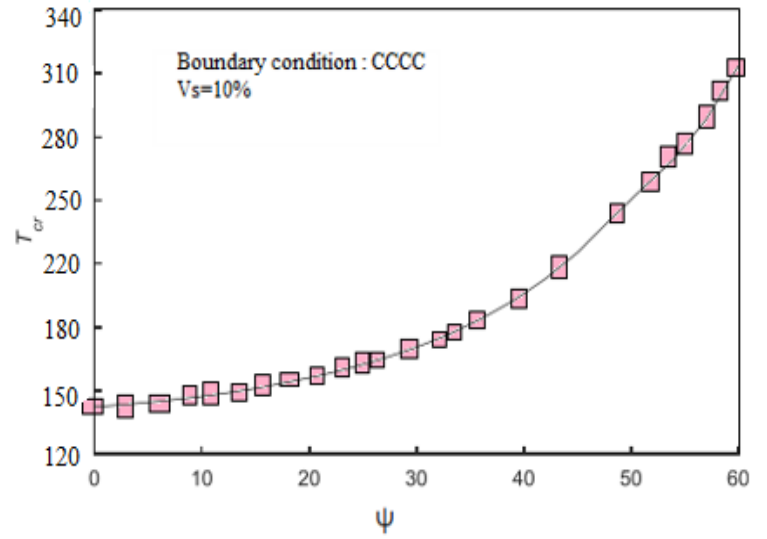
حافظه‌دار ($a/b=1, h/b=1/100$)

الف- $V_s = 0\%$ ، ب- $V_s = 10\%$ ، ج- $V_s = 20\%$

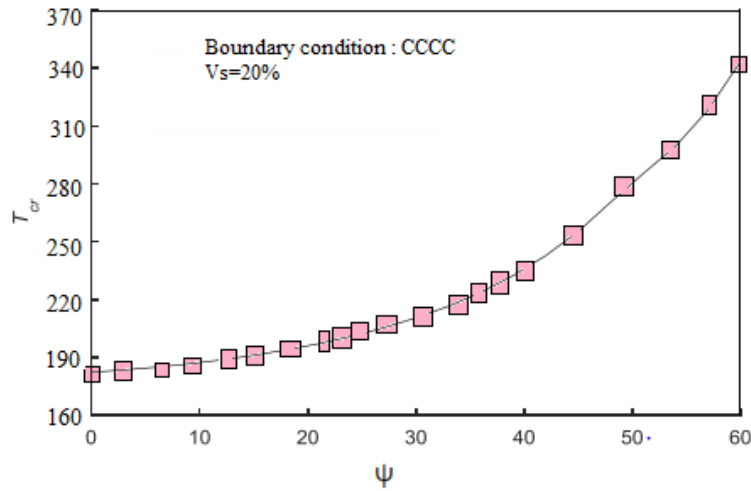
الف



ب



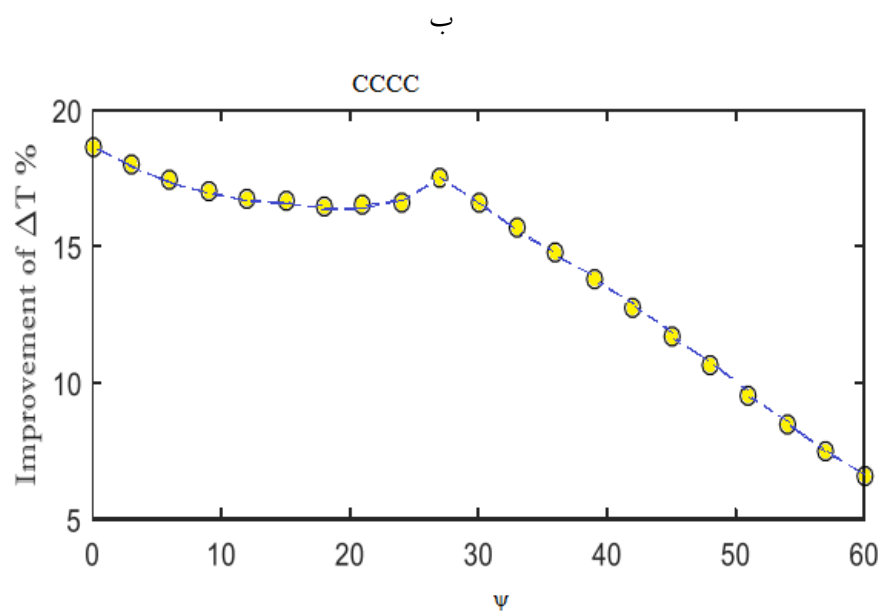
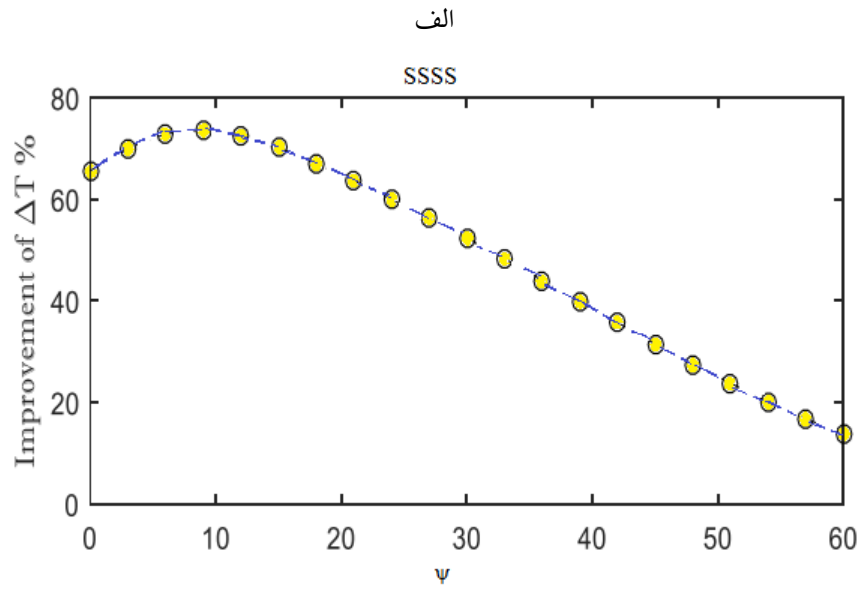
ج



شکل ۱۰.۴ تاثیر زاویه کجی بر دمای بحرانی کمانش ورق دوزنقه ای شکل با شرایط مرزی گیردار (CCCC) به ازای مقادیر مختلف کسر حجمی سیم‌های

حافظه‌دار ($a/b=1, h/b=1/100$)

الف- $V_s = 0\%$ ، ب- $V_s = 10\%$ ، ج- $V_s = 20\%$



شکل ۱۱،۴ درصد افزایش دمای بحرانی کمانش ورق دوزنقه ای شکل کامپوزیتی بر حسب زاویه کجی در اثر تعبیه کردن سیم‌های حافظه‌دار

$$(a/b=1, h/b=1/100, V_s=10\%)$$

الف- شرط مرزی SSSS ، ب- شرط مرزی CCCC

فصل پنجم

نتیجه گیری و پیشنهادها

در پایان نامه حاضر، کمانش ورق دوزنقه‌ای کامپوزیتی تحت محیط حرارتی بررسی شد. به منظور افزایش دمای بحرانی کمانش ورق، از سیم‌های حافظه‌دار به دلیل توانایی تولید تنش‌های کششی بازمی‌آیی استفاده شد. تحلیل کمانش ورق بر اساس تئوری مرتبه اول برشی ورق‌ها و با استفاده از روش مربع‌سازی دیفرانسیلی، به عنوان یک ابزار عددی قدرتمند، صورت گرفت. جهت مدل‌سازی رفتار سیم‌های حافظه‌دار از تئوری یک‌بعدی برینسون استفاده شد. خواص مواد وابسته به دما در نظر گرفته شد و نقش عوامل موثر همچون کسر حجمی و میزان پیش‌کرنش سیم‌های حافظه‌دار، زاویه قرارگیری سیم‌های حافظه‌دار، لایه‌چینی ورق و همچنین پارامترهای هندسی سازه همچون ضخامت و زاویه کجی لبه‌های ورق با جزئیات مورد ارزیابی قرار گرفت.

۱.۵ نتیجه‌گیری

از پایان‌نامه حاضر چند نتیجه مهم حاصل شد که در ادامه به آن‌ها اشاره شده است.

- استفاده موثر از سیم‌های حافظه‌دار در ورق‌های کامپوزیتی فقط به یک محدوده ضخامتی خاص مربوط می‌شود که البته این محدوده به ویژگی‌های فیزیکی ماده حافظه‌دار نیز وابسته است. در ورق‌های نازک‌تر، پدیده کمانش، قبل از فعال شدن سیم‌های حافظه‌دار اتفاق افتاده و عملاً این سیم‌ها شانس برای نشان دادن قدرت خود ندارند. در ورق‌های ضخیم‌تر، دمای کمانش ورق کامپوزیتی پایه به بیش از دمای انتقال شیشه‌ای می‌رسد. به عبارتی، پیش از آن که کمانشی در ورق اتفاق بیفتد، سازه تخریب می‌شود. پس در این شرایط نیازی به افزایش دمای کمانش نیست.
- سیم‌های حافظه‌دار در ورق با شرایط مرزی ساده نقش پررنگ‌تر، ولی در ورق با شرایط مرزی گیردار نقش کم‌رنگ‌تری را ایفا می‌کنند.
- بسته به زاویه کجی ورق، سیم‌های حافظه‌دار می‌توانند اثر سازنده و یا مخربی بر کمانش حرارتی سازه داشته باشند. برای یک لایه‌چینی خاص نشان داده شد که با افزایش زاویه کجی، میزان تاثیرگذاری سیم‌های حافظه‌دار بر کمانش حرارتی سازه کاهش می‌یابد.
- نحوه عملکرد سیم‌های حافظه‌دار در سازه به شدت به زاویه قرارگیری آن‌ها بستگی دارد. از این رو، با تعبیه کردن سیم‌های حافظه‌دار، چیدمان بهینه لایه‌های ورق کامپوزیتی تغییر می‌کند.

۲.۵ پیشنهادها

در این قسمت، مواردی جهت ادامه کار این پایان‌نامه پیشنهاد می‌گردد که عبارتند از:

- بهینه‌سازی کمانش حرارتی ورق‌های دوزنقه‌ای کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار
- بررسی ارتعاشات آزاد ورق‌های دوزنقه‌ای کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار تحت محیط‌های حرارتی
- تحلیل کمانش حرارتی ورق‌های چهارگوش کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار
- بررسی ارتعاشات آزاد ورق‌های چهارگوش کامپوزیتی حاوی سیم‌های حافظه‌دار تحت محیط‌های حرارتی

- [1] Hetnarski RB, Eslami MR. Thermal stresses advanced theory and applications. first ed. Springer Verlag; 2009.
- [2] Dey S, Mukhopadhyay T, Sahu S. K, Li G, Rabitz H, Adhikari S. Thermal uncertainty quantification in frequency responses of laminated composite plates. Compos Part B, DOI: 10.1016/2015-06-006.
- [3] Zhang YF, Zhao YH, Bai SL, Yuan X. Numerical simulation of thermal conductivity of graphene filled polymer composites. Compos Part B Eng 2016-106:324-31.
- [4] Duc ND, Cong PH, Quang VD. Nonlinear dynamic and vibration analysis of piezoelectric eccentrically stiffened FGM plates in thermal environment. Int JMech Sci 2016;115e116:711e22.
- [5] Tinh QB, Duc HD, Thom NV, Hirose Sohichi, Duc ND. High frequency modes meshfree analysis of Reissner-Mindlin plates. J Sci Adv Mater Devices 2016(3):400-12.
- [6] Duc ND. Nonlinear thermo-electro-mechanical dynamic response of shear deformable piezoelectric Sigmoid functionally graded sandwich circular cylindrical shells on elastic foundations. J Sandw Struct Mater 2016. <http://dx.doi.org/10.1177/1099636216653266>.
- [7] Duc ND, Bich DH, Cong PH. Nonlinear thermal dynamic response of shear deformable FGM plates on elastic foundations. J Therm Stress 2016;39(3):278-97.
- [8] Duc ND, Cong PH, Tuan DN, Tran Phuong, Anh VM, Quang VD. Nonlinear vibration and dynamic response of imperfect eccentrically stiffened shear deformable sandwich plate with functionally graded material in thermal environment. J Sandw Struct Mater 2016;18(4):445-73.
- [9] Trinh Luan C, Vo Thuc P, Thai Huu-Tai, Nguyen Trung-Kien. An analytical method for the vibration and buckling of functionally graded beams under mechanical and thermal loads. Compos Part B Eng 2016;100:152-63.
- [10] Ghorbanpour Arani A, Haghparast E, Khoddami Maraghi Z, Amir S. Static stress analysis of carbon nano-tube reinforced composite (CNTRC) cylinder under non-axisymmetric thermo-mechanical loads and uniform electromagnetic fields. Compos Part B Eng 2015;68:136-45.
- [11] Lee, Hyo Jik, Jung Ju Lee, and Jeung Soo Huh. "A simulation study on the thermal buckling behavior of laminated composite shells with embedded shape memory alloy (SMA) wires." *Composite structures* 47, no. 1 (1999): 463-469.
- [12] Lee, Jung Ju, and Sup Choi. "Thermal buckling and postbuckling analysis of a laminated composite beam with embedded SMA actuators." *Composite structures* 47, no. 1 (1999): 695-703.
- [13] Ostachowicz, W., M. Krawczuk, and A. Żak. "Dynamics and buckling of a multilayer composite plate with embedded SMA wires." *Composite Structures* 48, no. 1 (2000): 163-167.
- [14] Choi, Sup, Jung Ju Lee, and Dong Chun Lee. "Thermal buckling of laminated composite beams with embedded shape memory alloy actuators." *Journal of composite materials* 34, no. 18 (2000): 1529-1547.

- [15]Thompson, S. P., and J. Loughlan."Enhancing the post-buckling response of a composite panel structure utilising shape memory alloy actuators—a smart structural concept." *Composite Structures* 51, no. 1(2001):21-36.
- [16] Loughlan, J., S. P.Thompson, and H. Smith. "Buckling control using embedded shape memory actuators and the utilisation of smart technology in future aerospace platforms." *Composite structures* 58,no.3(2002):319-347
- [17] Ostachowicz, W. M., and Stefan Kaczmarczyk. "Vibrations of composite plates with SMA fibres in a gas stream with defects of the type of delamination." *Composite Structures*54, no. 2 (2001): 305-311.
- [18] Roh, Jin-Ho, Il-Kwon Oh, Seung-Man Yang, Jae-Hung Han, and In Lee. "Thermal post-buckling analysis of shape memory alloy hybrid composite shell panels." *Smart Materials and Structures* 13, no. 6 (2004): 1337.
- [19] Park, Jae-Sang, Ji-Hwan Kim, and Seong-Hwan Moon. "Vibration of thermally post-buckled composite plates embedded with shape memory alloy fibers." *Composite Structures* 63, no. 2 (2004): 179-188.
- [20] Park, Jae-Sang, Ji-Hwan Kim, and Seong-Hwan Moon. "Thermal post-buckling and flutter characteristics of composite plates embedded with shape memory alloy fibers." *Composites Part B: Engineering* 36, no. 8 (2005): 627-636
- [21] Kumar, C. Naveen, and B. N. Singh. "Thermal buckling and post-buckling of laminated composite plates with SMA fibers using layerwise theory." *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics* 10, no. 6 (2009): 423-429.
- [22] Li, Shi-Rong, Wen-Shan Yu, and R. C. Batra. "Free vibration of thermally pre/post-buckled circular thin plates embedded with shape memory alloy fibers." *Journal of Thermal Stresses*33, no. 2 (2010): 79-96.
- [23] Ibrahim, Hesham Hamed, Mohammad Tawfik, and Hani Mohammed Negm. "Thermal buckling and nonlinear flutter behavior of shape memory alloy hybrid composite plates." *Journal of Vibration and Control* 17, no. 3 (2011): 321-333.
- [24] Panda, S. K., and B. N. Singh. "Post-buckling analysis of laminated composite doubly curved panel embedded with SMA fibers subjected to thermal environment." *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 20, no. 10 (2013): 842-853.
- [25] Asadi, H., M. Bodaghi, M. Shakeri, and M. M. Aghdam. "An analytical approach for nonlinear vibration and thermal stability of shape memory alloy hybrid laminated composite beams." *European Journal of Mechanics-A/Solids* 42 (2013): 454-468.
- [26] Asadi, H., Y. Kiani, M. Shakeri, and M. R. Eslami. "Exact solution for nonlinear thermal stability of hybrid laminated composite Timoshenko beams reinforced with SMA fibers." *Composite Structures* 108 (2014): 811-822.
- [27] Asadi,Hamed,Mehdi Eynbeygi,and Quan Wang."Nonlinear thermal stability of geometrically imperfect shape memory alloy hybrid laminated composite plates." *Smart Materials and Structures* 23,no.7(2014):075012

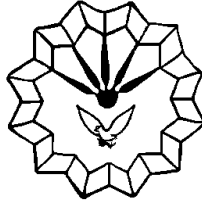
- [28] Asadi, H., A. H. Akbarzadeh, and Q. Wang. "Nonlinear thermo-inertial instability of functionally graded shape memory alloy sandwich plates." *Composite Structures* 120 (2015): 496-508.
- [29] Abdollahi, H., S. E. Esfahani, M. Shakeri, and M. R. Eslami. "Non-Linear Thermal Stability Analysis of SMA Wire-Embedded Hybrid Laminated Composite Timoshenko Beams on Non-Linear Hardening Elastic Foundation." *Journal of Thermal Stresses* 38, no. 3 (2015): 277-308.
- [30] Asadi, H., Y. Kiani, M. M. Aghdam, and M. Shakeri. "Enhanced thermal buckling of laminated composite cylindrical shells with shape memory alloy." *Journal of Composite Materials* 50, no. 2 (2016): 243-256
- [31] Kabir, Mohammad-Zaman, and Behrang Tavousi Tehrani. "Closed-form solution for thermal, mechanical, and thermo-mechanical buckling and post-buckling of SMA composite plates." *Composite Structures* 168 (2017): 535-548.
- [32] S. Kamarian and M. Shakeri. "Thermal buckling analysis and stacking sequence optimization of rectangular and skew shape memory alloy hybrid composite plates." *Composites Part B* 116 (2017) 137-152
- [33] Umud Topal. "Thermal buckling load optimization of laminated general quadrilateral and trapezoidal thin plates". *Sci Eng Compos Mater* 2013; 20(1): 87-94.
- [34] E. Jaberzadeh and M. Azhari and B. Boroomand. "Thermal buckling of functionally graded skew and trapezoidal plates with different boundary conditions using the element-free Galerkin." *European Journal of Mechanics A/Solids* 42(2013) 18-26.
- [35] Lagoudas, Dimitris C., ed. *Shape memory alloys: modeling and engineering applications*. Springer Science & Business Media, 2008.
- [36] Hetnarski, Richard B., M. Reza Eslami, and G. M. L. Gladwell. *Thermal stresses: advanced theory and applications*. Vol. 158. New York: Springer, 2009.
- [37] Tanaka, Kikuaki. "A thermomechanical sketch of shape memory effect: one-dimensional tensile behavior." (1986): 251-263.
- [38] Brinson, L. Catherine. "One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable." *Journal of intelligent material systems and structures* 4, no. 2 (1993): 229-242.
- [39] Reddy, Junuthula Narasimha. *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*. CRC press, 2004.
- [40] Kiani, Y., E. Bagherizadeh, and M. R. Eslami. "Thermal and mechanical buckling of sandwich plates with FGM face sheets resting on the Pasternak elastic foundation." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 226, no. 1 (2012): 32-41.
- [41] Zamani, M., Fallah, A., & Aghdam, M. M. (2012). Free vibration analysis of moderately thick trapezoidal symmetrically laminated plates with various combinations of boundary conditions. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 36, 204-212.
- [42] Bellman, Richard, and John Casti. "Differential quadrature and long-term integration." *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 34, no. 2 (1971): 235-238.

- [43] Shu, Chang, and Bryan E. Richards. "Application of generalized differential quadrature to solve two-dimensional incompressible Navier-Stokes equations." *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 15, no. 7 (1992): 791-798.
- [44] Bert, Charles W., and Moinuddin Malik. "Differential quadrature method in computational mechanics: a review." *Applied Mechanics Reviews* 49 (1996): 1-28.

Abstract

Here, thermal buckling of composite trapezoidal plates with embedded Shape Memory Alloy (SMA) wires is analyzed. The governing equations are derived based on First-order Shear Deformation Theory (FSDT), and solved by means of Generalized Differential Quadrature (GDQ) method. The simply supported and clamped boundary conditions are considered for the structure. The behavior of SMA wires is modeled by Brinson approach. The effect of some parameters such as volume fraction and pre-strain of SMA wires, the thickness of layers and lay-up orientation on thermal buckling of composite trapezoidal plates are investigated. Numerical results represent the fact that the positive effect of SMA wires is restricted to a limited range of thickness. Results also show that, depending on the geometrical parameters of structure, SMA wires can have constructive or destructive role in the thermal buckling behavior of structure.

Keywords: Thermal buckling; Trapezoidal composites plates; Shape memory alloys; Generalized differential quadrature method



Razi University

Faculty of engineering

Department of Mechanical Engineering

M.Sc. Thesis

Title of the Thesis:

Thermal buckling analysis of trapezoidal composite plates with embedded shape memory wires

By:

Fatemeh Basati

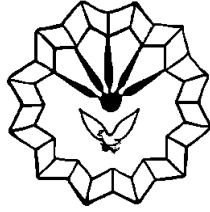
Evaluated and approved by thesis committee as

Supervisor: Dr Mohammad hossein Yas, Assistant prof/Associte Prof/Professor.....

Advisor: Dr Saeed Kamarian, , Assistant prof/Associte Prof/Professor.....

Internal Eximiner: Dr Heshmatolah haghghat and Dr Saeed feli, , Assistant prof/Associte Prof/Professor.....

September 2017



Razi University

Faculty of engineering

Department of Mechanical Engineering

M.Sc. Thesis

Title of the Thesis:

**Thermal buckling analysis of trapezoidal composite plates with embedded
shape memory wires**

Supervisor:

Dr Mohammad hossein Yas

Advisor:

Dr Saeed Kamarian

By:

Fatemeh Basati

September 2017